не превышало 3—5, что главным образом обусловлено точностью вычитания при оконтуривании изображений и точностью перемещения входного транспаранта по контуру эталона. Кроме того, в силу низкой светочувствительности ФС скорость вычисления корреляционной функции не превышала ~1 с. Для повышения указанных точностей необходимо ввести операцию сравнения изображений с некоторым порогом, а также использовать более точное двухкоординатное акустооптическое ные операции по обработке изображений в некогерентных оптических процессорах с фотоанизотропной средой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гибин И. С., Разумова И. И., Тарков В. А. и др.** Исследование двумерного параллельно-последовательного коррелятора изображений с интегрированием во времени // Оптическая обработка изображений.— Л.: Наука, 1985.
2. **Козлов О. А., Нежевенко Е. С., Потатуркин О. И.** Распознавание изображений в когерентно-оптических системах с применением контурных эталонов // Автометрия.— 1976.— № 6.
3. **Козенков В. М., Одиноков С. Б., Петрушко И. В. и др.** Оперативное устройство коррекции смаза и дефокусировки изображений с фотоанизотропным носителем // Оптические и оптико-электронные методы обработки изображений и сигналов.— Л.: ЛФТИ, 1982.
4. **Одиноков С. Б., Петрушко И. В., Спиридонов И. Н. и др.** Оптическая обработка изображений с помощью фотоанизотропных регистрирующих сред // Фундаментальные основы оптической памяти и среды.— Киев: Вища школа, 1984, вып. 15.
5. **Одиноков С. Б., Петрушко И. В., Щетинкин В. С.** Улучшение качества и восстановление изображений с использованием фотоанизотропных регистрирующих сред // Труды МВТУ, № 431. Сер. Оптоэлектроника.— М.: МВТУ, 1985.
6. **Королев А. Н.** Методы псевдокогерентных преобразований некогерентных изображений // Оптико-электронные методы обработки изображений.— Л.: Наука, 1982.

Поступила в редакцию 30 июня 1986 г.

УДК 517.986.62 : 535.317.2

В. В. СМИРНОВ

(Ленинград)

МЕТОД РЕАЛИЗАЦИИ N-МЕРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ В КОГЕРЕНТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Когерентные оптические системы преобразования Фурье (КОСПФ) приближенно осуществляют его для плоскости, т. е. группы R^2 (или для R) [1, 2]. В связи с возможностью оптической реализации могут представлять интерес преобразования Фурье (ПФ) и для других групп, особенно для R^N, $N = 1, 2, 3, \ldots$

В настоящей работе предлагается метод реализации ПФ для R^N в КОСПФ, причем в отличие от других методов (например, реализации ПФ для R^3 в [3]) за один проход. При создании N-мерных пространственных фильтров метод дает возможность использовать голографический метод Вандер Люгта [1, 4]. При реализации одномерного ПФ он позволяет использовать всю двумерную апертуру КОСПФ, а не только одно измерение, как в системах с цилиндрическими линзами. Тем самым метод существенно расширяет возможности КОСПФ по обработке информации.

Таблица 1

Изоморфизмы групп

Z_{12}	Z_{10}: 6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
	$Z_{10} \oplus Z_{12} \xrightarrow{j} Z_4 \oplus Z_5 \oplus Z_6$									
6	210	223	230	243	200	213	220	233	240	203
7	314	321	334	341	304	311	324	331	344	301
3	310	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	014	021	034	041	004	011	024	031	044	001
5	112	125	132	145	102	115	122	135	142	105
	$Z_{10} \oplus Z_{12} \xleftarrow{j^+} Z_4 \oplus Z_5 \oplus Z_6$									
6	230	213	240	223	200	233	210	243	220	203
7	132	115	142	125	102	135	112	145	122	105
8	034	011	044	021	004	031	014	041	024	001
9	330	313	340	323	300	333	310	343	320	303
10	232	215	242	225	202	235	212	245	222	205
11	134	111	144	121	104	131	114	141	124	101
0	030	013	040	023	000	033	010	043	020	003
1	332	315	342	325	302	335	312	345	322	305
2	234	211	244	221	204	231	214	241	224	201
3	130	113	140	123	100	133	110	143	120	103
4	032	015	042	025	002	035	012	045	022	005
5	334	311	344	321	304	331	314	341	324	301

Метод основан на сведении ПФ различной размерности друг к другу (см. приложение). Дадим качественное описание метода на примере сведения N-мерного ПФ к одномерному. ПФ для R приближенно можно получить путем дискретизации [4, 5], что эквивалентно переходу к ПФ для группы Z_m (фактор-группа группы целых чисел Z по $\mathrm{mod}\, m$). Дискретизация ПФ для R^N соответствует переходу к ПФ для группы вида $\bigoplus_{i=1}^{N} Z_{m_i}$. Если выбрать m_i взаимно простыми и $m = \prod_{i=1}^{N} m_i$, то соответствующие группы будут изоморфными [6]: $Z_m \xrightarrow{j} \bigoplus_{i=1}^{N} Z_{m_i}$. ПФ для изоморфных групп связаны этим изоморфизмом j и сопряженным изоморфизмом j^+. Таким образом, j, j^+ приближенно дают связь ПФ для R и R^N. Аналогичные результаты имеют место для группы R^2 и ее дискретизации: $R^2 \sim Z_m \oplus Z_n \underset{j^+}{\overset{j}{\rightleftarrows}} \bigoplus_{i=1}^{N} Z_{m_i} \sim R^N$ (и вообще для произвольных размерностей M и N).

Рассмотрим теперь во входной и выходной плоскостях КОСПФ прямоугольную матрицу $m \times n$ точек, соответствующих группе $Z_m \oplus Z_n$. Расположим дискретные отсчеты, соответствующие группе $\bigoplus_{i=1}^{N} Z_{m_i}$ в этих точках, во входной плоскости согласно изоморфизму j, а в выходной — согласно сопряженному изоморфизму j^+. Тогда КОСПФ осуществит ПФ для $\bigoplus_{i=1}^{N} Z_{m_i}$ и приближенно для R^N. Таким образом, метод позволяет реализовать ПФ для R^N при надлежащем упорядочении дискретных отсчетов функций во входной и выходной плоскостях КОСПФ.

Таблица 2

Изоморфизмы групп

$Z_5 \oplus Z_6 \xrightarrow{j} Z_{30}$						$Z_5 \oplus Z_6 \xleftarrow{j^+} Z_{30}$					
Z_6	Z_5					Z_6	Z_5				
	3	4	0	1	2		3	4	0	1	2
4	28	4	10	16	22	4	8	14	20	26	2
5	23	29	5	11	17	5	13	19	25	1	7
0	18	24	0	6	12	0	18	24	0	6	12
1	13	19	25	1	7	1	23	29	5	11	17
2	8	14	20	26	2	2	28	4	10	16	22
3	3	9	15	21	27	3	3	9	15	21	27

Рассмотрим примеры. Пусть ПФ для R^3 моделируется на $G = Z_4 \oplus \oplus Z_5 \oplus Z_6$, а для R^2 — на $G' = Z_{10} \oplus Z_{12}$. Изоморфизмы $G' \underset{j^+}{\overset{j}{\rightleftarrows}} G$ представлены в табл. 1. Для удобства нули групп помещены в середину таблицы, так как при моделировании удобно (но не обязательно) совместить нуль с осью оптической системы. При таком расположении отсчетов получим приближенно трехмерное ПФ. Реальные параметры транспарантов позволяют осуществлять трехмерное ПФ, например, соответствующее изоморфизму $Z_{1010} \oplus Z_{1100} \leftrightarrow Z_{100} \oplus Z_{101} \oplus Z_{110}$ ($\sim 10^6$ отсчетов). Реализация одномерного ПФ иллюстрируется на примере $R^2 \sim Z_5 \oplus Z_6 \underset{j^+}{\overset{j}{\rightleftarrows}}$ $\rightleftarrows Z_{30} \sim R^1$, где изоморфизмы представлены в табл. 2. Для реальных параметров транспарантов можно реализовать, например, изоморфизм $Z_{1000} \oplus Z_{1001} \leftrightarrow Z_{100\,1000}$ ($\sim 10^6$ отсчетов).

В заключение заметим, что возможно обобщение рассмотренного метода на случай ПФ для произвольных компактно порожденных абелевых групп [7]. В таком виде его также можно использовать, например, для распознавания образов, инвариантных по отношению к указанным группам преобразований.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для группы G обозначим дуальную группу [6, 7] $\widetilde{G}$. В дальнейшем будем иметь дело с конечными абелевыми (КА) группами [8] и группами вида R^N. Для этих типов групп G и $\widetilde{G}$ изоморфны [6]. Изоморфизм обозначим α: $G \to \widetilde{G}$. Используя его, можно перейти в ПФ от $\widetilde{G}$ к G. Отметим, что выбор α неоднозначен, что приводит к неоднозначности определения ПФ при замене $\widetilde{G}$ на G (разные упорядочения в терминологии [5]). При фиксировании α можно записать действие $\widetilde{G}$ на G с помощью вещественной формы на $G\langle\ \rangle$: $e^{i\langle x,\, y\rangle} = \alpha(x)(y)$, где $x, y \in G$, $\alpha(x) \in \widetilde{G}$. Произвол в выборе формы связан с произволом в выборе α. В тех случаях, когда важен конкретный вид форм, будем их указывать явно. Рассмотрим следующие функциональные пространства: C^G для КА групп и ΦR^N — пространство обобщенных функций медленного роста [9] для R^N. Тогда при соответствующей нормировке ПФ запишутся в виде $F_G(f)(y) = |G|^{-1/2} \sum\limits_{x \in G} e^{-i\langle y,x\rangle} f(x)$ для КА групп, где $|G|$ — порядок группы [8]; $F_N(\varphi)(y) = (2\pi)^{-N/2} \int\limits_{R^N} e^{-i\langle y,x\rangle} \varphi(x)\, dx$ для функций φ из основного класса на R^N и $F_N(f)(\varphi) = f(F_N(\varphi))$ для обобщенных функций медленного роста f из ΦR^N [9].

Каждому морфизму групп $G' \xrightarrow{j} G$ соответствует дуальный морфизм $\widetilde{G}' \xleftarrow{\widetilde{j}} \widetilde{G}$ [6]. При заданных изоморфизмах α' и α он определяет сопряженный морфизм $G' \xleftarrow{j^+} G$, который задается из условия $j^+ = \alpha'^{-1} j \alpha$ и удовлетворяет соотношению $\langle y, j(x')\rangle = \langle j^+(y), x'\rangle'$ для любых $x' \in G'$, $y \in G$. Можно проверить, что если j — изоморфизм, то j^+ — тоже изоморфизм и следующая диаграмма

$$\begin{tikzcd}
\mathbf{C}^{G'} \arrow[d, "F_{G'}"'] & \mathbf{C}^{G} \arrow[l, "J"'] \arrow[d, "F_G"] \\
\mathbf{C}^{G'} \arrow[r, "J^+"] & \mathbf{C}^{G}
\end{tikzcd} \tag{1}$$

коммутативна, т. е. $F_G = J^+ F_{G'} J$, где $J(f) = fj$, $J^+(f') = f'j^+$ и $F_{G,G'}$ ПФ на G, G' при тех же α и α', что и в определении j^+. Диаграмма (1) устанавливает связь ПФ для изоморфных групп. Операции J и J^+ можно интерпретировать как упорядочение элементов групп G и G' в соответствии с изоморфизмами j и j^+.

Для установления связи ПФ для групп R^N проведем их дискретизацию, которую опишем в удобном для нас виде. Далее для групп R^N рассмотрим формы $\langle x, y\rangle = \sum\limits_{i=1}^{N} x_i y_i$, а для соответствующих групп вида $G = \bigoplus\limits_{i=1}^{N} Z_{m_i}$ — формы $\langle x, y\rangle = \sum\limits_{i=1}^{N} \frac{2\pi}{m_i} s_i(x_i)\, s_i(y_i)$, где $Z_m \xrightarrow{s} Z$ такие, что для естественной проекции $Z \xrightarrow{p} Z_m$ отображение $Z_m \xrightarrow{ps} Z_m$ тождественное. Зададим вложение $\mathbf{C}^G \xrightarrow{I_a} H_a \subset \Phi R^N$, где $G = \bigoplus\limits_{i=1}^{N} Z_{m_i}$ и $H_a = I_a(\mathbf{C}^G)$, равенством $I_a(f) = \sum\limits_{k \in G} f(k)\, \delta(x - as(k))$, где $x, a \in R^N$, $s(k) \in Z^N \subset R^N$ и $as(k) = (a_1 s_1(k_1), \ldots, a_N s_N(k_N))$, а s_i определены выше; I_a — обратимое отображение. Обобщенные функции H_a сосредоточены на конечном наборе точек в R^N. Фурье-образ $F_N(H_a)$ состоит из регулярных обобщенных функций медленного роста ΛR^N. Определим P_b: $\Lambda R^N \to H_b$ равенством $P_b(f) = rf$, где $r = r_0 \sum\limits_{k \in G} \delta(x - bs(k))$, $r_0 = \prod\limits_{i=1}^{N} (2\pi/m_i)^{1/2}$. Можно показать, что если $b_i = 2\pi/a_i m_i$, то диаграмма

$$\begin{tikzcd}
\mathbf{C}^G \arrow[r, "I_a"] \arrow[dd, "F_G"'] & H_a \arrow[dr, "F_N"] & \\
& & \Lambda R^N \arrow[dl, "P"] \\
\mathbf{C}^G \arrow[r, "I_b"] & H_b &
\end{tikzcd} \tag{2}$$

коммутативна. Таким образом, $F_G = I_b^{-1} P_b F_N I_a$ — выражение F_G через F_N. В пределе больших m и малых a, b можно обратить это выражение, т. е. выразить F_N через F_G. Пусть $a_i = b_i = (2\pi/m_i)^{1/2}$. Заменим в обозначениях a и b на $m = (m_1, \ldots, m_N)$. Тогда диаграмма

$$\begin{tikzcd}
& H_m \arrow[dl, "F_N"'] & \Lambda R^N \arrow[l, "P_m"'] \arrow[dd, "F_N"] \\
\Lambda R^N \arrow[dr, "P_m"'] & & \\
& H_m \arrow[r, phantom, "\subset"] & \Phi R^N
\end{tikzcd} \tag{3}$$

коммутативна в пределе, т. е. $F_N = \lim\limits_{m \to \infty} P_m F_N P_m$, где $m \to \infty$ означает, что для всех i $m_i \to \infty$. Соединяя диаграммы (2), (3), получаем коммутативную в пределе диаграмму

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{C}^G & \xrightarrow{I_m} & H_m & \xleftarrow{P_m} & \Lambda R^N \\ {\scriptstyle F_G}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle P_mF_N} & & \downarrow{\scriptstyle F_N} \\ \mathbf{C}^G & \xrightarrow{I_m} & H_m & \subset & \Phi R^N \end{array}. \tag{4}$$

Таким образом, $F_N = \lim I_m F_G I_m^{-1} P_m$ на ΛR^N.

Теперь, используя (1) и (4), можно связать F_N и F_M. Пусть $G' = \bigoplus_{i=1}^{M} Zm'_i$, $m' = (m'_1, \ldots, m'_M)$. Рассмотрим последовательность пар m, m' такую, что G изоморфна G'. Например, при $M = 1$ пары m и m' характеризуются тем, что m состоит из взаимно простых m_i и $m' = \prod_{i=1}^{N} m_i$. Тогда, соединяя (1) с (4), получаем следующую диаграмму:

$$\begin{array}{ccccccccccc} \Lambda R^M & \xrightarrow{P_{m'}} & H_{m'} & \xleftarrow{I_{m'}} & \mathbf{C}^{G'} & \xleftarrow{J} & \mathbf{C}^G & \xrightarrow{I_m} & H_m & \xleftarrow{P_m} & \Lambda R^N \\ {\scriptstyle F_M}\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle P_{m'}F_M} & & \downarrow{\scriptstyle F_{G'}} & & \downarrow{\scriptstyle F_G} & & \downarrow{\scriptstyle P_mF_N} & & \downarrow{\scriptstyle F_N} \\ \Phi R^M & \supset & H_{m'} & \xleftarrow{I_{m'}} & \mathbf{C}^{G'} & \xrightarrow{J^+} & \mathbf{C}^G & \xrightarrow{I_m} & H_m & \subset & \Phi R^N \end{array}, \tag{5}$$

коммутативную в пределе на указанной подпоследовательности $m, m' \to \infty$. Отсюда на ΛR^N (ΛR^M) $F_N = \lim UF_MV$, где $U = I_m J^+ I_{m'}^{-1} P_{m'}$, $V = I_{m'} J I_m^{-1} P_m$ и $F_M = \lim U'F_NV'$, где $U' = I_{m'} (J^+)^{-1} I_m^{-1} P_m$, $V' = I_m J^{-1} I_{m'}^{-1} P_{m'}$. Операторы U, V, U', V' осуществляют дискретизацию и соответствующую расстановку дискретных отсчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гудмен Дж.** Введение в фурье-оптику.— М.: Мир, 1970.
2. **Престон К.** Когерентные оптические вычислительные машины.— М.: Мир, 1974.
3. **Строук Дж. У., Халида М., Том Ф., Виллам Д. Г.** Улучшение качества и восстановление трехмерных изображений голографическими методами // ТИИЭР.— 1977.— Т. 65, № 1.
4. **Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л.** Оптическая голография.— М.: Мир, 1973.
5. **Трахтман А. М., Трахтман В. А.** Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах.— М.: Сов. радио, 1975.
6. **Кириллов А. А.** Элементы теории представлений.— М.: Наука, 1978.
7. **Хьюитт Э., Росс К.** Абстрактный гармонический анализ.— М.: Наука, 1975.— Т. 1; М.: Мир, 1975.— Т. 2.
8. **Кренкель Т. Э.** Спектральный анализ на конечных коммутативных группах // Радиотехника.— 1975.— № 6.
9. **Владимиров В. С.** Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1967.

Поступила в редакцию 17 февраля 1986 г.

УДК 007.5 : 535 : 681.518

А. Г. БУЙМОВ, С. П. ИЛЬИН

(Томск)

МОЗАИЧНОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ С УПРАВЛЯЕМОЙ КОРРЕЛЯЦИЕЙ

Введение. При проектировании и исследовании систем, предназначенных для распознавания и дешифровки аэрокосмических и других снимков, необходимо иметь удобную параметризованную модель с контролируемой статистикой и визуальными свойствами (морфологией) реальных изображений. В [1—5] отмечается, что реальные изображения обычно имеют мозаичную структуру, т. е. состоят из областей с почти