

УДК 001.89.621.386.16 : 620.179

А. А. ПОПОВ, А. К. СТОЯНОВ, В. В. ЯНИСОВ

(Томск)

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ ТОМОСИНТЕЗА

Введение. В настоящее время ведутся интенсивные исследования, направленные на разработку оптических методов томографии. В ряде случаев эти методы дешевле и доступнее цифровой вычислительной томографии, дают возможность обработки больших массивов информации, получаемых при пленочной радиографии в неразрушающем контроле и медицине.

Ведущим направлением в этих разработках является оптический томосинтез [1—3]. Основной признак метода — синтез изображений любых интересующих плоскостей сечения объекта (томограмм) по исходному набору разноракурсных рентгеновских изображений. В [1—3] хорошо освещены принципы метода, однако отсутствуют оценки параметров систем томосинтеза, необходимость в которых возникает при практическом использовании метода.

Синтезируемые томограммы визуально имеют много общего с томограммами, полученными традиционным методом. Поэтому естественно выбрать критерием оценки величину выделяемого слоя на томограмме, широко используемую в этом методе [4]. Выделяемый слой характеризует размер области, все точки которой при анализе изображения субъективно относятся к данной геометрической плоскости сечения объекта. Дадим оценку выделяемого слоя, основанную на объективном анализе процесса синтеза томограмм из разноракурсных рентгенограмм. Это позволит сформулировать основные требования к системам томосинтеза.

Физические основы томосинтеза. Пусть объект поочередно просвечивается одним из n источников, расположенных в пространстве с шагом a . В результате получится n рентгенограмм. Очевидно, что проекции одной и той же точки объекта на разных рентгенограммах имеют разные координаты. Относительный сдвиг проекций точек зависит только от их удаленности от плоскости расположения рентгеновской пленки.

В томосинтезе для реконструкции какого-либо сечения оптическими методами выполняют суммирование яркостей от всех полученных рентгеновских изображений на фоточувствительном слое. При этом каждое из них предварительно сдвигают на величину, компенсирующую относительный сдвиг проекций точек данного сечения при переходе от одного рентгеновского источника к другому. Это приводит к пространственному совпадению деталей, относящихся к данному сечению. Помехи от других сечений пространственно усредняются. В результате такого суммирования получается томограмма требуемого сечения.

Оценка толщины выделяемого слоя. Пусть имеется объект с распределением линейного коэффициента поглощения излучения вещества $\mu(t, z)$, где t, z — текущие координаты точки объекта. Для упрощения математических выкладок без потери общности рассмотрим двумерную

модель процесса рентгеновского проецирования, предложенную в [5]. Коэффициент пропускания $T(x)$ полученной рентгенограммы можно записать в виде

$$T(x) = kI_0 \exp \left\{ -\gamma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mu(t, z) \delta[(z-p)x - zt_0 + pt] dt dz \right\}. \quad (1)$$

Здесь k — коэффициент пропорциональности; I_0 — интенсивность рентгеновского излучения в точке $x, 0$ в отсутствие объекта; $I_0 \approx \text{const}$ при типичных для радиографии условиях [5]; δ — дельта-функция, взятая на прямой, соединяющей точечный источник излучения с координатами t_0, p и точку $x, 0$ регистрации излучения; γ — коэффициент контрастности рентгеновской пленки. Обозначим интеграл в (1) через $\mu(x, t_0)$. Функция $\mu(x, t_0)$ называется проекцией и содержит основную информацию об объекте.

Пусть рентгенограмма освещается плоской световой волной с интенсивностью J_0 . В точке $x, 0$ за рентгенограммой интенсивность света $J(x) = k_1 T(x)$, где k_1 — коэффициент пропорциональности. Будем считать, что получена серия из $N_0 = 2N + 1$ рентгенограмм; координата n -го источника излучения равна $t_0 = na$. При синтезе на фотослое суммируются интенсивности света от каждой n -й рентгенограммы со сдвигом na_1 . Это означает, что некоторая оптическая система формирует поле интенсивностей $J_n(x' + na_1, na)$. Такое предположение позволяет нам записать коэффициент пропускания T_T синтезированной томограммы в виде

$$T_T(x) = \left[\sum_{n=-N}^N k_1 \tau_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma^m \check{\mu}^m(x' + na_1, na)}{m!} \right]^{-\gamma_T}. \quad (2)$$

Здесь ряд по индексу m получается за счет разложения экспоненты из (1) по степеням $\gamma \mu$; τ_0 — время освещения одной рентгенограммы; γ_T — коэффициент контрастности фотослоя, на котором регистрируется томограмма. Для выяснения основных свойств томограммы примем $\gamma_T = -1$ и проанализируем два первых члена разложения (2). Анализ выполним в спектральной области. Преобразование Фурье для первого и второго слагаемых из (2) имеет соответственно следующий вид:

$$F_1(\omega) = 2\pi k_1 N_0 \tau_0 \delta(\omega); \quad (3)$$

$$F_2(\omega) = k_1 \tau_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(\omega, z)}{|z-p|} \frac{\sin \frac{\omega}{2} N_0 \Delta a(z)}{\sin \frac{\omega}{2} \Delta a(z)} dz. \quad (4)$$

Здесь
$$M(\omega, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(t, z) \exp \{i\omega pt / (z-p)\} dt; \quad (5)$$

$$\Delta a(z) = a_1 - \frac{za}{p-z}. \quad (6)$$

Составляющая $F_1(\omega)$ никакой информации о распределении $\mu(t, z)$ не несет. Основной интерес представляет $F_2(\omega)$. Пусть сдвиг рентгенограммы a_1 связан с глубиной залегания сечения z' , для которого синтезируется томограмма, соотношением

$$a_1 = az' / (p - z'). \quad (7)$$

Спектр $M(\omega, z)$ обычно ограничен полосой пространственных частот $\omega \leq \Omega_0$. Заметим, что a_1 из (7) и $M(\omega, z)$ имеют ясный физический смысл. Величина a_1 совпадает с соответствующими сдвигами проекций объекта на плоскость регистрации. Очевидно, что функция $M(\omega, z)$ есть спектр пространственных частот проекции сечения $\mu(t, z)$

на плоскость регистрации рентгеновского изображения всего объекта. Глубина залегания такого сечения равна z . Полоса частот для него определяется внутренней структурой объекта. В частном случае, важном для неразрушающего контроля и медицинской диагностики, ее можно определить, исходя из требований к минимальным размерам обнаруживаемой неоднородности.

С учетом (7) для $\Delta a(z)$ получим

$$\Delta a(z) = pa(z' - z) / [(z' - p)(z - p)]. \quad (8)$$

Теперь проанализируем особенности $F_2(\omega)$. Для этого на рис. 1 представим графики сомножителей спектра проекций сечений $M(\omega, z)$ и $\sin(\omega N_0/2) \Delta a(z) / \sin(\omega/2) \Delta a(z) \equiv G_N(\omega, z)$ в подынтегральном выражении в $F_2(\omega)$. Очевидно, что при всех значениях z , для которых ширина нулевого пика $G_N(\omega, z)$ много больше $2\Omega_0$, пространственные частоты соответствующих проекций сечений $\mu(t, z)$ отобразятся на томограмме почти полностью без искажений. Идеальная передача всех частот будет при $z = z'$, т. е. для восстанавливаемого сечения $\mu(t, z')$. С увеличением $|z' - z|$ спектр соответствующих сечений станет передаваться с искажением в высокочастотной области. И, наконец, если $2\Omega_0$ много больше ширины нулевого пика, вклад соответствующих глубин z в томограмму будет существен лишь для очень низких частот, отражающих в основном неинформативные структуры объекта.

Из проведенных рассуждений ясно, что область значений z , при которых вклад в интеграл $F_2(\omega)$ значим, можно оценить неравенством

$$|[2\pi(z - p)(z' - p)] / N_0 a p(z' - z)| \geq \Omega_0. \quad (9)$$

Решение этого неравенства дает, очевидно, требуемую оценку толщины выделяемого слоя при синтезе томограммы сечения объекта плоскостью, отстоящей на расстоянии z' от плоскости регистрации разноракурсных рентгенограмм. Если учесть, что для большинства практических случаев радиографического контроля справедливы неравенства $|z/p| < 1$, $\Omega_0 N_0 a \gg 1$, то неравенство (9) после некоторых преобразований приводит к следующей оценке толщины выделяемого слоя:

$$\left| \frac{|z| - |z'|}{p} \right| \leq \frac{2\pi}{\Omega_0 N_0 a} \quad (10)$$

либо

$$|\Delta z| \leq (\pi \operatorname{ctg} \varphi) / \Omega_0, \quad (11)$$

где $\Delta z = |z| - |z'|$; $\operatorname{ctg} \varphi \approx 2|p| / N_0 a$; φ — угол томографирования [4].

Обсуждение результатов. Пусть в объекте есть плоская неоднородность размером $2b$. Считаем, что частота Ω_0 определяется шириной нулевого пика спектра неоднородности $\sin c \omega b / \pi$, т. е. $\Omega_0 \sim \pi / b$. Тогда оценка (10) станет особенно наглядной:

$$|\Delta z / p| \leq 2b / N_0 a. \quad (12)$$

Полученное выражение связывает воедино основные геометрические параметры просвечивания (фокусное расстояние и базу) с томографическими характеристиками и размерами неоднородности. Это позволяет выявить некоторые особенности томосинтеза. Например, ясно, что при выборе базы просвечивания нужно исходить из верхней границы допустимых размеров неоднородности. Это обеспечит требуемую толщину слоя для всех контролируемых неоднородностей. Очевидно также, что

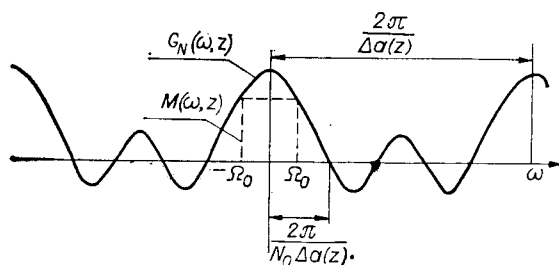


Рис. 1. Графики сомножителей

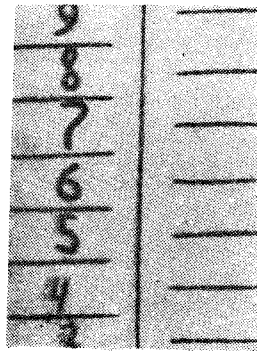


Рис. 2. Традиционная томограмма клиновидного тест-объекта
Диаметр осевой проволоки шкалы $\varnothing=0,8$ мм; проволока перпендикулярна направлению размазывания

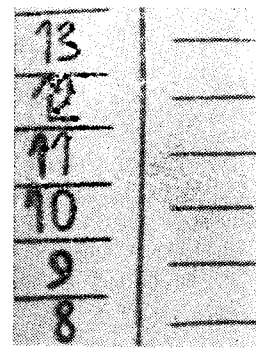


Рис. 3. Синтезированная томограмма тест-объекта

при прочих равных условиях неоднородности больших размеров будут иметь больший выделяемый слой.

Оценка (11) включает в себя величину $\operatorname{ctg} \varphi$, являющуюся общеприпятой характеристикой в томографии с перемещением. С точностью до эмпирических множителей она совпадает с оценкой толщины выделяемого слоя, определяемой в этом методе для точки [4].

На рис. 2, 3 приведены томограммы стандартного клиновидного тест-объекта [4], полученные нами методом традиционной томографии (см. рис. 2) и методом томосинтеза (см. рис. 3). Цифры располагались на ступеньках высотой 5 мм каждая. Расстояние по вертикали между двумя делениями шкалы объекта 2,5 мм. Угол томографирования для случая непрерывного движения источника $2\varphi_n = 8^\circ$. Для томосинтеза был взят угол $2\varphi_r = 7^\circ$ и использовано 10 положений рентгеновского источника, равномерно распределенных вдоль траектории непрерывного движения. Из сравнения изображений выявляется хорошее сходство томограмм.

Субъективная оценка толщины выделяемого слоя дает величину для обычной томограммы $2\Delta z \sim (8-10)$ мм, для синтезированной — $2\Delta z \sim (10-15)$ мм. Расчетное значение, найденное по формуле (11), составляет величину $2\Delta z \sim 13$ мм и удовлетворительно совпадает с субъективной оценкой. Отметим, что толщина выделяемого слоя в томосинтезе, подсчитанная по (11) для $2\varphi_r = 8^\circ$, равна ~ 11 мм, что практически совпадает с результатами традиционной томографии (см. рис. 2).

ВЫВОДЫ

Используя для оптического томосинтеза такую томографическую характеристику как толщина выделенного слоя, можно сформулировать основные требования к геометрии просвечивания и размерам контролируемых в сечении неоднородностей. Применение томосинтеза значительно увеличивает гибкость томографического контроля, так как выбор числа томограмм и глубины залегания сечения осуществляется оператором в любых пределах, не зависящих от условий получения серии исходных разпоракурсных рентгенограмм. При этом метод обеспечивает толщину выделяемого слоя не хуже, чем в традиционной томографии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайс Г. Рентгеновская томография на основе осветителей с синтезированной апертурой // Автометрия.— 1983.— № 2.
2. Попов А. А., Стоянов А. К., Янисов В. В., Янисова Л. К. Оптический синтез томограмм // Дефектоскопия.— 1983.— № 6.
3. Попов А. А., Стоянов А. К., Янисова Л. К. Оптическое преобразование Радона при обработке проективных изображений // Автометрия.— 1981.— № 3.

4. Чикирдин Э. Г., Стольцер С. М., Астраханцев Ф. А. Рентгеновские томографические аппараты.— М.: Медицина, 1976.
 5. Бердонос В. А., Горбунов В. И., Стоянов А. К. Голографический синтез 3-мерных рентгеновских изображений // Материалы 7-й Всесоюз. школы по голографии.— Л.: ЛИЯФ, 1975.

Поступила в редакцию 2 ноября 1983 г.

УДК 62-501.4 : 518.5

О. Г. РУДЕНКО

(Харьков)

ОБ ОДНОМ РЕДУЦИРОВАННОМ МНОГОШАГОВОМ АЛГОРИТМЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

Введение. В ряде работ [1—5] для идентификации объекта, описываемого уравнением

$$y_n = c^{*T} x_n + \xi_n, \quad (1)$$

где y_n — наблюдаемый выходной сигнал; $x_n = (x_{1n}, \dots, x_{Nn})^T$ — вектор входных сигналов; $c^* = (c_1^*, c_2^*, \dots, c_N^*)^T$ — вектор искомых параметров; ξ_n — случайная помеха, используются многошаговые адаптивные алгоритмы, которые путем увеличения объема учитываемой информации позволяют в ряде случаев добиться существенного ускорения процесса идентификации.

В [2, 4, 5] изучалась следующая многошаговая процедура:

$$c_n = c_{n-1} + X_n^{(S)} [X_n^{(S)T} X_n^{(S)}]^{-1} E_n^{(S)}, \quad (2)$$

здесь $X_n^{(S)} = (x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-s+1})$ — матрица $N \times S$; $E_n^{(S)} = (y_n - c_{n-1}^T x_n, y_{n-1} - c_{n-1}^T x_{n-1}, \dots, y_{n-s+1} - c_{n-1}^T x_{n-s+1})^T$ — вектор $S \times 1$; S — число учитываемых шагов в алгоритме (глубина памяти).

При исследовании свойств алгоритма (2) предполагается, что: 1) $\{x_{ik}\}$ — независимые гауссовы случайные величины с $M\{x_{ik}\} = 0$ и одинаковой дисперсией $M\{x_{ik}x_{jm}\} = \sigma_x^2 \delta_{ij} \delta_{km}$; 2) ξ_n — гауссова величина с $M\{\xi_n\} = 0$ и $M\{\xi_n^2\} = \delta_\xi^2$.

Некоторые свойства проекционных алгоритмов. Если ввести в рассмотрение ошибку идентификации $\Theta_i = c_i - c^*$, то (при учете, что $E_n^{(S)} = X_n^{(S)T} \Theta_{n-1}$) алгоритм (2) может быть записан следующим образом:

$$\Theta_n = (I_N - P_n^{(S)}) \Theta_{n-1} + B_n^{(S)} \xi_n^{(S)}, \quad (3)$$

где I_N — единичная матрица $N \times N$; $P_n^{(S)} = X_n^{(S)} [X_n^{(S)T} X_n^{(S)}]^{-1} X_n^{(S)T}$ — матрица ортогонального проектирования на линейную оболочку векторов $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-s+1}$; $B_n^{(S)} = X_n^{(S)} [X_n^{(S)T} X_n^{(S)}]^{-1}$ — матрица $N \times S$; $\xi_n^{(S)} = (\xi_n, \xi_{n-1}, \dots, \xi_{n-s+1})$ — вектор $S \times 1$.

Учет принятых допущений о X_n и ξ_n , свойств операторов проектирования [6], а также следующих свойств матриц $P_n^{(S)}$ и $B_n^{(S)}$ [5]:

$$M_{x_n/x_{n-1}, \dots, x_{n-s+1}, \xi} \{P_n^{(S)}\} = \left(1 - \frac{1}{m}\right) P_{n-1}^{(S-1)} + \frac{1}{m} I_N;$$

$$M_{(x)} \{B_n^{(S)T} B_n^{(S)}\} = M_{(x)} \{[X_n^{(S)T} X_n^{(S)}]^{-1}\} = \frac{1}{(m-2)\sigma_x^2} I_S;$$

$$M_{(x)} \{B_n^{(S)T} P_n^{(S-1)} B_n^{(S)}\} = \frac{1}{N-S} I_S^{(S-1)},$$

где $m = N - S + 1$; $I_S^{(S-1)} = \begin{pmatrix} I_{S-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,