

ЛИТЕРАТУРА

1. Климков Ю. М. Прикладная лазерная оптика.— М.: Машиностроение, 1985.
2. Ламекин П. И., Предко К. Г. Изменение поляризационной структуры лазерного излучения линзовыми системами // Квантовая электрон.— 1982.— Т. 9, № 11.
3. Hartmann M., Braat J., Jacobs B. Erasable magneto-optical recording media // IEEE Trans. Magn.— 1984.— V. MAG-20, N 5.— P. 1013—1018.
4. Sato K. Measurement of magneto-optical Kerr effect using piezo-birefringent modulator // Jap. J. Appl. Phys.— 1981.— V. 20, N 12.— P. 2403—2409.
5. Bell A. E., Bartolini R. A., Spang F. W. Optical recording with the encapsulated titanium trilayer // RCA Rev.— 1979.— V. 40.— P. 342—345.
6. Скворцов Г. Е., Панов В. А., Поляков Н. И., Федин Л. А. Микроскопы.— Л.: Машиностроение, 1969.
7. А. С. 1254549 (СССР). Устройство для воспроизведения записи информации на посетитель с магнитооптическим регистрирующим слоем/М. П. Иващенко, А. Ю. Дыбань, В. М. Коломиец и др.— Оpubл. в БИ, 1986, № 32.

Поступила в редакцию 13 февраля 1986 г.

УДК 535.317.1

И. Н. ТРОИЦКИЙ, М. С. УМАНСКИЙ

(Москва)

АНАЛИЗ АЛГОРИТМА АППРОКСИМАЦИИ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ ПОЛИНОМАМИ В УСЛОВИЯХ ФЛУКТУИРУЮЩЕГО ИНФОРМАЦИОННОГО СИГНАЛА

Постановка задачи. Один из возможных алгоритмов восстановления томографических изображений основывается на аппроксимации проекций полиномами [1]. Если бы проекции регистрировались без искажений, то чем точнее была бы данная аппроксимация, тем точнее было бы и восстановление. При наличии искажений, обусловленных, например, флуктуациями информационного сигнала, сформулированное утверждение оказывается неверным. Более того, для каждого уровня флуктуаций существует «оптимальная точность» аппроксимации, обеспечивающая минимальную ошибку восстановления.

Задача настоящей работы состоит в том, чтобы получить и проанализировать общие выражения, позволяющие определить эту «оптимальную точность» для двух случаев: когда проекция наблюдается в аддитивном шуме и когда описывается пуассоновским потоком случайных точек.

Обозначения и исходные соотношения. Будем придерживаться обозначений, которые уже использовались и пояснялись в [2]. Восстанавливаемую функцию будем обозначать через $f(x, y)$, а через $R(s, \varphi)$ — ее проекцию на ось s , которая с осью x составляет угол φ . Область Ω определения функции $f(x, y)$ будем считать кругом, отнормированным таким образом, что его радиус равен единице. Тогда

$$R(s, \varphi) = \int_{-\sqrt{1-s^2}}^{\sqrt{1-s^2}} f(s \cos \varphi - \rho \sin \varphi, s \sin \varphi + \rho \cos \varphi) d\rho. \quad (1)$$

Пусть $\Phi_{m,n}(x, y)$ и $\Psi_{m,n}(s, \varphi)$ — полные системы ортогональных функций, так что при достаточно общих предположениях функции $f(x, y)$ и $R(s, \varphi)$ могут быть разложены по этим системам. Для $f(x, y)$ и $R(s, \varphi)$, связанных соотношением (1), можно подобрать такие системы функций $\Phi_{m,n}(x, y)$ и $\Psi_{m,n}(s, \varphi)$, что данные разложения будут иметь

одни и те же коэффициенты $C_{m,n}$. Так, это условие выполняется, когда $\Psi_{m,n}(s, \varphi) = e^{in\varphi} U_m(s)$, где $U_m(s)$ — полином Чебышева второго рода порядка m , а $\Phi_{m,n}(x, y) = \Phi_{m,n}(r \cos \varphi, r \sin \varphi) = \frac{m+1}{\pi} P_m^n(r) e^{in\varphi}$, где $P_m^n(r)$ — полиномы Цернике [3].

В этом случае [1] коэффициенты разложения $C_{m,n}$ удовлетворяют условию

$$C_{m,n} = 0, \text{ если } |n| > m \quad (2)$$

или если сумма $m+n$ является нечетной. Остальные коэффициенты могут быть найдены по проекциям $R(s, \varphi)$

$$C_{m,n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\varphi} \int_{-1}^1 R(s, \varphi) U_m(s) ds d\varphi. \quad (3)$$

При этом искомая функция определяется равенством

$$f(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m C_{m,n} \Phi_{m,n}(x, y). \quad (4)$$

Наличие флуктуаций, сопровождающих процесс регистрации, приводит к тому, что получаемые проекции описываются случайной функцией $\widehat{R}(s, \varphi)$, не совпадающей с $R(s, \varphi)$. Вычисленные для $\widehat{R}(s, \varphi)$ по формуле (3) величины $\widehat{C}_{m,n}$ будут также случайны и также не будут совпадать с $C_{m,n}$.

В данной ситуации аппроксимация зарегистрированной проекции означает использование ограниченного числа коэффициентов $C_{m,n}$. В соответствии с равенством (4) это число естественно определить величиной M , до которой изменяется индекс m , считая, что для каждого текущего значения m определяются все коэффициенты $C_{m,n}$, необходимые для вычисления по формуле (4). При такой аппроксимации и для флуктуирующей проекции $\widehat{R}(s, \varphi)$ восстанавливаемая функция имеет вид

$$\widehat{f}(x, y) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=-m}^m \widehat{C}_{m,n} \Phi_{m,n}(x, y), \quad (5)$$

где

$$\widehat{C}_{m,n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\varphi} \int_{-1}^1 \widehat{R}(s, \varphi) U_m(s) ds d\varphi. \quad (6)$$

Интегральная характеристика точности восстановления. В качестве характеристики точности восстановления примем отнормированную величину Δ усредненного и проинтегрированного квадратичного отклонения искомой функции $f(x, y)$ от восстановленной $\widehat{f}(x, y)$, определяемой равенством (5)

$$\Delta = \frac{1}{A^2 s_0} \int_{\Omega} \int [f(x, y) - \widehat{f}(x, y)]^2 dx dy, \quad (7)$$

где $A = \frac{1}{s_0} \int_{\Omega} \int f(x, y) dx dy$; s_0 — площадь области Ω .

Учитывая, что $\overline{[f(x, y) - \widehat{f}(x, y)]^2} = \overline{[f(x, y) - \overline{\widehat{f}(x, y)}]^2} + \overline{[\widehat{f}(x, y) - \overline{\widehat{f}(x, y)}]^2}$, величину (7) можно представить в виде суммы двух слагаемых

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2, \quad (8)$$

где

$$\Delta_1 = \frac{1}{A^2 s_0} \int_{\Omega} \int [f(x, y) - \overline{\widehat{f}(x, y)}]^2 dx dy, \quad (9)$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{A^2 s_0} \int_{\Omega} \int [\widehat{f}(x, y) - \overline{\widehat{f}(x, y)}]^2 dx dy. \quad (10)$$

Так как

$$\overline{\widehat{f}(x, y)} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=-m}^m \overline{\widehat{C}_{m,n}} \Phi_{m,n}(x, y), \quad (11)$$

подставляя (11) в (10), получаем

$$\Delta_2 = \frac{1}{A^2 s_0} \sum_{m_1=0}^M \sum_{n_1=-m_1}^{m_1} \sum_{m_2=0}^M \sum_{n_2=-m_2}^{m_2} \overline{[\widehat{C}_{m_1, n_1} - \overline{\widehat{C}_{m_1, n_1}}]} \times$$

где $\sigma_{m,n}^2 = \overline{|\widehat{C}_{m,n} - \overline{\widehat{C}_{m,n}}|^2}$. При переходе в (11) к (10) было учтено, что

$$\iint_{\Omega} \Phi_{m_1, n_1}(x, y) \Phi_{m_2, n_2}(x, y) dx dy = \frac{m+1}{\pi} \delta_{m_1, m_2} \delta_{n_1, -n_2}, \quad (13)$$

где δ — символ Кронекера.

Часто оценка $\overline{\widehat{C}_{m,n}}$ оказывается такой, что ее среднее значение равно истинному

$$\overline{\widehat{C}_{m,n}} = C_{m,n}. \quad (14)$$

Тогда, подставляя в (9) $f(x, y)$ (4), $\overline{\widehat{f}(x, y)}$ (11), учитывая (13) и (14), а также то, что согласно (4)

$$C_{m,-n} = \frac{\pi}{m+1} \iint_{\Omega} f(x, y) \Phi_{m,n}(x, y) dx dy, \quad (15)$$

получаем

$$\Delta_1 = \frac{1}{A^2 s_0} \left\{ \iint_{\Omega} f^2(x, y) dx dy - \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^M \sum_{n=-m}^m (m+1) |C_{m,n}|^2 \right\}. \quad (16)$$

Смысл представления величины Δ в виде суммы двух величин состоит в том, что слагаемое Δ_1 характеризует ошибку аппроксимации функции $f(x, y)$ M членами ряда (4), а слагаемое Δ_2 — ошибку, возникающую из-за неточности измерения коэффициентов $C_{m,n}$. Действительно, Δ_2 складывается из дисперсий оценок коэффициентов $\overline{\widehat{C}_{m,n}}$ и, следовательно, с увеличением M возрастает. Величина Δ_1 , наоборот, с ростом M уменьшается и в пределе при $M \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Поэтому при заданных условиях регистрации проекций, которые и определяют величины $\sigma_{m,n}^2$, существует такое оптимальное число M , при котором величина Δ будет минимальна.

Из сказанного следует, что для нахождения этого оптимального числа M необходимо прежде всего определить значения дисперсий $\sigma_{m,n}^2$. Рассмотрим две конкретные ситуации.

Проекция в аддитивном шуме. Предположим, что зарегистрированную проекцию $\widehat{R}(s, \varphi)$ можно представить [2] как сумму истинной $R(s, \varphi)$ и некоторой случайной функции $n_0(s, \varphi)$

$$\widehat{R}(s, \varphi) = R(s, \varphi) + n_0(s, \varphi). \quad (17)$$

Пусть [2] $\overline{n_0(s, \varphi)} = 0$,

$$\overline{n_0(s_1, \varphi_1) n_0(s_2, \varphi_2)} = k(s_1 - s_2) \delta(\varphi_1 - \varphi_2) + N_0 \delta(s_1 - s_2) \delta(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (18)$$

где $k(s_1 - s_2)$ — некоторая функция; N_0 — спектральная плотность δ -коррелированной составляющей.

Усредняя выражение (6) с учетом (18), убеждаемся, что условие (14) выполняется. Принимая во внимание это обстоятельство, а также (6) и (17), находим

$$\begin{aligned} \sigma_{m,n}^2 &= |\widehat{C}_{m,n} - \overline{C}_{m,n}|^2 = \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\varphi} \int_{-1}^1 n(s, \varphi) U_m(s) ds d\varphi \right|^2 = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in(\varphi_1 - \varphi_2)} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 n_0(s_1, \varphi_1) n_0(s_2, \varphi_2) U_m(s_1) U_m(s_2) ds_1 ds_2 d\varphi_1 d\varphi_2. \end{aligned} \quad (19)$$

Подставляя (18) в (19), приходим к выражению

$$\sigma_{m,n}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 k(s_1 - s_2) U_m(s_1) U_m(s_2) ds_1 ds_2 + \frac{N_0}{2\pi} \int_{-1}^1 U_m^2(s) ds, \quad (20)$$

из которого, в частности, следует, что $\sigma_{m,n}^2$ не зависит от индекса n , так что

$$\sigma_{m,n}^2 = \sigma_m^2. \quad (21)$$

Второй вывод, который можно сделать из (20) и который является следствием аддитивности шума, — это независимость дисперсии σ_m^2 от вида восстанавливаемой функции.

Рассмотрим более подробно случай, когда присутствует только δ -коррелированная помеха. Тогда σ_m^2 определяется только вторым слагаемым (20). Если, как в [2], ввести отношение сигнал/шум $q_0 = \frac{1}{N_0} B$,

где $B = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 ds R^2(s, \varphi)$, то

$$\sigma_m^2 = \frac{B}{2\pi q_0} \int_{-1}^1 U_m^2(s) ds. \quad (22)$$

Отношение среднеквадратичного отклонения σ_m к модулю среднего значения соответствующего коэффициента, характеризующее относительную точность оценки $\widehat{C}_{m,n}$, равно

$$h_{m,n} = \frac{\sigma_m}{|\widehat{C}_{m,n}|} = \sqrt{\frac{B}{2\pi q_0}} \frac{\sqrt{\int_{-1}^1 U_m^2(s) ds}}{\left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\varphi} \int_{-1}^1 R(s, \varphi) U_m(s) ds d\varphi \right|}. \quad (23)$$

Подставляя (21) в (12) и суммируя по n с учетом только тех значений, для которых не выполняется условие (2), имеем

$$\Delta_2 = \frac{B}{2\pi^2 A^2 s_0 q_0} \sum_{m=0}^M (m+1)^2 \int_{-1}^1 U_m^2(s) ds = \frac{B}{\pi^2 A^2 s_0 q_0} \sum_{m=0}^M (m+1)^2 \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{2k-1}. \quad (24)$$

В качестве иллюстрации в табл. 1 приводятся отнормированные значения Δ_2 для $2 \leq M \leq 20$. Заметим, что для каждого M используется $\frac{1}{2}(M+1)(M+2)$ членов, так что, например для последнего $M=20$, привлекается 231 аппроксимирующий член.

Таблица 1

M	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$\frac{2\pi^2 A^2 s_0 \gamma_0}{B} \Delta_2$	40	183	510	1105	2060	3466	5420	8018	11 363	15 555

Проекция как совокупность точек из пуассоновского потока. Часто при использовании в томографии различных видов электромагнитного излучения (оптического, рентгеновского) проекция регистрируется на соответствующей пленке, чувствительной к данному диапазону. Тогда детальное описание такой проекции — это задание координат $\{s_k, \varphi_k\}$, $k = 1, \dots, N$, тех точек пленки, в которых имело место взаимодействие квантов используемого излучения с веществом. В силу квантового характера взаимодействия значения $\{s_k, \varphi_k\}$ и их суммарное число N являются случайными. При весьма общих условиях [4, 5] эти точки описываются пуассоновским потоком, так что

$$P(s_1, \varphi_1, \dots, s_N, \varphi_N) = \frac{1}{N!} \prod_{k=1}^N R(s_k, \varphi_k) \exp \left\{ - \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 R(s, \varphi) ds \right\}, \quad (25)$$

где $R(s, \varphi)$ отнормировано таким образом, что среднее число \bar{N} всех точек, провзаимодействовавших с излучением, равно

$$\bar{N} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 R(s, \varphi) ds. \quad (26)$$

В рассматриваемом случае зарегистрированная проекция записывается в виде

$$\widehat{R}(s, \varphi) = \sum_{k=1}^N \delta(s - s_k) \delta(\varphi - \varphi_k). \quad (27)$$

Подставляя (27) в (6), имеем

$$\widehat{C}_{m,n} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N U_m(s_k) e^{-in\varphi_k}. \quad (28)$$

Привлекая методику усреднения, изложенную, например, в [6], находим, что среднее значение оценки (28) удовлетворяет равенству (14), а ее дисперсия равна

$$\begin{aligned} \sigma_{m,n}^2 &= \overline{|\widehat{C}_{m,n} - \bar{C}_{m,n}|^2} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 R(s, \varphi) U_m^2(s) ds = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\bar{N}}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 R_H(s, \varphi) U_m^2(s) ds, \end{aligned} \quad (29)$$

где $R_H(s, \varphi) = R(s, \varphi) \left/ \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 R(s, \varphi) ds \right. = 4\pi R(s, \varphi) / \bar{N}$.

Так же как и (20), величина (29) не зависит от индекса n , но в отличие от (20) она зависит от вида проекции $R(s, \varphi)$ восстанавливаемой функции. Отношение σ_m к $|C_{m,n}|$ в данном случае равно

$$h_{m,n} = 2\sqrt{\frac{\pi}{\bar{N}}} \sqrt{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 R_H(s, \varphi) U_m^2(s) ds} \left\| \int_0^{2\pi} e^{-in\varphi} \int_{-1}^1 R_H(s, \varphi) U_m(s) ds d\varphi \right\|. \quad (30)$$

Подставляя (29) в (12), суммируя по n и учитывая, что, согласно определению, \bar{N} и A связаны между собой равенством $A = \bar{N}/2\pi s_0$, находим

$$\Delta_2 = \frac{s_0}{\bar{N}(2\pi)^2} \sum_{m=0}^M (m+1)^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 R_n(s, \varphi) U_m^2(s) ds. \quad (31)$$

Полученные выражения (24) и (31) с учетом (16) и (18) позволяют для двух рассмотренных ситуаций определить оптимальные условия томографирования при использовании данного алгоритма восстановления. Пусть известны мощность информационного сигнала и чувствительность регистратора. Это означает, что для первой ситуации рассчитано отношение сигнал/шум q_0 , а для второй — \bar{N} . Тогда для выбранного эталонного объекта определяются функция $R(s, \varphi)$, описывающая его проекции, и коэффициенты $C_{m,n}$. Затем рассчитываются величины Δ_1 , Δ_2 и их сумма Δ , которая, согласно проведенным выше исследованиям, с ростом M вначале будет уменьшаться, а затем после некоторого его значения увеличиваться. Это значение для заданных условий и для объектов, похожих на выбранный эталонный объект, является близким к оптимальному.

На практике представляет интерес и несколько иная постановка задачи — определить необходимые значения q_0 и \bar{N} , при которых будет обеспечена заданная точность восстановления Δ некоторого эталонного объекта. Тогда для этого объекта по формуле (16) рассчитывается величина Δ_1 и определяется такое число $M = M_0$, при котором $\Delta_1 \approx 0,5\Delta_0$. Это число определяет количество аппроксимирующих полиномов $\left(\frac{1}{2}(M_0 + 1)(M_0 + 2)\right)$, которое необходимо использовать для обеспечения требуемой точности восстановления. Для $M = M_0$ рассчитывается Δ_2 и находятся такие величины q_0 или \bar{N} , при которых $\Delta_2 \approx 0,5\Delta_1$. Найденные таким образом значения $q_0(\bar{N})$ и определяют требования к мощности информационного сигнала и чувствительности регистратора.

Иллюстративный пример. Пусть эталонный объект описывается функцией $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$. Тогда $R(s, \varphi) = \frac{\pi}{2}(1 - s^2)$; $A = \frac{2}{3}$; $B = \frac{8}{15}\pi^3$. По формуле (3) находим, что для четных значений m

$$C_{m,0} = \frac{\pi}{2} \int_{-1}^1 \sqrt{1 - s^2} \sin[(m+1) \arccos s] ds = -\frac{2\pi}{(m^2 - 1)(m+3)}, \quad (32)$$

а все другие коэффициенты $C_{m,n}$ равны нулю.

Равенство (16) в данном случае принимает вид

$$\Delta_1 = 1,125 - 9 \sum_m (m+1)^{-1} (m-1)^{-2} (m+3)^{-2}, \quad (33)$$

где суммирование проводится только по четным m и $m \leq M$.

Значения Δ_1 для $2 \leq M \leq 20$ приводятся в табл. 2.

Таблица 2

M	2	4	6	8	10
Δ_1	$5 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$5,6 \cdot 10^{-5}$

Окончание табл. 2

M	12	14	16	18	20
Δ_1	$3 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-6}$	$6,3 \cdot 10^{-6}$

Таблица 3

m	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$h_{m,n}^a \sqrt{q_0}$	6,8	51	160	365	694	1179	1850	2740	3880	5303
$h_{m,n}^n \sqrt{N}$	4,5	31,5	94	206	382	637	984	1438	2013	2723

После интегрирования в равенстве (29) получаем

$$\sigma_m^2 = \frac{3}{16} \frac{\bar{N}}{\pi^2} \left[1 + \frac{1}{(2m+3)(2m+1)} \right]. \quad (34)$$

С учетом (22), (32), (34) выражения для $h_{m,n}$ в случае аддитивного шума $h_{m,n}^a$ и пуассоновского потока $h_{m,n}^n$ определяются равенствами (m — четные)

$$h_{m,n}^a = \frac{1}{\sqrt{15q_0}} |m^2 - 1| (m+3) \sqrt{\sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{2k-1}}, \quad (35)$$

$$h_{m,n}^n = \frac{1}{2\sqrt{3N}} |m^2 - 1| (m+3) \sqrt{1 + \frac{1}{(2m+3)(2m+1)}}. \quad (36)$$

В табл. 3 приведены значения $h_{m,n}^a$ и $h_{m,n}^n$ в зависимости от индекса m . С ростом индекса аппроксимирующего полинома m величины $h_{m,n}^a$ и $h_{m,n}^n$ монотонно возрастают.

В соответствии с (24) и (31) имеем

$$\Delta_2^a = \frac{3}{5q_0} \sum_{m=0}^M (m+1)^2 \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{2k-1}, \quad (37)$$

$$\Delta_2^n = \frac{1}{3N} \sum_{m=0}^M (m+1)^2 \left[1 + \frac{1}{(2m+3)(2m+1)} \right]. \quad (38)$$

Выражения (37) и (38) совместно с (33) позволяют количественно оформить все проведенные ранее рассуждения. Так, на рис. 1 и 2 представлены зависимости величины Δ от числа M . Из этих рисунков видно, что минимума величина Δ достигает при $q_0 = 10^6$ для $M = 6$, при $q_0 =$

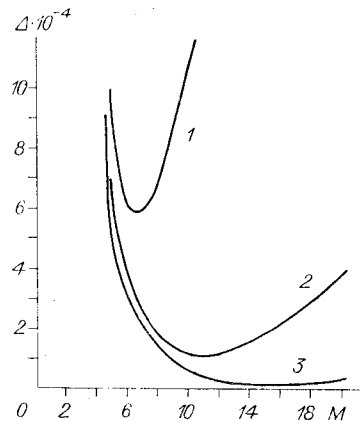


Рис. 1. Зависимость точности восстановления величины Δ от числа M для отношений сигнал/шум: кривая 1 — $q_0 = 10^6$; 2 — $2,3 \cdot 10^7$; 3 — $4 \cdot 10^8$

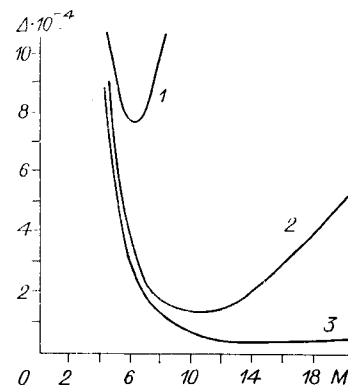


Рис. 2. Зависимость точности восстановления величины Δ от числа M для среднего числа зарегистрированных центров взаимодействия: кривая 1 — $\bar{N} = 10^5$; 2 — $2 \cdot 10^6$; 3 — $2 \cdot 10^7$

$= 2,3 \cdot 10^7$ для $M = 10$, при $q_0 = 4 \cdot 10^8$ для $M = 16$, а в случае пуассоновского потока — при $\bar{N} = 10^5$ для $M = 6$, при $\bar{N} = 2 \cdot 10^6$ для $M = 10$, при $\bar{N} = 2 \cdot 10^7$ для $M = 12$.

Сравнивая рис. 1 и 2, можно также сделать вывод о том, что общий ход зависимостей $\Delta = \Delta(M)$ примерно одинаков как в случае наблюдения сигнала в аддитивном шуме, так и для ситуации, когда информационный сигнал описывается пуассоновским потоком. В частности, для небольших значений q_0 и \bar{N} зависимости $\Delta(M)$ имеют более «резкий» минимум, а при увеличении q_0 и \bar{N} область значений M , близких к оптимальному, увеличивается, причем менее чувствительным оказывается отклонение M от оптимального в сторону больших значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Луитт Р. М. Алгоритмы реконструкции с использованием интегральных преобразований // ТИИЭР.— 1983.— Т. 71, № 3.
2. Моисеев В. Н., Троицкий И. Н., Устинов Н. Д. Потенциальная точность томографического процесса // Автометрия.— 1987.— № 1.
3. Бори М., Вольф Э. Основы оптики.— М.: Наука, 1973.
4. Троицкий И. Н. Выбор отношения сигнал/шум и размера считывающей апертуры в радиографии // Дефектоскопия.— 1974.— № 2.
5. Заворуев Ю. В., Троицкий И. Н. К вопросу определения оптимальных параметров фотозмульсионного слоя // ЖНиПФиК.— 1976.— № 4.
6. Заворуев Ю. В., Троицкий И. Н. Об оптимальном числе коэффициентов обобщенного ряда Фурье при распознавании маломощных оптических изображений // Автометрия.— 1977.— № 4.

Поступила в редакцию 29 ноября 1985 г.

УДК 535.317.1

В. А. ТИХОМИРОВ, И. Н. ТРОИЦКИЙ, А. Г. ШЕБАЛИН
(Москва)

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Постановка задачи. Одной из важных задач, которые необходимо решать при постановке томографического эксперимента, является определение минимального уровня информационного сигнала, необходимого для восстановления томографических изображений [1]. Теоретическое рассмотрение этого вопроса часто ограничивается учетом только отдельных факторов, что объясняется громоздкостью соответствующих расчетов. Более полно данная задача может быть решена методом статистического моделирования томографического процесса, при котором становится проще учет различных факторов, определяющих качество изображения. Такой метод позволяет определить необходимый уровень сигнала как на основании непосредственного зрительного анализа качества изображений, смоделированных при различных условиях, так и путем набора статистических данных их качества, оцененного по тому или иному критерию. В самом общем виде для проведения статистического моделирования необходимо последовательное выполнение следующих этапов:

1. Математическое описание анализируемого метода получения томографического изображения из имеющихся зарегистрированных проекций (исходных данных), т. е. алгоритма восстановления.

2. Формирование математической (детерминистской и статистической) модели исходных данных.

3. Статистическое моделирование исходных данных.