УДК 551.521

В. Г. АСТАФУРОВ, Г. Н. ГЛАЗОВ
(Томск)

АЛГОРИТМ И ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА КОРРЕЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ В РЕЖИМЕ СЧЕТА ФОТОНОВ

К настоящему времени реализованы две возможности измерения скорости ветра лидаром: доплеровским методом — с использованием CO_2-лазера, гетеродинного детектирования и последетекторного спектрального анализа и корреляционным методом [1] — с использованием стохастической модуляции огибающей эхосигналов неоднородностями аэрозоля. Второй метод, в отличие от первого, не требует высокой монохроматичности и частотной стабильности лазера, технически сложного (в условиях зондирования) фотосмешения и допускает зондирование на любой длине волны видимого или ИК-диапазонов. Хотя некоторые вопросы обработки и ошибок в корреляционных измерителях рассмотрены в [1], однако отсутствует анализ применительно к режиму счета фотонов, соответствующему предельным дальностям зондирования.

Для изучения точности зондирования профиля вектора скорости ветра достаточно рассмотреть измерение его составляющей в пространственном слое толщиной ΔR. Рассмотрим импульсный моностатический лидар с двумя лучами передатчика (от одного лазера или двух синхронизированных лазеров), освещающими два рассеивающих объема (с центрами в точках $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$) на одинаковой дальности, и двумя приемными каналами, регистрирующими на интервале времени $\Delta t = 2\Delta R/c$ числа фотоэлектронов (ФЭ) n_i, m_i, обязанных своим появлением эхосигналам от объемов, фону и темновому току ФЭУ. Здесь $i = 1, 2, \ldots, N$ нумеруют импульсы лазера, излучаемые с периодом повторения T, и соответствующие эхосигналы; N — число импульсов в сеансе одной оценки скорости; c — скорость света. Информация о составляющей v скорости по направлению $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ содержится во взаимной корреляционной функции $B(t)$ совокупности «сигнал — помеха». Оценку $\widehat{v}$ составляющей v найдем как $\widehat{v} = |\boldsymbol{\gamma}|/\widehat{t}_0$, где $\widehat{t}_0$ — оценка положения t_0 максимума $B(t)$. Оценку $B(t)$ в точках $t_j = jT$, $j = 0, 1, \ldots$, возьмем в виде [2]

$$\widehat{B}(j) = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} n_i m_{i+j}.$$

Для определения t_0 используем аппроксимацию $B(t)$ на интервале $[t_0 - t^*, t_0 + t^*]$ параболой $\widetilde{B}(t) = a + bt + dt^2$, тогда $t_0 = -b/2d$. Здесь t^* — радиус корреляции по уровню 0,5. Определяя методом минимальных квадратов [3] коэффициенты b и d по набору $\{\widehat{B}(j)\}$, $j = \overline{L, L+M}$, найдем

$$\widehat{t}_0 = \left(Q \frac{A_1}{A_2 + PA_0} + J_0\right) T, \tag{1}$$

где

$$A_k = \sum_{j=L}^{L+M} (j - J_0)^k \widehat{B}(j),\ P = M(M+2)/12,\ J_0 = L + M/2,$$

$$Q = \begin{cases} (3 - M^2 - 2M)/30, & M \text{ — четное;} \\ \dfrac{5(M^2+1) - (M+1)^4 - 4}{30[(M+1)^2 - 1]}, & M \text{ — нечетное.} \end{cases}$$

Величины L, $L+M$ равны соответственно минимальному и максимальному значениям j, для которых выполняется условие

$$\widehat{B}(j) \geqslant \frac{1}{2}\{\max \widehat{B}(j) + \widetilde{n}\widetilde{m}\},$$

где $\widetilde{n}$, $\widetilde{m}$ — выборочные средние для $\{n_i\}$, $\{m_i\}$.

Эффективность измерения скорости ветра корреляционным методом v проведен в рамках следующей модели:

1. Аэрозольный коэффициент рассеяния $\beta(\mathbf{r})$ имеет гауссово распределение [1] и коэффициент корреляции $R(\gamma, t)$.

2. τ и $\beta(\mathbf{r})$ статистически независимы, что оправдано особенностями формирования τ при больших дальностях.

3. Энергии излучаемых импульсов E_i статистически независимы.

4. $\bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_2$, $D(\tau_1) = D(\tau_2) = D_\tau$, так как $|\mathbf{r}_1| = |\mathbf{r}_2|$. Индексы обозначают номера каналов.

5. Числа ФЭ, обусловленные молекулярным рассеянием лазерного излучения, внешними и внутренними шумами, имеют пуассоновское распределение [4] со средними значениями $\bar{n}_{\text{м}}$ и $\bar{n}_{\text{ш}}$. Корреляция сигналов в различных каналах обусловлена их аэрозольными составляющими со средним числом ФЭ $\bar{n}_{\text{а}}$.

Обозначим $\Psi = \bar{n}_{\text{ш}}/\bar{n}_{\text{а}}$, $\Psi' = \bar{n}_{\text{м}}/\bar{n}_{\text{а}}$; $C(\gamma, t)$ — коэффициент корреляции τ_1 и τ_2. Для определения $D(\widehat{t_0})$ разложим (1) в многомерный ряд Тейлора по степеням отклонений $\widehat{B}(j) - B(j)$. В результате задача сводится к вычислению моментов вида $\overline{n_l n_i m_{l+j} m_{j+i}} \sim \overline{I_l I_i I'_{l+j} I'_{i+j}}$, где

$$I_l \sim B\,[\beta(\mathbf{r}_1, l) + \beta_{\text{м}}(\mathbf{r}_1)]\, E_i \mathrm{e}^{-2\tau_1(i)} + I_{\text{ш}}, \tag{2}$$

B — коэффициент пропорциональности, $\beta_{\text{м}}$ — коэффициент молекулярного рассеяния, $I_{\text{ш}}$ — эквивалентная интенсивность фонового излучения. Используя сделанные предположения и пренебрегая членами порядка Ψ^2, N^{-2} и выше, найдем

$$\delta_v = \sqrt{\sum_{i=L}^{L+M} \sum_{j=L}^{L+M} F_i F_j P(i, j)}\; T\,|Q|\,\delta_\beta (1 + \Psi')\, t_0^{-1}, \tag{3}$$

где

$$F_j = \left\{\sum_{q=L}^{L+M} b_q(j)\, C_q\right\}\left\{\sum_{q=L}^{L+M} a_q C_q\right\}^{-2}; \tag{4}$$

$$C_q = \mathrm{e}^{4D_\tau C(\gamma, q)}\,[\delta_\beta^2 R(\gamma, q) + (1 + \Psi')^2]; \tag{5}$$

$$b_q(j) = (q - j)[(j - J_0)(q - J_0) + P]; \quad a_q = (q - J_0)^2 - P;$$

$$P(i, j) = \frac{\exp\{4D_\tau [C(\gamma, j) + C(\gamma, i)]\}}{(N - j)(N - i)} \sum_{l=-(N-i-1)}^{N-j-1} L_l \exp\{D_\tau [C(0, l) + C(0, i - j - l) + C(\gamma, i - l) + C(\gamma, j + l)]\}\,(1 + \delta_E^2 \delta_{l0})(1 + \delta_E^2 \delta_{i-j,l}) \times \left\{F(i, j, l) + \left[1 + \Psi' + \frac{R(0, j)\,\delta_\beta^2}{1 + \Psi'} + \frac{\delta_{l0}\delta_{ij}}{\bar{n}_{\text{а}}}\right](\delta_{l0} + \delta_{i-j,l})/(\bar{n}_{\text{а}}\delta_\beta^2)\right\} + \Psi\Delta(i, j); \tag{6}$$

$$L_l = \begin{cases} N - i + l, & l \leqslant 0; \\ N - i, & 0 < l \leqslant i - j; \\ N - j + l, & l > i - j; \end{cases}$$

$$\Delta(i, j) = \frac{e^{-2D_\tau}}{1+\Psi} \sum_{l=-(N-i-1)}^{N-j-1} \{Q(l, l+j, j) + Q(l, i-l, i) + Q(l+j-i, i-l, j) + Q(l+j-i, l+j, i)\};$$

$$Q(m, n, l) = \left(1 - \delta_E^2 \delta_{m0}\right) \exp\{D_\tau [C(0, m) + C(\gamma, n) + C(\gamma, l)]\} \times \left[R(0, m) + \delta_{m0}(1+\Psi')\left(\bar{n}_a \delta_\beta^2\right) + R(\gamma, m)\right];$$

$$F(i, j, l) = R(0, l) + R(0, i-j-l) + R(\gamma, i-l) + R(\gamma, j+l);$$

δ_{ij} — символ Кронекера.

Приведенные выражения дают возможность точно рассчитать δ_v. Более простые выражения для δ_v можно получить, задав R в виде

$$R(\gamma, t) = \exp\left\{-\frac{(x - v_x t)^2}{l_x^2} - \frac{(y - v_y t)^2}{l_y^2} - \frac{z^2}{l_z^2} - \frac{t^2}{\nu_0^2}\right\} \tag{7}$$

и полагая $D_\tau = 0$, $\delta_E = 0$, $M \gg 1$. В (7) l_x, l_y, l_z — параметры, характеризующие размеры аэрозольных неоднородностей. Из (2) видно, что при $D_\tau = 0$ помеха за счет молекулярного рассеяния не зависит от сигнальной компоненты, как и помехи за счет внешних и внутренних шумов. Полагая в (6) $\Psi = 0$ и заменяя Ψ' на $\Psi^* = (\bar{n}_ш + \bar{n}_м)/\bar{n}_а$, получим для $P(i, j)$ при $l_x = l_y$, $x = |\gamma|$ и $y = z = 0$ следующее выражение:

$$P(i, j) = \frac{2}{N-j}\left\{\frac{1}{\bar{n}_a \delta_\beta^2}\left[(1+\Psi^*) + \frac{\delta_\beta^2 R(0, i-j)}{1+\Psi^*} + \frac{\delta_{ij}}{2\bar{n}_a}\right] + a_{ij}\right\}, \tag{8}$$

где

$$a_{ij} = \frac{1}{N-i} \sum_{l=-(N-i-1)}^{N-j-1} L_l [R(0, l) + R(d_x, i-l)],$$

$d_x = 2|\gamma|/l^0$ — относительный разнос рассеивающих объемов, $l^0 = 1{,}66 l_x$ — средний размер аэрозольных неоднородностей.

Выражение (4), используя квадратичную аппроксимацию (7) в окрестности t_0 и выполняя суммирование, преобразуем к виду

$$F_j Q = \frac{6(j - J_0)}{\delta_\beta^2 M^3 \Theta} \exp\left[d_x^2\left(1 - c_x^{-2}\Theta^{-1}\right)\right], \tag{9}$$

где $\Theta = (1 + H^2 c^2)\, c^{-2}$; $c^{-2} = c_x^{-2} + c_y^{-2}$; $c_{x,y} = l^0/(2v_{x,y}T)$; $H = T/\nu_0$. Подставляя (8) и (9) в (3) и выполняя суммирование для первого слагаемого (8) при $N \gg M/2$, окончательно получаем

$$\delta_v = \frac{\sqrt{\left[\frac{M^3}{12\bar{n}_a \delta_\beta^2} - \frac{1 - M\sqrt{\pi\Theta/2}}{\Theta^2(1+\Psi^*)}\right]\left(\bar{n}_a N'\right)^{-1} + 2G}}{\delta_\beta M^3 d_x \exp\left[d_x^2\left(c^{-2}\Theta^{-1} - 1\right)\right]}\, c_x (1 + \Psi^*). \tag{10}$$

Здесь $N' = N - J_0$,

$$G(c_x, c_y, H, d_x, N) = \sum_{i=1}^{L+M} \sum_{j=L}^{L+M} \frac{(i - J_0)(j - J_0)}{N - i}\, a_{ij}.$$

На рис. 1 представлены результаты расчетов δ_v при $\Psi^* = 0$, $N = 2000$, $T = 0{,}1$ с и $l^0 = 10$ м, что соответствует $L = c_x(d_x - 1)$, $L + M = c_x(d_x + 1)$. Отметим, что величина δ_v сильно зависит от δ_β и ν_0 при больших значениях d_x. Первая зависимость существенно ограничивает возможности корреляционного метода, а вторая накладывает ограничения на величину разноса $|\gamma|$ между рассеивающими объемами. На рис. 2 приведены зависимости $G(c_x, 0, H, d_x, N)$, которые можно использовать для определения δ_v при $Q < 5 \cdot 10^{-3}$ и $d_x \in [1, 2]$. Значения δ_v, рассчиты-

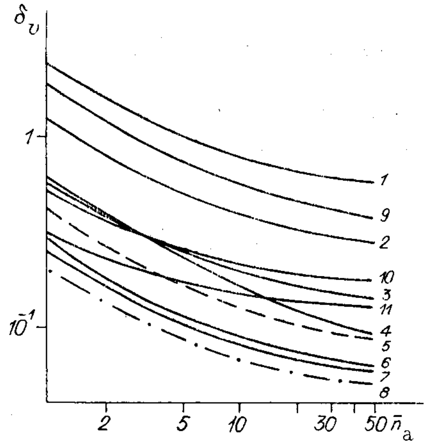

Рис. 1. Зависимости δ_v от $\bar{n}_a$: при $\nu_0 = 5$ (*4*), 10 (*6*) и 20 с (остальные кривые); при $\delta_\beta = 0{,}08$ (*9*); 0,15 (*10*); 0,2 (*11*) и 0,1 (*1—8*); $d_x = 1$ (*1*); 2 (*2*, *9—11*), 4 (*3*) и 10 (*4—8*); штрихпунктирная линия — $v = 5$, сплошные — 10, штриховая — 20 м/с

ваемые по формуле (10), получаются заниженными, так как при ее выводе не учитывались флуктуации D_τ. Поэтому если условие $D_\tau \ll 1$ не выполняется, для расчета δ_v нужно использовать выражение (3).

При регистрации лидарных сигналов в режиме счета фотонов необходимо учитывать «мертвое» время регистрирующей аппаратуры, определяемое средней шириной ξ одноэлектронного импульса на уровне порога дискриминации [5]. В [6] с помощью численного моделирования показано, что наличие инерционности не приводит к смещению оценки $\hat{v}$ и практически не увеличивает ошибку δ_v.

На рис. 3 приведены результаты численного эксперимента при следующих значениях параметров: $t_0 = 5$ с, $T = 0{,}1$ с, $l^0 = 10$ м, $\delta_\beta = 0{,}3$, $d_x = 4$, $N = 1000$, $\Psi^* = 0$, $v = 5$ м/с и $v = 15$ м/с. Оценки $\hat{v}$ при $\xi = 0$ показаны сплошными линиями, а при $\xi/\Delta t = 0{,}01$ — штриховыми; крестики соответствуют оценкам $v(1 \pm \hat{\delta}_v)$. При этом для «определения» $\hat{v}$ использовался рассматриваемый в данной работе алгоритм. Полученные

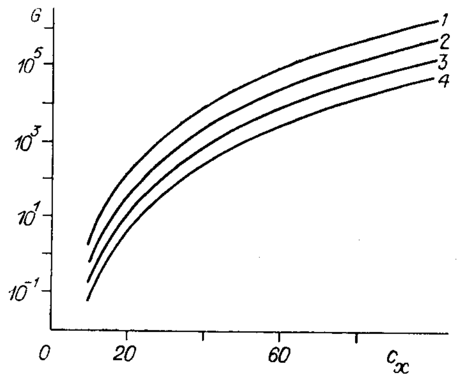

Рис. 2. Зависимости G от c_x при $N = 500$ (*1*), 1000 (*2*), 2000 (*3*), 4000 (*4*)

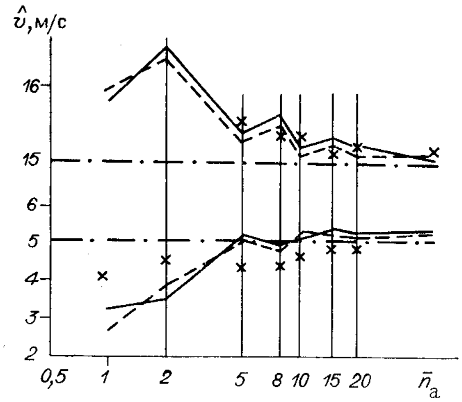

Рис. 3. Результаты численного эксперимента

результаты иллюстрируют как работоспособность предложенного алгоритма (1), так и выводы относительно влияния инерционности приемных трактов корреляционного измерителя.

Авторы выражают благодарность Г. Г. Матвиенко за участие в постановке задачи и Н. В. Тюхтевой за помощь в расчетах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Применение** корреляционных методов в атмосферной оптике/В. М. Орлов, Г. Г. Матвиенко, И. В. Самохвалов и др.— Новосибирск: Наука, 1983.
2. **Джейкман Е.** Корреляция фотонов // Спектроскопия оптического смешения и корреляция фотонов/Под ред. В. Ф. Бункина: Пер. с англ.— М.: Мир, 1978.
3. **Ланцош К.** Практические методы прикладного анализа /Под ред. А. М. Лопшица: Пер. с англ.— М.: Физматгиз, 1961.
4. **Астафуров В. Г., Глазов Г. Н.** Статистика фотоотсчетов и режимы регистрации лидарного сигнала // Дистанционное зондирование атмосферы.— Новосибирск: Наука, 1978.

5. **Астафуров В. Г., Глазов Г. Н.** Сравнение точности измерения интенсивности света методами счета одноэлектронных импульсов и накопления заряда // Радиотехника и электроника.— 1985.— Т. 30, № 1.
6. **Астафуров В. Г., Курапов Ю. М.** Оценки эффективности оптического измерителя скорости ветра на основе замкнутого численного эксперимента // Тез. докл. VIII Всесоюз. симп. по лазерному и акустическому зондированию атмосферы.— Томск: Ин-т оптики атмосферы СО АН СССР, 1984.— Ч. 2.

Поступила в редакцию 6 января 1986 г.

УДК 519.642.3

П. М. АРОНОВ, В. В. ЛЕОНОВ

(Свердловск)

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ ПО ПОРЯДКУ СОСТОЯТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТИПА СВЕРТКИ

К уравнению типа свертки приводят многие задачи обработки экспериментальных данных. Если входящие в уравнение функции финитны (отличны от нуля на конечных интервалах), то уравнение может быть представлено в виде [1]

$$\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau = y(t), \quad |t| < T, \tag{1}$$

где периодические (с периодом 2 T) вещественные функции $x(t)$, $g(t)$, $y(t)$ принадлежат пространству $L_2(-T, T)$ функций, интегрируемых с квадратом на интервале $(-T, T)$. При этом интегральный оператор в уравнении (1) является оператором Гильберта-Шмидта [2], следовательно, он вполне непрерывен (компактен) и не имеет ограниченного обратного. Даже если решение существует и единственно, оно не устойчиво к малым возмущениям правой части уравнения и задача является некорректной по Адамару.

Известны методы получения устойчивых приближенных решений уравнения (1), использующие некоторую априорную информацию. Она позволяет выделить компактное множество функций S, включающее решение, или задать шар известного радиуса δ, содержащий возмущения правой части уравнения [1, 3].

Во многих практических задачах возмущения правой части уравнения случайны и адекватным является статистическое описание как исходных данных, так и приближенных решений. Разработаны статистические методы оценивания решения уравнения (1), опирающиеся на априорное знание компактного множества S, содержащего решение, а также ковариационного оператора случайных возмущений правой части (1), описываемых в виде случайного процесса в оснащенном гильбертовом пространстве [4].

При использовании указанных методов решения уравнения (1) на практике возникают известные трудности. Во-первых, априорная информация о решении и возмущениях правой части уравнения (1) часто носит качественный характер. Например, это могут быть сведения о гладкости решения и негладкости исходных данных, не содержащие соответствующих количественных характеристик. Такая информация не позволяет выделить нужный компакт S и задать с необходимой точностью характеристики интенсивности возмущений, такие как δ или дисперсия при статистическом описании. Во-вторых, исходные данные, полученные на опыте, как правило, конечномерны и приходится строить конечномер-