АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 5 1987

ОБРАБОТКА И ХРАНЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ ОПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

УДК 772.99 : 681.327.5

В. А. ДОМБРОВСКИЙ
(Новосибирск)

СТАТИСТИКА ПЕРЕКРЕСТНЫХ ПОМЕХ ГОЛОГРАММ В ГЗУ

Плотность записи в голографических ЗУ ограничивается линейными [1—5] и нелинейными [6, 7] перекрестными шумами, несовершенством регистрирующей среды [8, 9] и аберрациями оптической системы [10, 11]. Для оценки максимальной плотности записи при заданной достоверности чтения необходимо знать статистические характеристики восстановленного изображения [12]: контраст $K = \bar{P}^1/\bar{P}^0$, отношение сигнал/шум $(\text{С/Ш})^{1,0} = \bar{P}^{1,0}/\sqrt{D[P^{1,0}]}$ ($\bar{P}^{1,0}$, $D[P^{1,0}]$ — среднее значение и дисперсия мощности оптических «единиц» P^1 и «нулей» P^0).

В [5, 7—9] получены статистические характеристики восстановленного изображения и даны оценки достоверности чтения с учетом нелинейности [7] и шума рассеяния [8] регистрирующей среды, перекрестных дифракционных помех [5] и микродефектов на фурье-голограмме [9].

Однако остается недостаточно изученной статистика линейных перекрестных помех голограмм (ППГ). Эти помехи обусловлены восстановлением изображений из соседних голограмм периферийными участками гауссова восстанавливающего пучка.

Цель работы — исследование влияния перекрестных помех голограмм на статистические характеристики восстановленного изображения, а также на достоверность чтения в зависимости от плотности записи, соотношения размеров восстанавливающего пучка и голограммы и аберраций восстанавливающего пучка.

Предположим, что запись и восстановление фурье-голограмм производятся в традиционной оптической схеме ГЗУ [1]. В приближении линейной регистрации тонкой амплитудной голограммы и гауссовых сигнального, опорного и восстанавливающего пучков выражение для мощности ν, μ-го информационного пучка, восстановленного из i, j-й голограммы, при считывании центральной голограммы в соответствии с [5] имеет вид

$$P_{i,j} = \eta_{\text{г}i,j}|A_{i,j;\,\nu,\mu}|^2 T_{i,j}, \tag{1}$$

где

$$T_{i,j} = \exp\left\{-\frac{2q}{w_{\text{в}}^2}\left[(ih-\xi_0)^2 + (jh-\eta_0)^2\right]\right\}; \tag{2}$$

$$q = 1 - \frac{W^2}{w_{\text{в}}^2};\ \frac{1}{W^2} = \frac{1}{w_{\text{с}}^2} + \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{w_{\text{в}}^2};\ w_{\text{с}},\ w_0,\ w_{\text{в}}\ \text{и}\ W —$$

радиусы сигнального, опорного, восстанавливающего и восстановленного пучков на уровне e^{-2} по интенсивности в плоскости голограммы; h — расстояние между голограммами; ξ_0 и η_0 — смещения восстанавливающего пучка с голограммы по координатам ξ и η; $\eta_{\text{г}i,j}$ — дифракционная эффективность i, j-й голограммы в матрице; $A_{i,j,\nu,\mu}$ — амплитуда ν, μ-го сигнального пучка, восстановленного из i, j-й голограммы. В вы-

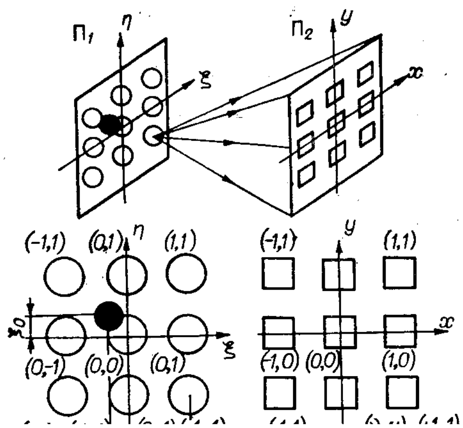


Рис. 1. Схема восстановления голограммы: Π_1 — плоскость матрицы голограмм; Π_2 — плоскость восстановленного изображения

ражении (1) несущественные константы опущены. Принятые обозначения поясняются на рис. 1.

Мощность сигнального пучка, восстановленного из центральной (i, $j=0$) голограммы,

$$P^{1,0}_{0,0} = \eta_{\text{г}0,0} \left| A^{1,0}_{0,0;\nu,\mu} \right|^2 T_{0,0}. \qquad (3)$$

Верхние индексы в (3) показывают, что оптическая «единица» или

Параметры $\eta_\text{г}$, A, ξ_0, η_0, входящие в выражение (1), являются случайными величинами. Разброс дифракционной эффективности $\eta_\text{г}$ голограмм в матрице обусловлен неравномерностью усадки эмульсии по голографической пластинке после ее обработки, нестабильностью мощности лазерного пучка при записи голограмм [13]. Флуктуации амплитуды сигнального восстановленного пучка A вызваны разбросом пропускания ячеек управляемого транспаранта, неравномерностью его освещения, перекрестными шумами [1—7]. Погрешность адресации восстанавливающего пучка ξ_0, η_0 связана с аберрациями оптической системы, с угловой нестабильностью диаграммы направленности лазерного пучка и т. д. [14]. Таким образом, и мощность $P_{i,j}$, равная произведению этих параметров,— случайная величина. Для того чтобы найти статистические параметры сигнала и перекрестной помехи (математическое ожидание $M[\cdot]$ и дисперсию $D[\cdot]$), воспользуемся теоремами о числовых характеристиках случайных величин [15]. В предположении, что параметры $\eta_\text{г}$, A, $T_{i,j}$ являются независимыми случайными величинами для математического ожидания $M[P_{i,j}]$ и дисперсии $D[P_{i,j}]$ мощности $P_{i,j}$ сигнального пучка, восстановленного из i, j-й голограммы, получим

$$\begin{aligned} M[P_{i,j}] &= M[\eta_\text{г}]M[|A|^2]M[T_{i,j}];\\ D[P_{i,j}] &= (D[\eta_\text{г}]D[|A|^2] + D[\eta_\text{г}]M^2[|A|^2] + M^2[\eta_\text{г}]D[|A|^2])\times\\ &\times(M^2[T_{i,j}] + D[T_{i,j}]) + D[T_{i,j}]M^2[\eta_\text{г}]M^2[|A|^2]. \end{aligned} \qquad (6)$$

Здесь усреднение проводится по всем голограммам в матрице (индексы k, l), элементам в восстановленном изображении (ν, μ), а также по положению считывающего пучка на голограмме (ξ_0, η_0):

$$M[\eta_\text{г}] = \frac{1}{n}\sum_{k,l}\eta_{k,l};\quad M[|A|^2] = \frac{1}{nm}\sum_{k,l}\sum_{\nu,\mu}|A_{k,l;\nu,\mu}|^2;$$

n и m — соответственно количество голограмм в матрице и разрядных ячеек в странице. Через коэффициент вариации ($\sigma_x = \sqrt{D[x]}/M[x]$) последнее выражение перепишется в виде

$$D\,[P_{i,j}] = M^2\,[P_{i,j}]\,\{(\sigma_\eta^2\sigma_A^2 + \sigma_A^2 + \sigma_\eta^2)(1+\sigma_{Ti,j}^2) + \sigma_{Ti,j}^2\}. \qquad (7)$$

Предположим, что вероятность найти в рассматриваемой ячейке транспаранта оптическую «единицу» ($|A^1|^2 = I^1$) равна Q, а «нуль» ($|A^0|^2 = I^0$) — соответственно $(1-Q)$. Тогда

$$M[|A|^2] = QM[I^1] + (1-Q)M[I^0], \qquad (8)$$

а

$$D[|A|^2] = M[|A|^4] - M^2[|A|^2] = QD[I^1] + (1-Q)D[I^0] + Q(1-Q)(M[I^1] - M[I^0])^2. \qquad (9)$$

Обычно $M[I^1] \gg M[I^0]$, $D[I^1] \gg D[I^0]$. В этом случае (8) и (9) преобразуются в

$$M[|A|^2] = QM[I^1]; \qquad (10)$$

$$D[|A|^2] = QD[I^1] + Q(1-Q)M^2[I^1]. \qquad (11)$$

Из (10) и (11) коэффициент вариации

$$\sigma_A = \frac{\sqrt{D[|A|^2]}}{M[|A|^2]} = \frac{1}{\sqrt{Q}}\sqrt{(\sigma^1)^2 + 1 - Q}, \qquad (12)$$

где $\sigma^1 = \sqrt{D[I^1]}/M[I^1]$ — коэффициент вариации мощности оптической «единицы» в восстановленном изображении без учета перекрестной помехи голограмм.

Определим теперь математическое ожидание $M[T_{i,j}]$ и коэффициент вариации $\sigma_{Ti,j}$. Параметр $T_{i,j}$, как следует из (2), зависит от смещений ξ_0 и η_0 восстанавливающего пучка относительно голограммы соответственно по координатам ξ и η. Если известны функции φ_ξ и φ_η распределения плотности вероятности случайных величин ξ_0 и η_0 соответственно, то для моментов n-го порядка случайной величины $T_{i,j}$ имеем

$$M\,[T_{i,j}^n] = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\!\!\int T_{i,j}^n \varphi_\xi \varphi_\eta d\xi_0 d\eta_0. \qquad (13)$$

Пусть функции плотности вероятности случайных величин ξ_0 и η_0 подчиняются нормальным законам

$$\varphi_\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\xi}}\exp\left\{-\frac{(\xi_0 - M_\xi)^2}{2D_\xi}\right\}; \quad \varphi_\eta = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\eta}}\exp\left\{-\frac{(\eta_0 - M_\eta)^2}{2D_\eta}\right\}. \qquad (14)$$

Здесь $M_\xi = M[\xi_0]$, $D_\xi = D[\xi_0]$. Подставляя (2), (14) в (13) и выполняя интегрирование по ξ_0 и η_0, в предположении $D_\xi = D_\eta$ получим

$$M\,[T_{i,j}^n] = R_{\text{п}}^{-1}\exp\left\{-\frac{n\Delta}{2R_{\text{п}}}\left[\left(\delta_\xi - i\frac{\beta_H}{L}\right)^2 + \left(\delta_\eta - j\frac{\beta_H}{L}\right)^2\right]\right\}, \qquad (15)$$

где $\Delta = 16\left(1 - \frac{1}{L^2}\right)$; $R_{\text{п}} = 1 + n\Delta\sigma_\xi^2$; $L = \frac{w_{\text{в}}}{W}$ — отношение радиусов восстанавливающего и восстановленного пучков; $\beta_H = h/2W$ — скважность голограмм в матрице; $\delta_\xi = M_\xi/2w_{\text{в}}$, $\delta_\eta = M_\eta/2w_{\text{в}}$ и $\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi}/2w_{\text{в}}$ — относительные средние и относительное среднеквадратическое отклонение смещения восстанавливающего пучка с голограммы. С учетом (15) математическое ожидание $M[T_{i,j}]$ и коэффициент вариации $\sigma_{Ti,j}$ запишутся в виде

$$M\,[T_{i,j}] = R_1^{-1}\exp\left\{-\frac{\Delta}{2R_1}\left[\left(\delta_\xi - i\frac{\beta_H}{L}\right)^2 + \left(\delta_\eta - j\frac{\beta_H}{L}\right)^2\right]\right\}; \qquad (16)$$

$$\sigma_{Ti,j} = \left[\left(1 + \Delta^2\sigma_\xi^4\frac{R_1^2}{R_2^2}\right)\exp\left\{\frac{\Delta^2\sigma_\xi^2}{R_3}\left[\left(\delta_\xi - i\frac{\beta_H}{L}\right)^2 + \left(\delta_\eta - j\frac{\beta_H}{L}\right)^2\right]\right\} - 1\right]^{1/2}. \qquad (17)$$

При выводе (17) учитывалось, что $(\Delta\sigma_\xi^2)^2 \ll 1$. Применяя к выражению (3) теоремы о числовых характеристиках случайных величин и используя (16), (17), для математического ожидания и дисперсии мощности $P_0^{1,0}$ сигнального пучка, восстановленного из центральной голограммы, имеем

$$M\left[P_{0,0}^{1,0}\right] = M\left[I^{1,0}\right] R_1^{-1} \exp\left(-\frac{\Delta\delta_\xi^2}{R_1}\right); \tag{18}$$

$$D\left[P_{0,0}^{1,0}\right] = M^2\left[P_{0,0}^{1,0}\right]\left\{\left(\sigma_{\eta,I}^{1,0}\right)^2\left(1+\sigma_{T0}^2\right)+\sigma_{T0}^2\right\}, \tag{19}$$

где
$$\sigma_{T0} \simeq \sigma_{T0,0} \simeq \Delta\sigma_\xi\left[\delta_\xi^2\frac{2}{R_3}+\sigma_\xi^2\frac{R_1^2}{R_2^2}\right]^{1/2}; \tag{20}$$

$\sigma_{\eta I}^{1,0} = \sqrt{\sigma_\eta^2\left(\sigma^{1,0}\right)^2+\left(\sigma^{1,0}\right)^2+\sigma_\eta^2}$; $\sigma^{1,0} = \dfrac{\sqrt{D\left[I^{1,0}\right]}}{M\left[I^{1,0}\right]}$ — коэффициент вариации мощности оптических «единицы» и «нуля» в восстановленном изображении без учета перекрестных помех голограмм и смещения восстанавливающего пучка. При выводе (18), (19) учитывалось, что $\delta_\xi = \delta_\eta$, а $M[\eta_r] = 1$. В предположении σ_η^2, $\left(\sigma^{1,0}\right)^2$, $\sigma_{T0}^2 \ll 1$, что, как правило, хорошо выполняется на практике, из (18), (19) коэффициент вариации

$$\sigma_{\Sigma 0}^{1,0} = \frac{\sqrt{D\left[P_{0,0}^{1,0}\right]}}{M\left[P_{0,0}^{1,0}\right]} = \sqrt{\sigma_\eta^2+\left(\sigma^{1,0}\right)^2+\sigma_{T0}^2}. \tag{21}$$

Найдем математическое ожидание $M[P_\text{п}]$ и дисперсию $D[P_\text{п}]$ перекрестных помех голограмм, при этом ограничимся рассмотрением только четырех ближайших соседних голограмм, которые дают основной вклад в ППГ. В этом случае

$$M\left[P_\text{п}\right] = \sum_{\substack{i,j=-1\\ i,j\neq 0}}^{1} M\left[P_{i,j}\right]; \tag{22}$$

$$D\left[P_\text{п}\right] = \sum_{\substack{i,j=-1\\ i,i\neq 0}}^{1} D\left[P_{i,j}\right] + \sum_{\substack{i,j=-1\\ i,j\neq 0}}^{1}\ \sum_{\substack{i',j'=-1\\ i',j'\neq 0}}^{1} K_{i,j,i',j'}, \tag{23}$$

где
$$K_{i,j,i',j'} = M\left[\left(P_{i,j}-M\left[P_{i,j}\right]\right)\left(P_{i',j'}-M[P_{i,j}]\right)\right] \tag{24}$$

— корреляционный момент случайных величин $P_{i,j}$ и $P_{i',j'}$. С учетом (10), (16), а также того, что $\delta_\xi^2 = \delta_\eta^2 \ll 1$, выражение (22) преобразуется следующим образом:

$$M\left[P_\text{п}\right] = 4QM\left[I^1\right] R_1^{-1}\exp\left(-\frac{\Delta\beta_H^2}{2R_1L^2}\right)\operatorname{ch}\left(\frac{\Delta\beta_H\delta_\xi}{R_1L}\right). \tag{25}$$

Для расчета $\sum D\left[P_{i,j}\right]$ подставим (16) и (17) в (7) и проведем суммирование по четырем соседним голограммам:

$$\sum_{i,j=-1}^{1} D\left[P_{i,j}\right] = 4Q^2M^2\left[I^1\right]R_1^{-2}\exp\left(-\frac{\Delta\beta_H^2}{R_1L^2}\right)\times$$
$$\times\left\{\operatorname{ch}\left[2\Delta\delta_\xi\frac{\beta_H}{L}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{\Delta\sigma_\xi^2}{R_3}\right)\right]\sigma_\Sigma^2-\operatorname{ch}\left(2-\frac{\Delta\delta_\xi\beta_H}{R_1L}\right)\right\}; \tag{26}$$

$\sigma_\Sigma = \sqrt{\left(\sigma_{A\eta}^2+1\right)\left(\sigma_T^2+1\right)}$; $\sigma_{A\eta} = \sqrt{\sigma_A^2\sigma_\eta^2+\sigma_A^2+\sigma_\eta^2}$; $\sigma_T^2 \cong \exp\left(\dfrac{\Delta^2\sigma_\xi^2\beta_H^2}{R_3L^2}\right)-1$.

Перепишем (24) для корреляционного момента в виде

$$K_{i,j,i',j'} = Q^2M^2\left[I^1\right]\left(M\left[T_{i,j}T_{i',j'}\right]-M\left[T_{i,j}\right]M\left[T_{i',j'}\right]\right). \tag{27}$$

При условии $\xi_0^2, \eta_0^2 \ll h^2$ не равны нулю только два корреляционных момента: $K_{-1,0,1,0}$ и $K_{0,-1,0,1}$. При этом первый член в скобках в (27)

$$M[T_{-1,0}T_{1,0}] = M[T_{0,-1}T_{0,1}] = \exp\left(-\frac{\Delta\beta_H^2}{L^2}\right).$$

Второй член в (27) с использованием (16) примет вид

$$M[T_{-1,0}]\,M[T_{1,0}] = M[T_{0,-1}]\,M[T_{0,1}] = R_1^{-2}\exp\left(-\frac{\Delta\beta_H^2}{R_1L^2}\right).$$

Отсюда

$$K_{-1,0,1,0} = K_{0,-1,0,1} = Q^2M^2[I^1]\,R_1^{-2}\exp\left(-\frac{\Delta\beta_H^2}{R_1L^2}\right)\times$$

$$\times\left\{R_1^2\exp\left[-\frac{\Delta\beta_H^2}{L^2}\left(1-\frac{1}{R_1}\right)\right]-1\right\}. \qquad (28)$$

Подставляя (26), (28) в (23), для коэффициента вариации перекрестных помех голограмм $\sigma_п = \sqrt{D[P_п]}/M[P_п]$ получим

$$\sigma_п = \left[2\,\mathrm{ch}\left(\frac{\Delta\delta_\xi\beta_H}{R_1L}\right)\right]^{-1}\left\{\mathrm{ch}\left[2\Delta\delta_\xi\frac{\beta_H}{L}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{\Delta\sigma_\xi^2}{R_3}\right)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\sigma_\Sigma^2 - \mathrm{ch}\left(2\frac{\Delta\delta_\xi\beta_H}{R_1L}\right)+\frac{1}{2}\left[R_1^2\exp\left[-\frac{\Delta\beta_H^2}{L^2}\left(1-\frac{1}{R_1}\right)\right]-1\right]\right\}^{1/2}. \qquad (29)$$

С учетом (18) и (25) математическое ожидание суммарной мощности сигнала и помехи

$$M[P_c^{1,0}] = M[P_{0,0}^{1,0}] + M[P_п] = M[I^{1,0}]\exp\left(-\frac{\Delta\delta_\xi^2}{R_1}\right)\times$$

$$\times\left\{1+4Q\frac{M[I^1]}{M[I^{1,0}]}\exp\left[-\frac{\Delta}{2R_1}\left(\frac{\beta_H^2}{L^2}-2\delta_\xi^2\right)\right]\mathrm{ch}\left(\frac{\Delta\delta_\xi\beta_H}{R_1L}\right)\right\}. \qquad (30)$$

Из (30) контраст в восстановленном изображении

$$K = \frac{M[P_c^1]}{M[P_c^0]} = \frac{1+1/K_п}{1/K_и+1/K_п}, \qquad (31)$$

где
$$K_п = \frac{M[P_{0,0}^1]}{M[P_п]} = \left\{4Q\exp\left(\frac{-\Delta\beta_H^2}{2R_1L^2}\right)\mathrm{ch}\left(\frac{\delta_\xi\Delta\beta_H}{R_1L}\right)\right\}^{-1} - \qquad (32)$$

контраст перекрестных помех голограмм; $K_и = M[I^1]/M[I^0]$ — контраст в восстановленном изображении одной выделенной голограммы.

Наконец, найдем отношение сигнал/шум суммарной мощности сигнала и помехи. В силу независимости случайных величин в (5) дисперсия

$$D[P_c^{1,0}] = D[P_{0,0}^{1,0}] + D[P_п], \qquad (33)$$

или
$$D[P_c^{1,0}] = M^2[P_{0,0}^{1,0}](\sigma_{\Sigma 0}^{1,0})^2 + M^2[P_п]\,\sigma_п^2.$$

С учетом (30)—(33) выражения для отношений сигнал/шум оптических «единицы» (С/Ш)[1] и «нуля» (С/Ш)[0] соответственно примут вид

$$(\text{С/Ш})^1 = 1/\sigma_c^1 = \frac{K_п+1}{K_п}\left[\frac{\sigma_п^2}{K_п^2}+(\sigma_{\Sigma 0}^1)^2\right]^{-1/2}; \qquad (34)$$

$$(\text{С/Ш})^0 = 1/\sigma_c^0 = \frac{K_п+1}{K_п}\,\frac{K_и}{K}\left[\frac{K_и^2}{K_п^2}\sigma_п^2+(\sigma_{\Sigma 0}^0)^2\right]^{-1/2}, \qquad (35)$$

где
$$\sigma_{\Sigma 0}^{1,0} = \sqrt{\sigma_\eta^2+(\sigma^{1,0})^2+\sigma_{T0}^2}.$$

Первый член в (34), (35) обусловлен собственно перекрестными помехами, второй член $\sigma_{\Sigma}^{1,0}$ связан с разбросом дифракционной эффек-

$$\left(\frac{С}{Ш}\right)^1 = \frac{K_п + 1}{\sigma_п}; \quad \left(\frac{С}{Ш}\right)^0 = \frac{1}{\sigma_п}\left(1 + \frac{K_п}{K_и}\right), \tag{36}$$

где
$$K_п = \left\{4Q \exp\left[-8\left(1 - \frac{1}{L^2}\right)\frac{\beta_H^2}{L^2}\right]\right\}^{-1}; \quad \sigma_п = \frac{1}{2}\sqrt{1/Q - 1}.$$

Как следует из (36), отношение $(С/Ш)^0$ «нулей» при $K_и \gg K_п$ определяется хэмминговым весом страницы Q (например, при $Q = 0{,}5$ и $K_и = \infty$ $(С/Ш)^0 = 2$); отношение $(С/Ш)^1$ «единиц» зависит от контраста $K_п$ (при $Q = 0{,}5$ $(С/Ш)^1 = 2\ (K_п + 1)$). Контраст $K_п$, в свою очередь, является функцией скважности β_H голограмм в матрице и отношения размеров восстанавливающего $w_в$ и восстановленного W пучков ($L = w_в/W$). На рис. 2 показаны графики зависимостей K, $(С/Ш)^1$, $(С/Ш)^0$ от параметра L при $\beta_H = 1{,}6$; $Q = 0{,}5$; $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0$; $\sigma_\eta = \sigma^{1,0} = 0$; $K_и = \infty$. Отношение сигнал/шум «нулей» $(С/Ш)^0$ не зависит от L и равно 2. Параметр $(С/Ш)^1$ повторяет ход кривой контраста и превосходит его по величине в 2 раза. Контраст K достигает максимума при $L = \sqrt{2}$. Оптимальное значение параметра L, равное $\sqrt{2}$, следует из условия экстремума функции контраста $dK_п/dL = 0$. Физически экстремальный характер зависимости $K_п(L)$ объясняется тем, что при $L \to \infty$ размер восстанавливающего $w_в$ пучка много больше размера голограммы $w_г$ $\left(\frac{1}{w_г^2} = \frac{1}{w_c^2} + \frac{1}{w_0^2}\right)$ (рис. 3, *а*) и в этом случае «хвосты» восстанавливающего гауссова пучка восстанавливают соседние голограммы. При $L \to 1$, наоборот, размер голограммы $w_г$ много больше размера восстанавливающего пучка ($w_г \gg w_в$) (рис. 3, *б*), что приводит к значительному перекрытию гауссовых голограмм. И в том и в другом случае наблюдается высокий уровень перекрестных помех голограмм. Компромисс (максимум контраста $K_п$) достигается, когда размер восстанавливающего пучка равен размеру голограммы $w_в = w_г$ (рис. 3, *в*).

На рис. 4 приведены зависимости K и $(С/Ш)^{1,0}$ от скважности β_H для четырех значений параметров δ_ξ, σ_ξ ($\delta_\xi = \sigma_\xi = 0$ — кривая *1*; $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}04$ — *2*; $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}08$ — *3*; $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}12$ — *4*). При последующих расчетах предполагается, что $\sigma_\eta = \sigma^{1,0} = 0$; $K_и = \infty$; $Q = 0{,}5$, а $L = \sqrt{2}$. Графики на рис. 4, *а* иллюстрируют резкий рост контраста с увеличением β_H (при изменении β_H от 1,6 до 2,0 K увеличивается более чем на порядок) и значительное его снижение при неточной адресации восстанавливающего пучка на голо-

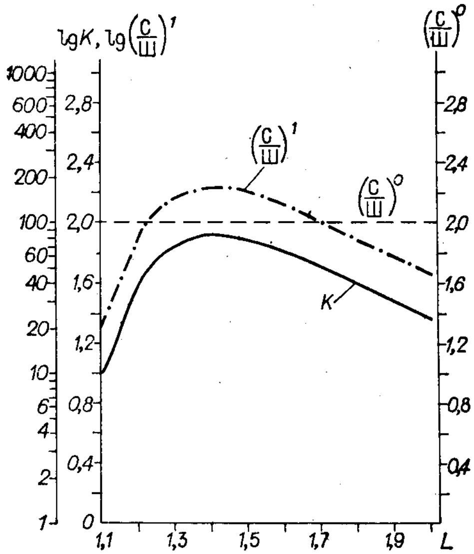


Рис. 2. Зависимости $(С/Ш)^{1,0}$, контраста K от отношения размеров восстанавливающего и восстановленного пучков $L = w_в/W$

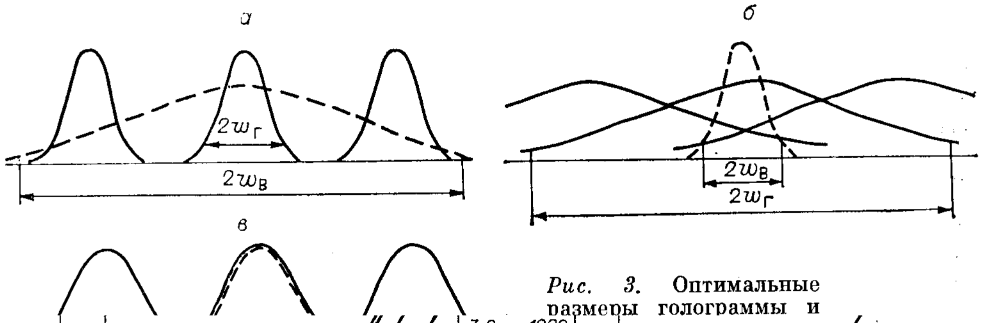


Рис. 3. Оптимальные размеры голограммы и

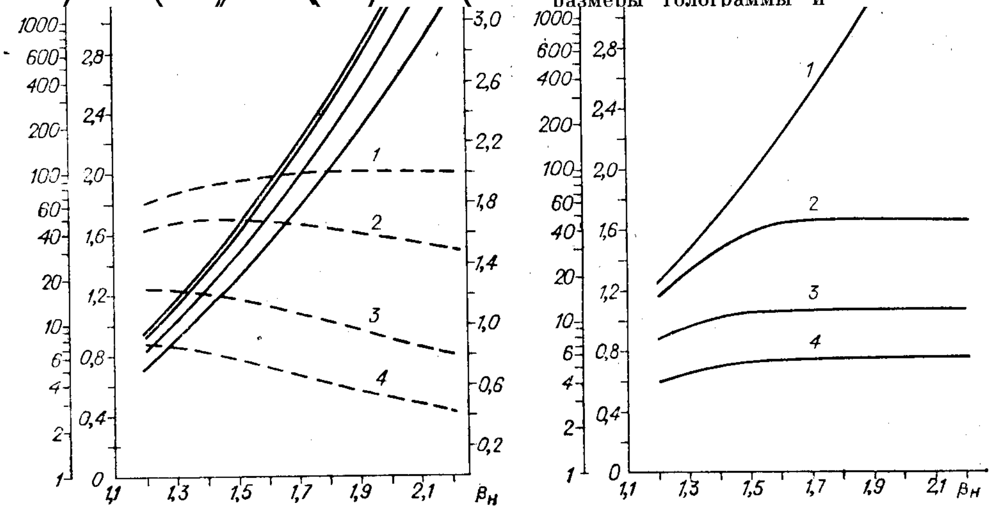


Рис. 4. Зависимости (С/Ш)^0, K (*а*) и (С/Ш)^1 (*б*) от скважности голограмм в матрице $\beta_н$

грамму. Например, для $\beta_н = 1{,}8$ контраст с 327 в первом случае (рис. 4, *а*, кривая *1*) падает до 279 во втором (кривая *2*), 182 в третьем (кривая *3*) и 102 в четвертом (кривая *4*). Отношение сигнал/шум «единиц» и «нулей» слабо меняется от скважности голограмм в матрице $\beta_н$. Исключением является зависимость (С/Ш)^1 от $\beta_н$ при $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0$ (кривая *1*, рис. 4, *б*), которая повторяет ход кривой контраста. Однако (С/Ш)^1 и (С/Ш)^0 быстро падают с увеличением погрешности адресации восстанавливающего пучка на голограмму. При этом (С/Ш)^1 определяется вторым членом в (34) и в случае $\sigma_\eta = \sigma^1 = 0$ и $\beta_н \geqslant 1{,}5$ дается выражением

$$\left(\frac{\text{С}}{\text{Ш}}\right)^1 \simeq 1/\sigma_{T0} = \left\{\Delta\sigma_\xi \sqrt{\delta_\xi^2 \frac{2}{R_3} + \sigma_\xi^2 \frac{R_1^2}{R_2^2}}\right\}^{-1}. \tag{37}$$

Если среднее смещение восстанавливающего пучка δ_ξ равно нулю, то вместо (37) получим

$$\left(\frac{\text{С}}{\text{Ш}}\right)^1 = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\Delta\sigma_\xi^2} \simeq 1/\Delta\sigma_\xi^2. \tag{38}$$

Отношение (С/Ш)^0 изменяется в соответствии с выражением (35), которое при $K_и \gg K_п$, $\sigma_\eta = \sigma^0 = 0$ принимает вид (С/Ш)$^0 = 1/\sigma_п$. С учетом (29) отношение (С/Ш)^0 для двух крайних случаев: 1) $\sigma_\xi = 0$, $\delta_\xi \neq 0$;

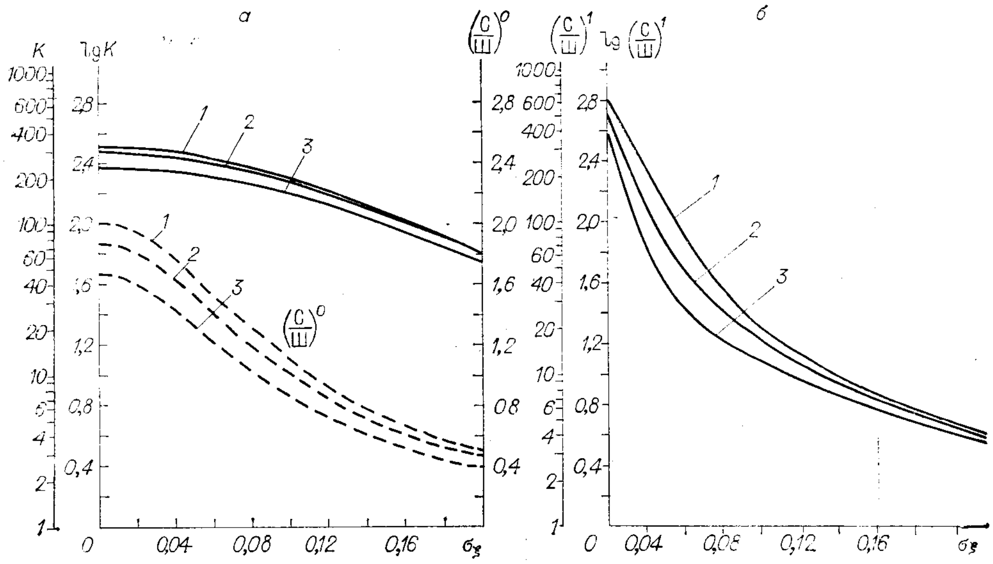


Рис. 5. Зависимости (С/Ш)^0, K (*а*) и (С/Ш)^1 (*б*) от коэффициента вариации смещения восстанавливающего пучка σ_ξ

2) $\sigma_\xi \neq 0$, $\delta_\xi = 0$ — соответственно запишется в виде

$$\left(\frac{С}{Ш}\right)^0 = 2\left(\frac{1}{Q}-1\right)^{-1/2}\frac{\mathrm{ch}\,(\Delta\delta_\xi\beta_H/L)}{\sqrt{\mathrm{ch}\,(2\Delta\delta_\xi\beta_H/L)}}; \tag{39}$$

$$\left(\frac{С}{Ш}\right)^0 = 2\left\{\frac{1}{Q}\exp\left[\frac{\Delta^2\sigma_\xi^2\beta_H^2/L^2}{1+3\Delta\sigma_\xi^2}\right]-1\right\}^{-1/2}. \tag{40}$$

Графики на рис. 5, где приведены зависимости K, (С/Ш)^1, (С/Ш)^0 от σ_ξ для трех значений δ_ξ ($\delta_\xi = 0$ — кривая *1*; $\delta_\xi = 0{,}04$ — *2*; $\delta_\xi = 0{,}08$ — *3*) для $\beta_H = 1{,}8$, демонстрируют резкое падение отношения сигнал/шум «единиц» и «нулей» с ростом флуктуаций σ_ξ положения восстанавливающего пучка в соответствии с выражениями (38) и (40). Например, при изменении σ_ξ от 0 до 0,1 (С/Ш)^1 уменьшается в 50 раз (рис. 5, *б*), а (С/Ш)^0 — в 2 раза (рис. 5, *а*).

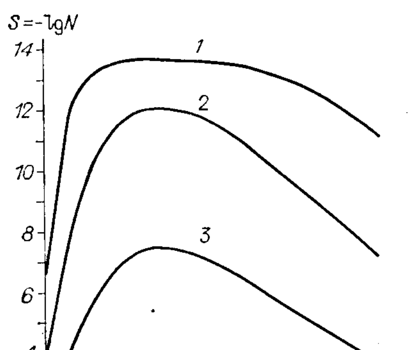


Рис. 6. Зависимости достоверности чтения S от отношения размеров восстанавливающего и восстановленного пучков L

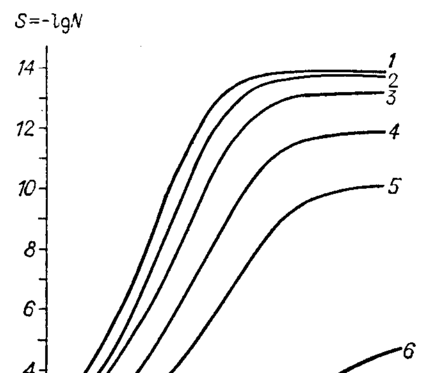
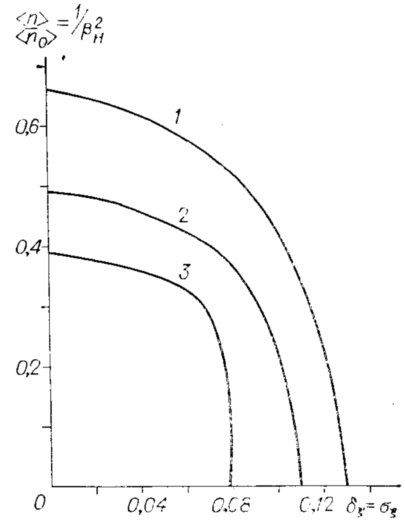


Рис. 7. Зависимости достоверности чтения S от скважности голограмм в матрице β_H

Рис. 8. Зависимости относительной средней плотности записи данных $\langle n\rangle/\langle n_0\rangle = 1/\beta_H^2$ от σ_ξ ($\delta_\xi = \sigma_\xi$)



С использованием графиков на рис. 2, 4 и в предположении, что распределения оптических «единиц» и «нулей» подчиняются обобщенному закону Рэлея — Райса [12], получены зависимости достоверности чтения $S = -\lg N$ (N — вероятность сбоя) в ГЗУ от параметра L (рис. 6) и скважности β_H голограмм в матрице (рис. 7). При этом графики рассчитывались для голограмм со следующими типичными характеристиками [16]: $K_п = 50$; $\sigma^1 = 0{,}15$; $\sigma^0 = 0{,}3$; $\sigma_\eta = 0{,}1$; $L = \sqrt{2}$; $Q = 0{,}5$. На рис. 6 кривая *1* соответствует значению $\beta_H = 1{,}8$; *2* — $\beta_H = 1{,}6$; *3* — $\beta_H = 1{,}4$. Видно, что вероятность ошибки при оптимальном L, равном $\sqrt{2}$ ($w_с = w_о = w_в/\sqrt{2}$), для $\beta_H = 1{,}4$—$1{,}6$ почти на 2 порядка меньше, чем при $L = \sqrt{3}$ (равных размерах пучков $w_с = w_о = w_в$). Графики $S = S(\beta_H;\ \delta_\xi,\ \sigma_\xi)$ на рис. 7 (кривая *1* — $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0$; *2* — $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}04$; *3* — $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}06$; *4* — $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}08$; *5* — $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}10$; *6* — $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}12$) показывают, что при увеличении β_H от 1,2 до 1,6 вероятность сбоя уменьшается с 10^{-4} до 10^{-12}. Погрешность адресации восстанавливающего пучка на голограмму приводит к значительному росту вероятности сбоев (например, для $\beta_H = 1{,}6$ с 10^{-12} при $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0$ до 10^{-11} при $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}04$ и 10^{-5} при $\delta_\xi = \sigma_\xi = 0{,}10$).

На основе графиков на рис. 7 построены зависимости относительной средней плотности записи $\langle n\rangle/\langle n_0\rangle = (1/\beta_H)^2$ от σ_ξ ($\delta_\xi = \sigma_\xi$) (рис. 8) для вероятности сбоев в ГЗУ $N = 10^{-4}$ (кривая *1*); 10^{-8} (кривая *2*); 10^{-12} (кривая *3*). Из графиков следует, что при изменении плотности записи меньше, чем в 2 раза (с 0,39 до 0,66), вероятность сбоев увеличивается на 8 порядков. Уменьшение плотности записи из-за погрешности адресации восстанавливающего пучка будет незначительным (меньше 10%), если $\delta_\xi = \sigma_\xi < 5\%$.

Заключение. Получены аналитические выражения и графики зависимостей для статистических характеристик восстановленного изображения в плоскости фотоматрицы, а также достоверности чтения в ГЗУ с учетом перекрестных помех, создаваемых соседними голограммами, и погрешности адресации восстанавливающего пучка.

Установлено, что минимальная вероятность сбоев в ГЗУ достигается, когда размер восстанавливающего пучка равен размеру голограммы $w_в = w_г$ ($L = \sqrt{2}$).

Показано, что при скважности голограмм в матрице $\beta_H \geqslant 1{,}6$ в отсутствие аберраций восстанавливающего пучка вероятность сбоев в ГЗУ меньше 10^{-12}. Для заданной достоверности чтения в случае, когда среднее смещение и среднеквадратическое отклонение восстанавливающего пучка меньше 5% от его диаметра, плотность записи падает меньше, чем на 10%.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hill B.** Some aspects of large capacity holographic memory // Appl. Opt.— 1972.— V. 11, N 1.— P. 182—196.
2. **Гибин И. С.** Расчет и выбор параметров оптических систем голограммных запоминающих устройств // Автометрия.— 1974.— № 6.
3. **Акаев А. А., Майоров С. А.** Когерентные оптические вычислительные машины.— Л.: Машиностроение, 1977.

4. **Киш Г.** Влияние несовершенств оптической системы на вероятность сбоев голографического запоминающего устройства // Квантовая электрон.— 1984.— Т. 11, № 10.
5. **Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф.** Влияние дифракционного фона на качество восстановленного изображения в ГЗУ // Труды IV Всесоюз. конф. по голографии.— Ереван: ВНИИРИ, 1982, т. 2.
6. **Hill B.** Point efficiency and signal-to-background ratio in exponential holograms for optical memories // Appl. Opt.— 1972.— V. 11, N 12.— P. 2937.
7. **Пен Е. Ф.** Исследование качества записи и воспроизведения изображений страниц двоичной информации в голографических ЗУ (ГЗУ) // Тез. докл. I Всесоюз. конф. по радиооптике.— Фрунзе: ФПИ, 1981.
8. **Lee Wai-Hon.** Effect of film-grain noise on the performance of holographic memory // JOSA.— 1972.— V. 62, N 6.— P. 797.
9. **Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф.** Исследование помехоустойчивости фурье-голограмм в ГЗУ // Автометрия.— 1985.— № 4.
10. **Богданова Е. С., Соскин С. И.** Влияние аберраций оптической системы на емкость голографической памяти // Автометрия.— 1975.— № 3.
11. **Соскин С. И., Шойдин С. А.** Оптимизация параметров голографического запоминающего устройства с учетом аберраций // Опт. и спектр.— 1978.— Т. 44, № 6.
12. **Пен Е. Ф.** Расчет достоверности считывания информации в ГЗУ на основе экспериментальных данных характеристик восстановленных изображений // Труды IV Всесоюз. конф. по голографии.— Ереван: ВНИИРИ, 1982, т. 2.
13. **Блок А. А. и др.** Устройство автоматической записи матриц голограмм цифровых данных // Автометрия.— 1984.— № 3.
14. **Ванюшев Б. В. и др.** Устройство хранения и считывания цифровых данных в голографической системе архивной памяти // Автометрия.— 1984.— № 3.
15. **Вентцель Е. Ф.** Теория вероятностей.— М.: Наука, 1969.
16. **Блок А. А., Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф.** Экспериментальные исследования достоверности считывания данных в голографических ЗУ // Автометрия.— 1984.— № 3.

Поступила в редакцию 28 февраля 1986 г.

УДК 621.372.8.029.7

Н. В. ГУСАК, А. В. МИРОНОС, В. Л. СМИРНОВ, В. И. СОЛДАТОВ

(Москва)

ОБ ОДНОЙ МЕТОДИКЕ ФОРМИРОВАНИЯ ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫХ ФОКУСИРУЮЩИХ ВОЛНОВОДНЫХ ГОЛОГРАММ НА СЛОЯХ ХАЛЬКОГЕНИДНЫХ СТЕКОЛ

Данная работа посвящена вопросам формирования высокоэффективных безаберрационных голографических линз, необходимость создания которых обусловливается широкими перспективами применения их в интегральной оптике в качестве базовых элементов интегрально-оптических процессоров [1, 2], в волноводной голографии [3] как элементов ввода и вывода, а также в качестве элементов когерентных оптических вычислительных машин [4].

В работах [5, 6] показано, что голографические фокусирующие элементы такие, например, как геодезические линзы, брегговские линзы, обладают большими аберрациями [5, 6] и, кроме того, ввиду модовой селективности не всегда могут быть использованы для фурье-анализа [7]. Наряду с этим перечисленные фокусирующие элементы сложны в изготовлении. Таким образом, перспективным направлением создания фокусирующих элементов для интегральной оптики, по-видимому, следует считать метод оптической записи фокусирующих голографических элементов (ФГЭ). Однако перспективность ФГЭ в большой степени зависит от выбора фоточувствительного материала для записи. Так, в [8] исследовались аберрационные свойства синтезированных на ЭВМ фокусирующих голограмм; установлено, что величина аберраций резко уменьшается при увеличении разрешающей способности фоточувствительного