

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТОВ ОПТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

УДК 621.372.8.029.7

Е. А. КОЛОСОВСКИЙ, Д. В. ПЕТРОВ, И. Б. ЯКОВКИН

(Новосибирск)

АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С УЧАСТИЕМ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНОМ ВОЛНОВОДЕ

Введение. Дифракция оптических направляемых волн на поверхностной акустической волне (ПАВ) рассматривалась во многих работах (см., например, [1, 2]). Тем не менее есть тип акустооптического взаимодействия (АОВ), содержащий ряд интересных особенностей динамики поведения волн, но, на наш взгляд, недостаточно изученный. Речь идет об акустооптическом преобразовании направляемой моды в вытекающую волну (ВВ). Существование утечки электромагнитной волны в волноводах на изотропных материалах показано сравнительно давно [3]. ВВ в градиентных анизотропных волноводах (наиболее интересных с научной и прикладной точек зрения) впервые рассмотрены в [4—6]. Анализ вытекающей волны в анизотропных волноводах посвящено несколько работ, которые представляют решение задачи либо с различными приближениями [7, 8], либо математически точно [4, 9].

В [10—12] впервые экспериментально и теоретически рассмотрено преобразование направляемой моды в ВВ на ПАВ и на дифракционной решетке, созданной за счет электрооптического эффекта. Ранее рассматривались такие геометрии брэгговского АОВ в одноосных волноводах, когда одна из взаимодействующих волн вытекающая [1, 13], что не учитывалось авторами этих работ.

Сложность описания этого типа АОВ связана с тем, что ВВ имеют комплексную константу распространения и не являются собственными волнами волновода: из-за неограниченного нарастания при удалении от волновода поля ВВ нельзя нормировать. Поэтому непосредственное привлечение вытекающих волн для решения задачи взаимодействия неправомерное или, во всяком случае, нестрогое. В [12] проведен анализ АОВ в Ti:LiNbO_3 -волноводе на основе предложенного в [14] представления поля ВВ по методу связанных волн суммой коллинеарных направляемой ТЕ-моды и интеграла от ТМ-мод излучения. Однако этот подход приближенный, так как используемая система собственных волн не обладает существенным свойством волн анизотропного волновода — гибридной поляризацией.

В настоящей работе задача решена в представлении разложения полей в области взаимодействия по собственным гибридным волнам анизотропного волновода — направляемым модам и модам излучения. Конечный результат — эффективность взаимодействия и динамика поведения амплитуд оптических волн в области взаимодействия — представлен в обобщенном виде в координатах безразмерных переменных без привлечения конкретных параметров волновода.

На первом этапе найдены моды излучения анизотропного градиентного волновода. До настоящего времени последние рассматривались

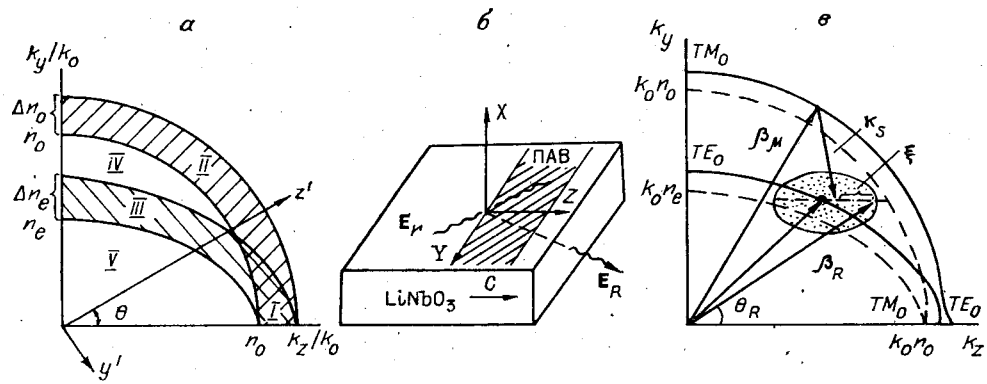


Рис. 1. Геометрия акустооптического взаимодействия в анизотропном планарном волноводе:

a — сечение поверхности волновых векторов в одноосном волноводе (ось z' направлена вдоль направления распространения волны); б — геометрия АОВ; в — условие фазового синхронизма для неколлинеарного АОВ

лишь для пленочного волновода при распространении света вдоль кристаллографических осей [15].

На втором этапе получена система уравнений связанных волн для неколлинеарного взаимодействия в анизотропной среде с учетом мод излучения. Ранее подобная система уравнений рассматривалась для анизотропного волновода при коллинеарном взаимодействии [16, 17], а также для неколлинеарного взаимодействия только между направляемыми модами без участия мод излучения [18]. Неколлинеарное АОВ объемных волн в анизотропной среде изучено в [19].

На третьем этапе проведены решение уравнений связанных мод в обобщенном виде и сравнение с результатом эксперимента.

Моды излучения анизотропного волновода. Рассмотрим сечение $k_x = 0$ поверхности волновых векторов одноосного градиентного волновода (рис. 1, a). Пусть $n_o > n_e$. На рисунке n_o , n_e обозначают обыкновенный и необыкновенный показатели преломления в объеме кристалла; Δn_o и Δn_e — максимальные значения приращений показателя преломления. Волны, эффективные показатели преломления которых лежат в областях I и II, являются направляемыми модами. Область III соответствует ВВ [5]. В области IV находятся эффективные показатели преломления мод излучения подложки квазиТМ-поляризации, в области V — показатели преломления мод излучения подложки квазиТЕ- и квазиТМ-поляризаций. Но с точки зрения собственных волн волновода области III и IV следует объединить. Ниже рассмотрены моды излучения с эффективными показателями преломления в областях III и IV. Согласно [20] поле этих мод излучения можно найти следующим образом (рис. 2, a). Пусть из $-\infty$ на границу раздела с вакуумом $x = 0$ падает о-волна. Проходя волноводный слой и отражаясь от границы, она возбуждает в каждой точке поле е-поляризации. После полного внутреннего отражения волна возвращается в подложку в виде суперпозиции независимых бегущей о-волны и экспоненциально затухающей е-волны. Здесь и далее индексы о и е обозначают величины, описывающие обыкновенную и необыкновенную волны.

Вне волноводной области за точкой x_0 , где неоднородностью диэлектрической проницаемости уже можно пренебречь, связь различных компонент электромагнитного поля известна в аналитическом виде [9].

Распределение полей мод излучения квазиТМ-поляризации находилось следующим образом. Определялись начальные условия в точке x_0 из соотношения в табл. 1 для полей в глубине анизотропной подложки. Затем численно решалась система уравнений Максвелла, т. е. находились все компоненты полей в любой точке волновода, в том числе на границе раздела с вакуумом. Граничные условия позволяют выразить амплитуды всех полей через амплитуду поля о-волны при $x \ll x_0 < 0$.

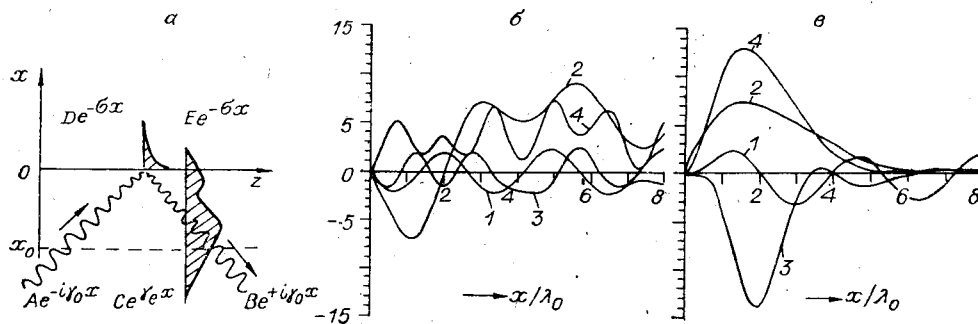


Рис. 2. Поле внутри и вне волноводного слоя:

a — независимо от $\varepsilon(x)$ внутри волноводного слоя $x_0 < x < 0$ поле вне его — суперпозиция известных решений с коэффициентами A, B, C, D, E , которые необходимо найти. Направление распространения z составляет угол θ с оптической осью; *b* — распределение полей H_y (1) $E_y (\times 10)$ (2) и компонент вектора Пойнтинга P_y (3) и $P_z (\times 0,2)$ (4) для моды излучения с $N_m = 2,26500$; *c* — распределение H_y (1), E_y (2), $P_y (\times 0,2)$ (3), $P_z (\times 0,01)$ (4) для моды излучения с $N_m = 2,26889$

Для нормировки этой амплитуды использован известный в квантовой механике прием нормировки волновых функций непрерывного спектра [21]. Поле моды излучения квазиТМ-поляризации, нормированное условием

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_z [E(\beta, x) \times \mathbf{H}^*(\beta', x) + \mathbf{E}^*(\beta', x) \times \mathbf{H}(\beta, x)] dx = P \delta(\beta - \beta'), \quad (1)$$

должно иметь асимптотический вид компоненты E_y при $x \rightarrow -\infty$:

$$|E_y| = |E_y^0| = |Ae^{-i\gamma_0 x} + Be^{+i\gamma_0 x}| = 2|A_0| \cos(\gamma_0 x + \varphi) \quad (2)$$

с константой A_0 , связанной с P соотношением

$$P = 4|A_0|^2 \pi \frac{\gamma_0}{k_0} \left[1 + \left(\frac{k_0 n_0}{\gamma_0} \operatorname{tg} \Theta \right)^2 \right]. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль оси z ; $\delta(\beta - \beta')$ — дельта-функция; $\beta = k_0 N_m$ — продольное волновое число; φ — фаза.

Отметим, что правая часть (1) содержит размерный множитель 1 см^{-1} . Выражение (3) носит общий характер и справедливо для градиентных анизотропных волноводов с произвольным распределением диэлектрической проницаемости внутри волноводного слоя. Подобный результат получен ранее [20, 21] лишь для случая изотропного пленоч-

Таблица 1

Компонента поля	о-волна	е-волна
$E_y^{o,e}$	$\exp(\pm i\gamma_0 x)$	$\exp(\pm i\gamma_e x)$
$E_z^{o,e}$	$-\operatorname{tg} \Theta E_y^o$	$-\frac{(\pm i)^2 \gamma_0^2}{k_0^2 n_0^2 \operatorname{tg} \Theta} E_y^e$
$H_y^{o,e}$	$-\frac{ik_0 n_0^2}{(\pm i) \gamma_0} \operatorname{tg} \Theta E_y^o$	$-\frac{i(\pm i) \gamma_e}{k_0 \operatorname{tg} \Theta} E_y^e$
$H_z^{o,e}$	$\frac{i}{k_0} (\pm i) \gamma_0 E_y^o$	$\frac{i}{k_0} (\pm i) \gamma_e E_y^e$

Примечание. $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число света в вакууме; γ_0, γ_e — поперечные константы распространения о-и е-волн, зависящие от эффективного показателя преломления N_m ; Θ — угол в плоскости волновода между направлением распространения волны (ось z) и оптической осью кристалла. Зависимость от времени взята в виде $e^{i\omega t}$. Нормальные компоненты полей выражаются через тангенциальные: $H_x = -N_m E_y, E_x = N_m/n_0^2(x) H_y$.

ного волновода по известным аналитическим представлениям полей.

Для иллюстрации приведем распределение полей двух мод излучения в волноводе с гауссовым профилем обыкновенного и необыкновенного показателей преломления (глубины диффузии $d_o = d_e = 3,2\lambda_0$; $n_o = 2,286$; $n_e = 2,20$; $\Delta n_o = \Delta n_e = 0,01$) для направления $\Theta = 30^\circ$. Показаны только y -компоненты полей $\mathbf{E}(x)$ и $\mathbf{H}(x)$ и y - и z -компоненты вектора Пойнтинга в различных точках в глубине волновода для моды с $N_m = 2,26500$ (рис. 2, б). Рис. 2, в показывает те же зависимости для моды излучения с $N_m = 2,26889$, равным реальной части эффективного показателя преломления вытекающей волны, распространяющейся в этом направлении с коэффициентом затухания 70 дБ/см. Как видно из рис. 2, в, продольная компонента вектора Пойнтинга P_z в основном локализована внутри волноводного слоя, и в этом смысле такая мода излучения похожа на направляемую моду. Интеграл от y -компоненты вектора Пойнтинга значительно больше для моды излучения с $N_m = 2,26889$, чем для моды с $N_m = 2,26500$. Это значит, что угол между лучевой и фазовой скоростями у данной моды значительно больше, чем у «обычной» моды излучения.

Уравнения связанных волн для неколлинеарного взаимодействия в анизотропном волноводе. Преобразование направляемой моды в ВВ рассматриваем как преобразование направляемой моды в спектр мод излучения. В «чистом» виде, как описано в [3–5, 9], ВВ не существуют, поскольку в эксперименте всегда присутствует элемент ввода излучения. В действительности возможно только предельное стремление формирующихся за область взаимодействия полей к структуре поля «чистой» ВВ.

Направим ось y (совпадающую с кристаллографической осью Y) вдоль вектора групповой скорости ПАВ, имеющей апертуру L , ось x (совпадающую с кристаллографической осью X) по нормали к плоскости волновода (см. рис. 1, б). В отличие от рассеяния на дифракционных решетках с конечными размерами по обеим координатам y и z (см., например, [18]) акустооптическая задача из-за бесконечного размера области взаимодействия вдоль y допускает существенное упрощение [19], а именно амплитуды волн в области взаимодействия зависят только от координаты z . Еще одно следствие этого — требование разложения электромагнитных полей в области взаимодействия только по компонентам \mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t , поперечным к оси z . В приложении приведено соотношение (П5) ортогональности мод анизотропного волновода, распространяющихся под углом друг к другу. Оно не является математическим тождеством и переходит в соотношение нормировки только при $G_y = 0$. В этом случае определенные условия налагаются только на амплитуды поперечных компонент полей \mathbf{E}_t , \mathbf{H}_t .

Запишем поля в области взаимодействия как сумму полей направляемой моды и мод излучения:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{H}_t(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = \int d\beta_{\mu y} a_{\mu}(\beta_{\mu y}, z) \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\mu t}(\beta_{\mu y}, x) \\ \mathbf{H}_{\mu t}(\beta_{\mu y}, x) \end{pmatrix} e^{i(\omega_{\mu} t - \beta_{\mu y} y)} + \\ + \iint d\beta_R a_R(\beta_{Ry}, \beta_{Rz}, z) \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{Rt}(\beta_{Ry}, \beta_{Rz}, x) \\ \mathbf{H}_{Rt}(\beta_{Ry}, \beta_{Rz}, x) \end{bmatrix} e^{i(\omega_R t - \beta_{Ry} y)}, \quad (4)$$

β_{μ} и β_R — продольные волновые векторы направляемой моды и моды излучения. Первый член в (4) содержит интегрирование вдоль участка дисперсионной кривой направляемой моды μ , при этом y -компонента β_{μ} выступает как параметр. Этим учитывается возможность образования (за счет связи с непрерывным спектром мод излучения) направляемых мод с одними и теми же номером и поляризацией, но с разными углами распространения.

Запишем тензор возмущений диэлектрической проницаемости, индуцированных ПАВ, в виде

$$\Delta \epsilon(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [\widehat{\Delta \epsilon}(x) e^{i(\Omega t - K_{sy} y - K_{sz} z)} + \widehat{\Delta \epsilon}^*(x) e^{-i(\Omega t - K_{sy} y - K_{sz} z)}]. \quad (5)$$

Применим процедуру нахождения уравнений связанных мод, подробно описанную в [16]. После подстановки $a_\mu(\beta_{\mu y}, z) = A(\beta_{\mu y}, z)e^{-i\beta_{\mu z}z}$; $a_R(\beta_R; z) = B(\beta_R, z)e^{-i\beta_R z}$, получим для амплитуд A и B уравнения

$$\frac{dA(\beta_{\mu y}, z)}{dz} = -i \int B(\beta_{Ry}, \xi + \beta_{\mu z} + K_{sz}, z) \kappa_{\mu R}(\beta_{Ry}, \xi + \beta_{\mu z} + K_{sz}) e^{-i\xi z}; \quad (6)$$

$$\frac{dB(\beta_{Ry}, \xi + \beta_{\mu z} + K_{sz}, z)}{dz} = -iA(\beta_{\mu y}, z) \kappa_{\mu R}^*(\beta_{Ry}, \xi + \beta_{\mu z} + K_{sz}) e^{+i\xi z},$$

где $\xi = \beta_{Rz} - (\beta_{\mu z} + K_{sz})$ — разность z -компонент волновых векторов взаимодействующих волн (расстройка); $\kappa_{\mu R}(\beta_{\mu y} - K_{sy}, \beta_{Rz}) = \kappa_{R\mu}^*(\beta_{Ry} + K_{sy},$

$$\beta_{\mu z} + \xi + K_{sz}) = \frac{k_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} E_\mu^*(\beta_{\mu y}, x) \widehat{\Delta \epsilon}(x) E_R(\beta_{\mu y} - K_{sy}, \beta_{Rz}, x) dx$$
 — коэффициент связи.

При выводе (6) использовано условие нормировки полей мод излучения (1). Выбор амплитуды мод излучения в глубине подложки необходимо проводить, исходя из равенства нормировочных коэффициентов P мод излучения и направляемых мод. Величина P для последних полагалась равной 1 Вт. Уравнения (6) связывают при заданной частоте ПАВ направляемую моду с волновым вектором $\beta_\mu = (\beta_{\mu y}, \beta_{\mu z})$ со спектром мод излучения, имеющих одинаковую y -компоненту волнового вектора $\beta_{Ry} = \beta_{\mu y} - K_{sy}$ (см. рис. 1, e).

Решение уравнений связанных мод. Система интегродифференциальных уравнений (6) имеет разные решения в зависимости от начальных условий на границе области взаимодействия $z=0$. Начальные условия $A(\beta_{\mu y}, z=0) = 1$ (β_μ, K_s заданы), $B(\beta_{Ry}, \xi + \beta_{\mu z} + K_{sz}, z=0) = 0$ соответствуют преобразованию падающей направляемой моды в вытекающую волну. При малых коэффициентах затухания ВВ можно поставить и обратную задачу.

Рассмотрим решение (6) для прямого процесса. Используя преобразования Лапласа и следуя [23], получим

$$A(\beta_{\mu y}, z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_0 - i\infty}^{\sigma_0 + i\infty} \frac{e^{pz}}{p + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\kappa_{\mu R}(\beta_{\mu y} - K_{sy}, \xi + \beta_{\mu z} + K_{sz})|^2}{p + i\xi} d\xi} dp, \quad \sigma_0 \rightarrow 0. \quad (7)$$

Согласно (7) конкретные параметры анизотропного волноводного слоя включены в единую вещественную характеристику — коэффициент связи $|\kappa_{\mu R}|^2$. При заданном коэффициенте связи $|\kappa_{\mu R}|^2$ выражение (7) служит общим видом решения системы (6). Для записи решения в аналитическом виде аппроксимируем кривую $|\kappa_{\mu R}(\xi)|^2$ конкретной функцией. Чтобы определить ее вид, проводился расчет $|\kappa_{\mu R}(\xi)|^2$ для волновода в ниобате лития. Профили показателей преломления волноводного слоя описывались функцией Гаусса. Учитывались данные о структуре ПАВ, распространяющейся по поверхности Y -среза в X -направлении. При всех углах падения направляемой моды и частотах ПАВ рассчитанные функции $|\kappa_{\mu R}(\xi)|^2$ имеют куполообразную форму (рис. 3). Максимум наблюдается при значениях ξ_0 , соответствующих моде излучения с эффективным показателем преломления, равным реальной части эффективного показателя преломления ВВ (см. кружок на рис. 1, e). Для аппроксимации хорошо подходит известная кривая Лоренца:

$$|\kappa_{\mu R}(\xi)|^2 = \frac{2}{\pi} \frac{a^2 b}{(\xi - \xi_0)^2 + (2b)^2}. \quad (8)$$

Здесь ξ_0 характеризует положение максимума кривой, параметры a и b определяют ее высоту и уширение. Множитель $2/\pi$ введен с целью уп-

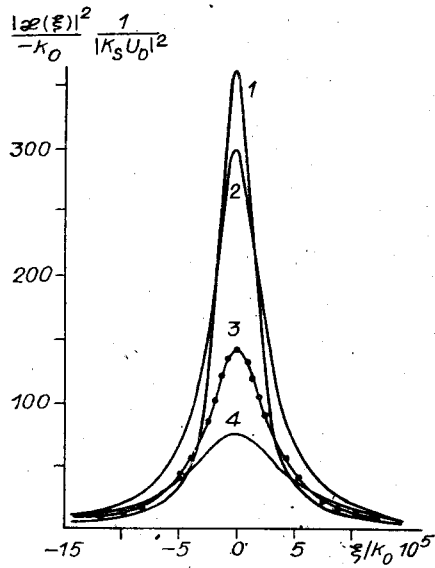


Рис. 3. Зависимость коэффициента связи $|\kappa_{\mu R}(\xi)|^2$ для эксперимента [12]: преобразование $TM_0 - TE_0$ (МГц): 280 (1), 160 (3), 120 (4); 2 — преобразование $TM_1 - TE_1$ (124 МГц). Точками обозначены расчетные значения, линией — аппроксимация по (8)

рошения записи последующих результатов. Подставим (8) в (7) и, применив дважды теорему о вычетах для вычисления интегралов по контуру, найдем

$$A(\beta_{\mu y}, z) = \left[\cos(uz) + \frac{c}{u} \sin(uz) \right] e^{-cz}, \quad (9)$$

где $u = (a^2 - c^2)^{1/2}$, $c = b + i\xi_0/2$.

После подстановки $A(\beta_{\mu y}, z)$ во второе уравнение связанных волн и его интегрирования получим амплитуды $B(\beta_{Ry}, \xi + \beta_{\mu z} + K_{sz}, z)$ спектра мод излучения. Обозначим

$$g(\xi, u, z) = \frac{1 - ic/u}{\xi/b + u/b + ic/b} \{ e^{[i(\xi/b + u/b) - c/b](bz)} - 1 \}. \quad (10)$$

Тогда

$$|B(\xi, z)|^2 b = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \frac{1}{(\xi/b - \xi_0/b)^2 + 4} |g(\xi, u, z) + g(\xi, -u, z)|^2. \quad (11)$$

Выражения A и $|B|^2 b$ являются функциями только четырех безразмерных переменных: a/b , zb , ξ/b , ξ_0/b , поскольку u/b , u/c , c/b выражаются через них: $u/b = [(a/b)^2 - (c/b)^2]^{1/2}$; $u/c = [(a/b)^2 / (1 + i\xi_0/2b)^2 - 1]^{1/2}$; $c/b = 1 + i\xi_0/2b$. Изменяя эти безразмерные параметры, находим все возможные решения системы уравнений связанных волн. В предельном случае $b=0$ для (9), (11) в силу известного представления δ -функции

$$\delta(x) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\lambda}{\pi(x^2 + \lambda^2)} \quad (12)$$

приходим к уравнениям, описывающим изменение амплитуд A и B в АО-взаимодействии двух направляемых мод. Ранее решение системы (6) анализировалось лишь для амплитуды падающей направляемой моды. Например, в [12, 24] получено решение в приближении плавной зависимости коэффициента связи $|\kappa_{\mu R}|^2$ от ξ . Детального исследования поведения различных спектральных компонент поля, излученного в результате взаимодействия, ранее не проводилось.

На рис. 4 представлены зависимости интенсивности направляемой моды $|A|^2$ от координаты безразмерной длины zb для значений a/b от

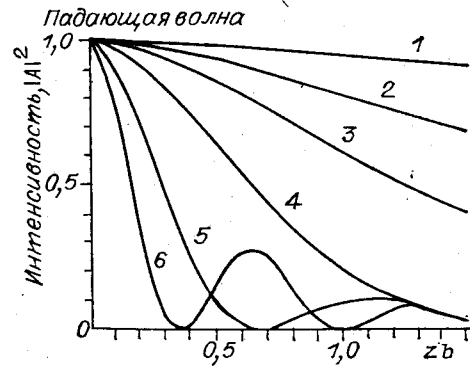


Рис. 4. Изменение интенсивности направляемой моды в зависимости от длины области взаимодействия: параметр $a/b = 0,3$ (1), $0,6$ (2), $0,9$ (3), $1,5$ (4), $3,0$ (5), $5,0$ (6)

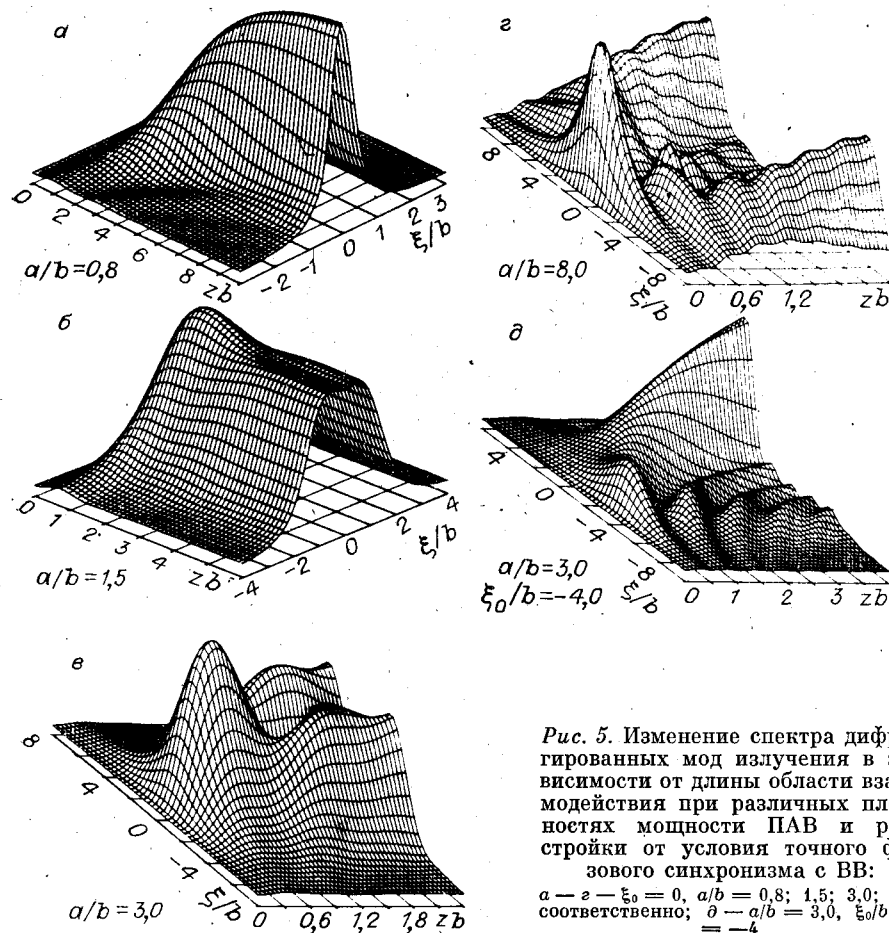


Рис. 5. Изменение спектра дифрагированных мод излучения в зависимости от длины области взаимодействия при различных плотностях мощности ПАВ и расстройке от условия точного фазового синхронизма с ВВ:

а — $\xi_0 = 0$, $a/b = 0,8$; 1,5; 3,0; 8,0 соответственно; в — $a/b = 3,0$, $\xi_0/b = -4$

0,1 до 5,0. Расстройка ξ_0 положена равной нулю, что означает выбор такого брэгговского угла и частоты ПАВ, при которых наблюдается фазовый синхронизм с ВВ. При увеличении a/b , например при нарастании мощности ПАВ, перекачка энергии из направляемой моды в моды излучения может носить как монотонный, так и колебательно-затухающий характер. При малых значениях мощности ПАВ лишь малая часть энергии направляемой волны преобразуется в спектр мод излучения. Несмотря на увеличение длины области взаимодействия, существенного взаимного обмена энергией не происходит, так как моды излучения формируются в объемную o -волну, идущую под углом к поверхности, и уносят энергию в объем. Обратное преобразование незначительно, поскольку оно осуществляется лишь в приповерхностном слое области взаимодействия порядка длины волны ПАВ, где локализовано возмущение $\Delta\epsilon(x)$.

В случае больших мощностей ПАВ коэффициент связи велик. Поэтому моды излучения прежде, чем покинуть область локализации $\Delta\epsilon(x)$ в виде объемной волны, успевают несколько раз обменяться энергией с направляемой модой. Полного обмена (как между двумя направляемыми модами) все же не происходит, поскольку часть энергии мод излучения покидает приповерхностный слой.

На рис. 5, а показано поведение амплитуд $|B|^2$ мод излучения в каждой точке области взаимодействия для случая малых ($a/b = 0,8$) плотностей мощности ПАВ. С ростом длины области взаимодействия наблюдается сужение спектра мод излучения (от $\xi/b = \pm 3$ в начале области взаимодействия до $\xi/b = \pm 1$ при $zb = 10$). Одновременно монотонно увеличивается амплитуда центральной составляющей, имеющей

нулевую расстройку относительно точных брэгговских условий (синхронизм с ВВ). При больших длинах взаимодействия ($zb \sim 100$) боковые составляющие спектра подавляются и спектр представляет собой δ -функцию. Именно для такого предельного случая при малых плотностях мощности ПАВ становится строгим подход в отмеченных выше работах [12, 24].

Рассмотрим качественные изменения в структуре дифрагированного поля при нарастании плотности мощности ПАВ.

На рис. 5, б—г представлено изменение амплитуд $|B|^2$ спектра мод излучения для значений параметра $a/b = 1,5; 3,0; 8,0$. При малых ($zb \sim 1$) длинах области взаимодействия спектральная картина поля сохраняется подобной рассмотренному случаю малых мощностей ПАВ. С увеличением плотности мощности ПАВ первый максимум в центральной части спектра смещается к меньшим длинам области взаимодействия. В его формировании участвует более широкий спектр мод излучения, как и должно ожидаться с уменьшением апертуры пучка ПАВ. При увеличении длины области взаимодействия преобразование осуществляется в основном не в центральный максимум, а в два боковых, соответствующих двум пучкам мод излучения, распространяющихся под углом друг к другу. Картина имеет симметричный вид.

Объяснение поведения амплитуд $|B|^2$ в области взаимодействия необходимо проводить с учетом различия в величинах коэффициента связи $|\kappa|^2$ и расстройки ξ для отдельных спектральных составляющих дифрагированного поля. Рассмотрим эти два механизма.

Известно [24], что если нарушены условия синхронизма, то при одинаковом $|\kappa|^2$ величина переданной дифрагированной волне мощности меньше и максимум наблюдается при меньших длинах области взаимодействия. Как видно из рис. 5, а, для мод излучения с $|\xi/b| > 1$ максимум располагается ближе к началу области взаимодействия, чем для мод с $|\xi/b| < 1$. Значит, в области $|\xi/b| > 1$ при $a/b = 0,8$ влияние расстройки на структуру поля значительнее, чем влияние различия в коэффициентах связи.

В случае слабой расстройки основную роль играет изменение коэффициента связи $|\kappa|^2$. Чем меньше $|\kappa|^2$, тем большая длина необходима для достижения максимального преобразования в отдельно взятую моду излучения. Предположим, что достигнуто значение плотности мощности ПАВ, при котором для моды с нулевой расстройкой ξ в точке $z = L$ условие максимального преобразования выполнено (см. рис. 5, б при $zb \sim 1,5$). Обозначим требуемое для этого значение коэффициента связи $|\tilde{\kappa}|^2$. С дальнейшим увеличением мощности ПАВ преобразование в данную моду будет подавляться (за счет обратного преобразования), тогда как для двух симметрично расположенных мод излучения всегда найдется значение расстройки $\pm \xi \neq 0$, при котором коэффициент связи $|\kappa_{\text{пр}}(\xi)|^2$ равен величине $|\tilde{\kappa}|^2$. Тем самым в центральной части спектра амплитуд $|B|^2$ будет образовываться провал, что и наблюдается на рисунке. С увеличением мощности ПАВ угол между двумя дифрагированными пучками увеличивается, так как в АОВ вовлекаются составляющие спектра мод излучения, расположенные ближе к основанию кривой Лоренца (см. рис. 3).

На рис. 5, д представлен результат для случая сильного нарушения условий синхронизма с ВВ. Физически данная ситуация относится к тем же условиям эксперимента, которым соответствует рис. 5, в, но с другой, меньшей, частотой ПАВ. Видно, что нарушение брэгговских условий в данном случае приводит к сильному искажению ранее симметричной картины поля.

Пример использования обобщенных решений. Применим полученные результаты для анализа известных экспериментальных данных по АОВ в оптическом волноводе на Y -срезах ниобата лития [12]. На рис. 3 показаны рассчитанные по данным [12] зависимости коэффициента свя-

Таблица 2

Параметры АОВ	$f_s = 120$ МГц $P_{ак} = 0,13$ Вт $L = 0,4$ см		$f_s = 160$ МГц $P_{ак} = 0,065$ Вт $L = 0,2$ см		$f_s = 280$ МГц $P_{ак} = 0,043$ Вт $L = 0,2$ см	
	TM ₀ -TE ₀	TM ₁ -TE ₁	TM ₀ -TE ₀	TM ₁ -TE ₁	TM ₀ -TE ₀	TM ₁ -TE ₁
	Брэгговский угол дифрагированной волны, Θ_0	13,6	13,5	18,4	17,9	33,7
Затухание ВВ, дБ/см	42	23	25	13	10	8
Максимальное значение $\frac{ x_{\mu R}(0) ^2}{k_0} \frac{1}{ K_s U_0 ^2}$	72,4	295,3	141,0	396,8	402,7	675,7
Параметры кривой Лоренца: $b/k_0 (\times 10^5)$	2,67	1,32	1,64	0,90	0,75	0,44
a/b	0,55	1,58	1,12	2,53	3,03	5,11
Длина области взаимодействия (Lb)	1,06	0,52	0,33	0,18	0,15	0,09
Эффективность АОВ, %:						
теория	16	37	8,5	12	14	17
эксперимент	10,8	17,4	6,4	9,0	8,1	11,4

зи $|x_{\mu R}(\xi)|^2$ для процессов TM₀-TE₀ на частотах ПАВ 120, 160 и 280 МГц. Найденные зависимости графически совпадают с аппроксимирующими их кривыми (8). В табл. 2 приведены значения величин, характеризующих АОВ для процессов преобразования из направляемой моды квазиТМ-поляризации в вытекающую волну квазиТЕ-поляризации. Как подтверждают результаты расчета, преобразованию в ВВ с большим затуханием соответствует более широкий спектр мод излучения.

Чтобы применить полученное обобщенное решение к эксперименту, поступаем следующим образом. Входящее в коэффициент связи $|x_{\mu R}(\xi)|^2$ возмущение диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon$ выражаем через плотность акустической мощности $P_{ак}/L$ с помощью соотношения [2]

$$\Delta\epsilon(x) \equiv \left(\frac{\Omega}{M}\right)^{1/2} \frac{1}{v_s} \left(\frac{P_{ак}}{L}\right)^{1/2} \frac{\widehat{\Delta\epsilon}(x)}{|K_s U_0|}, \quad (13)$$

где v_s — скорость ПАВ; M — коэффициент, связывающий $P_{ак}$ с квадратом амплитуды смещения в ПАВ, нормального к поверхности U_0 : $P_{ак} = M\Omega U_0^2 L$. (Для УХ — ПАВ в ниобате лития $M = 1,01 \cdot 10^5$ Вт · с × × см⁻³.) Задавая мощность и частоту ПАВ, проводим расчет коэффициента связи $|x_{\mu R}(\xi)|^2$ и параметров кривой Лоренца. Параметры a , b , ξ_0 определяются из требования совпадения (8) с расчетной зависимостью в трех точках — в максимуме и на полуширине. Выражая длину области взаимодействия в единицах b^{-1} и пользуясь найденным отношением a/b по рис. 4, 5, определяем эффективность АОВ $(1 - |A(L)|^2)$ и поведение спектральных составляющих мод излучения, формирующих структуру дифрагированного поля. Например, при $f_s = 120$ МГц, $P_{ак} = 0,13$ Вт, $L = 0,4$ см для процесса TM₀-TE₀ имеем

$$a/b = \sqrt{\frac{2\pi |x_{\mu R}(0)|^2}{b}} \approx 0,55. \quad (14)$$

На графике (см. рис. 4) значению $a/b = 0,55$ при $Lb = 1,06$ соответствует $|A|^2 \approx 0,84$, и, следовательно, эффективность АОВ 16%. Экспериментально измеренная величина составляет 11%, что находится в хорошем согласии с расчетом. Спектральную картину дифрагированного поля получим из рис. 5, а при значении $zb = 1,06$. Этот же рисунок отражает поведение мод излучения для всех промежуточных длин области взаимодействия и предсказывает результат для других апертур L при условии неизменной плотности мощности ПАВ.

Таким образом, выбирая параметры аппроксимирующей функции (8) в соответствии со значениями $|\kappa_{\mu R}(\xi)|^2$ конкретного волновода, получаем аналитические выражения для эффективности АО-преобразования и поведения амплитуд мод непрерывного спектра, формирующих ВВ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод соотношения ортогональности для мод анизотропного волновода, распространяющихся под углом друг к другу. Рассмотрим собственную моду с индексом μ , распространяющуюся в плоскости волновода под углом Θ_μ к оси z . Ось x нормальна к плоскости волновода. Индекс μ фиксирует не только величину продольного волнового числа (и, следовательно, тип волны — направляемая мода или мода излучения), но и направление распространения волны.

Зависимость полей от координат и времени такова:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_\mu(\mathbf{r}, t) \\ \mathcal{H}_\mu(\mathbf{r}, t) \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{E}_\mu(x) \\ \mathbf{H}_\mu(x) \end{cases} \exp[i(\omega_\mu t - \beta_{\mu y} y - \beta_{\mu z} z)]. \quad (\text{П1})$$

Подстановка полей (П1), относящихся к модам μ и ν , в уравнения Максвелла дает

$$\begin{aligned} \partial/\partial x [\mathbf{e}_x \times \mathcal{H}_\nu] - i\beta_{\nu y} [\mathbf{e}_y \times \mathcal{H}_\nu] - i\beta_{\nu z} [\mathbf{e}_z \times \mathcal{H}_\nu] &= ik_0 \widehat{\epsilon} \mathcal{E}_\nu; \\ \partial/\partial x [\mathbf{e}_x \times \mathcal{E}_\mu] - i\beta_{\mu y} [\mathbf{e}_y \times \mathcal{E}_\mu] - i\beta_{\mu z} [\mathbf{e}_z \times \mathcal{E}_\mu] &= -ik_0 \mathcal{H}_\mu. \end{aligned} \quad (\text{П2})$$

Умножим комплексно-сопряженное первое уравнение скалярно на \mathcal{E}_μ , второе уравнение на $-\mathcal{H}_\nu^*$ и сложим результаты:

$$-2 \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x [\mathcal{E}_\mu \times \mathcal{H}_\nu^*] + i\mathbf{G} [\mathcal{E}_\mu \times \mathcal{H}_\nu^*] = ik_0 (\widehat{\epsilon} \mathcal{E}_\nu^* \mathcal{E}_\mu - \mathcal{H}_\mu \mathcal{H}_\nu^*), \quad (\text{П3})$$

где $\mathbf{G} = (0, \beta_{\mu y} - \beta_{\nu y}^*, \beta_{\mu z} - \beta_{\nu z}^*)$ — разность продольных компонент волновых векторов волн μ и ν . Выполнив комплексное сопряжение уравнения (П3) и поменяв местами индексы μ и ν (при этом \mathbf{G}^* переходит в $-\mathbf{G}$), сложим полученный результат с (П3):

$$-2 \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x (\mathcal{E}_\mu \times \mathcal{H}_\nu^* + \mathcal{E}_\nu \times \mathcal{H}_\mu) + i\mathbf{G} (\mathcal{E}_\mu \times \mathcal{H}_\nu^* + \mathcal{E}_\nu^* \times \mathcal{H}_\mu) = 0. \quad (\text{П4})$$

Пусть L_y и L_z — размеры области вдоль осей y и z , в пределах которой определяем условие ортогональности. По оси x размер области считаем неограниченным. Проинтегрировав по объему, получим

$$\left(\frac{\sin G_y L_y}{G_y} \right) \left(\frac{\sin G_z L_z}{G_z} \right) \int_{-\infty}^{\infty} (G_y \mathbf{e}_y + G_z \mathbf{e}_z) (\mathbf{E}_\mu \times \mathbf{H}_\nu^* + \mathbf{E}_\nu^* \times \mathbf{H}_\mu) dx = 0. \quad (\text{П5})$$

Данное соотношение показывает, что, например, две одинаковые моды, распространяющиеся под углом друг к другу, взаимно ортогональны.

Результат (П5) расширяет записанное в [15] соотношение ортогональности на случай неколлинеарно распространяющихся мод анизотропного волновода. В изотропном случае приходим к результату, полученному в [18].

ЛИТЕРАТУРА

1. Tsai C. S. Guided — wave acoustooptic Bragg modulators for wideband integrated optic communications and signal processing // IEEE Trans. Circuits and Syst.— 1979.— V. SACS-26.— P. 1072.
2. Яковкин И. Б., Петров Д. В. Дифракция света на акустических поверхностных волнах.— Новосибирск: Наука, 1979.
3. Marcuse D. Hollow dielectric waveguide for distributed feedback lasers // IEEE J. Quant. Electron.— 1972.— V. QE-8.— P. 661.

4. Yamanouchi K., Kamiya T., Shibayama K. New leaky surface waves in anisotropic metal—diffused optical waveguides // IEEE Trans.—1978.—V. MTT-26.—P. 298.
5. Ctyroky J., Cada M. Guided and semileaky modes in anisotropic optical waveguides of the LiNbO₃ type // Opt. Comm.—1978.—V. 27.—P. 353.
6. Sheem S. K., Burns W. K., Milton A. F. Leaky—mode propagation in Ti-diffused LiNbO₃ and LiTaO₃ waveguides // Opt. Lett.—1978.—V. 3.—P. 76.
7. Burns W. K., Cheem S. K., Milton A. F. Approximate calculations of leaky—mode loss coefficients for Ti-diffused LiNbO₃ waveguides // IEEE J. Quant. Electron.—1979.—V. QE-15.—P. 1282.
8. Ctyroky J., Cada M. Generalized WKB method for the analysis of light propagation in inhomogeneous anisotropic optical waveguides // IEEE J. Quant. Electron.—1981.—V. QE-17.—P. 1064.
9. Kolosovsky E. A., Petrov D. V., Tsarev A. V., Yakovkin I. B. An exact method for analysing light propagation in anisotropic inhomogeneous optical waveguides // Opt. Comm.—1982.—V. 43.—P. 21.
10. Петров Д. В. Акустооптическое преобразование направляемой моды в вытекающую волну в волноводе Ti:LiNbO₃ // Письма в ЖТФ.—1983.—Т. 9, вып. 18.
11. Petrov D. V. Acoustooptic and electrooptic guided wave conversion to leaky waves in an anisotropic optical waveguide // Opt. Comm.—1984.—V. 50.—P. 300.
12. Петров Д. В., Чтыроки И. Акустооптическое преобразование направляемой моды в вытекающую волну в LiNbO₃:Ti-волноводе // Квантовая электрон.—1985.—Т. 12, № 5.
13. Kim B., Tsai C. S. Thin—film tunable optical filtering using anisotropic and non-collinear acoustooptic interaction in LiNbO₃ waveguides // IEEE J. Quant. Electron.—1979.—V. QE-15.—P. 642.
14. Yamamoto S., Okamura Y. Guided—radiation mode interaction in off—axis propagation in anisotropic optical waveguides with application to direct—intensity modulators // J. Appl. Phys.—1979.—V. 50.—P. 2555.
15. Marcuse D. Electrooptic coupling between TE and TM modes in anisotropic slabs // IEEE J. Quant. Electron.—1975.—V. QE-11.—P. 759.
16. Marcuse D. Coupled—mode theory for anisotropic optical waveguides // Bell. Syst. Techn. J.—1975.—V. 54.—P. 985.
17. Петров Д. В. Влияние процессов излучения на коллинеарное акустооптическое взаимодействие направляемых мод // Квантовая электрон.—1980.—Т. 7, № 9.
18. Свидзинский К. К. Теория брэгговской дифракции в планарном оптическом волноводе на решетках с ограниченной апертурой // Квантовая электрон.—1980.—Т. 7, № 9.
19. Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Дифракция света на ультразвуке в анизотропной среде // Квантовая электрон.—1975.—Т. 2, № 2.
20. Marcuse D. Theory of dielectric optical waveguides.—N. Y.: Academic Press, 1974.
21. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика.—М.: Наука, 1974.
22. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах.—М.: Наука, 1969.
23. Люиселл У. Излучение и шум в квантовой электронике.—М.: Наука, 1972.
24. Тейлор Г., Ярив А. Волноводная оптика // ТИИЭР.—1974.—№ 62.

Поступила в редакцию 4 ноября 1985 г.

УДК 535.42 : 535.31 : 53.082.5

Б. Е. КРИВЕНКОВ, Ю. В. ЧУГУИ

(Новосибирск)

ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ОБЪЕМНЫХ ТЕЛАХ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ

Автоматизация контроля геометрии промышленных изделий — одна из актуальных задач современного приборостроения. Для ее решения с успехом используются методы фурье-оптики, в частности дифракционные [1] и корреляционные [2], основанные на анализе и фильтрации спектров пространственных частот изображений объектов. Так как большинство контролируемых изделий трехмерные, то необходимо выяснить влияние объемности этих изделий на их пространственные спектры — дифракционные картины Фраунгофера. Особенности дифракции света на таких объектах носят принципиальный характер, приводя, например,