

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

УДК 621.391.63

В. Б. МАНЕЛИС, А. П. ТРИФОНОВ
 (Воронеж)

ОЦЕНКА ПОЛОЖЕНИЯ СЛОЖНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ФОНЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ШУМОВ

Зарегистрированное черно-белое оптическое изображение часто описывают пуассоновским полем случайных точек [1—4] и др. Полезная информация при этом заключена в пространственном распределении интенсивности $\lambda(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$, пуассоновского поля $N(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in G$, G — область наблюдения. В [1, 4] была рассмотрена оценка максимального правдоподобия положения оптического изображения. Предполагалось, что интенсивность наблюдаемого поля имеет вид

$$\lambda(\mathbf{x}) = \lambda_s(\mathbf{x} - \mathbf{l}) + \lambda_N, \quad (1)$$

где λ_N — постоянная интенсивность поля, обусловленная фоновым (помеховым) излучением; $\lambda_s(\mathbf{x} - \mathbf{l})$ — интенсивность полезного изображения. Результаты [1, 4] получены для случая, когда функция $\lambda_s(\mathbf{x} - \mathbf{l})$ известна с точностью до ее положения $\mathbf{l} \in G$ и отлична от нуля лишь в малой односвязной области в окрестности точки \mathbf{l} . В то же время актуальной является задача обработки сложных изображений, занимающих многосвязную область, в частности, состоящих из отдельных фрагментов [5] и др.

В этой связи рассмотрим оценку положения сложного изображения, образованного совокупностью p одинаковых по форме неперекрывающихся фрагментов. Обозначим: λ_i — максимальная интенсивность i -го фрагмента ($i = 1, p$); $f(\mathbf{x})$ — функция, описывающая распределение интенсивности каждого фрагмента, причем $\max f(\mathbf{x}) = 1$. Пусть $\mathbf{q}_i = (q_{i1}, q_{i2})$ — вектор, определяющий положение i -го фрагмента в системе координат, связанной с плоскостью регистрации G . Тогда интенсивность

сложного изображения в (1) запишется как $\lambda_s(\mathbf{x} - \mathbf{l}) = \sum_{i=1}^p \lambda_i f(\mathbf{x} - \mathbf{q}_i)$.

Будем считать, что положение сложного изображения описывается вектором $\mathbf{l} = (l_1, l_2)$, компоненты которого представляют собой координаты центра тяжести дискретной плоской фигуры, состоящей из точек одинаковой массы с координатами \mathbf{q}_i , т. е.

$$l_k = \sum_{i=1}^p q_{ik} / p, \quad k = 1, 2. \quad (2)$$

Точность некоторой оценки \mathbf{l}_m положения сложного изображения будем характеризовать ее рассеянием, которое определим как средний квадрат расстояния между оценкой и истинным значением положения \mathbf{l}_0 :

$$V = \langle |\mathbf{l}_m - \mathbf{l}_0|^2 \rangle = \langle (l_{1m} - l_{10})^2 \rangle + \langle (l_{2m} - l_{20})^2 \rangle. \quad (3)$$

Согласно (2) оценку координат изображения l_1, l_2 можно получить на основе оценок координат q_{i1}, q_{i2} каждого фрагмента. Для получения оценок максимального правдоподобия (ОМП) координат каждого фрагмента необходимо сформировать функцию [1]

$$M_i(\mathbf{q}) = \int_G \ln [1 + \lambda_i f(\mathbf{x} - \mathbf{q})/\lambda_N] N(d\mathbf{x}) \quad (4)$$

в окрестности положения i -го фрагмента \mathbf{q}_i ($i = \overline{1, p}$). Оценка \mathbf{q}_{im} положения i -го фрагмента определяется как положение наибольшего максимума функции (4). Подставляя \mathbf{q}_{im} в (2), получаем оценку \mathbf{l}_m положения сложного изображения. В соответствии с [1] корреляционная матрица оценок координат i -го фрагмента равна

$$\mathbf{K}_i = \|\lambda_i R_{nh}(\gamma_i)\|^{-1}. \quad (5)$$

Здесь

$$R_{nh}(\gamma_i) = \gamma_i \int_G [1 + \gamma_i f(\mathbf{x})]^{-1} [\partial f(\mathbf{x})/\partial x_n] [\partial f(\mathbf{x})/\partial x_h] d\mathbf{x}, \quad (6)$$

$\gamma_i = \lambda_i/\lambda_N$, $n, k = 1, 2$. Так как для неперекрывающихся фрагментов оценки \mathbf{q}_{im} независимы, то рассеяние (3) примет вид

$$V_1 = p^{-2} \text{Sp} \sum_{i=1}^p \mathbf{K}_i, \quad (7)$$

где $\text{Sp}(\cdot)$ — шпур матрицы. Общее выражение для рассеяния (7) несколько упрощается в случае осесимметричных фрагментов [4], т. е. когда $f(\mathbf{x}) = f(r)$, $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. Тогда $R_{12}(\gamma_i) = 0$,

$$R_{11}(\gamma_i) = R_{22}(\gamma_i) = R(\gamma_i) = \pi \gamma_i \int_0^\infty r [1 + \gamma_i f(r)]^{-1} [df(r)/dr]^2 dr \quad (8)$$

и рассеяние (7) переписывается как $V_1 = 2p^{-2} \sum_{i=1}^p [\lambda_i R(\gamma_i)]^{-1}$.

Рассмотренный метод оценки (назовем его косвенным) обеспечивает удовлетворительную точность оценивания, лишь когда отношение сигнал — шум на выходе устройства (4) велико для каждого фрагмента, т. е.

$$z_i^2 = \left\{ \lambda_i \int_G f(\mathbf{x}) \ln [1 + \gamma_i f(\mathbf{x})] d\mathbf{x} \right\}^2 \left\{ \int_G \ln^2 [1 + \gamma_i f(\mathbf{x})] [\lambda_N + \lambda_i f(\mathbf{x})] d\mathbf{x} \right\}^{-1} \gg 1, \quad (9)$$

$i = \overline{1, p}.$

Отметим, что для реализации рассмотренного косвенного метода, т. е. для формирования функций (4), необходимо значительное количество априорной информации о структуре сложного изображения. Действительно, априори должны быть известны максимальные интенсивности фрагментов λ_i , и требуется приблизительно знать положение каждого фрагмента в области наблюдения. Поэтому рассмотрим квазиоптимальный косвенный метод, реализация которого более проста с технической точки зрения и не требует наличия априорной информации о положении и интенсивности отдельных фрагментов. Квазиоптимальный косвенный метод оценки сводится к формированию функции

$$\tilde{M}_1(\mathbf{q}) = \int_G \ln [1 + \tilde{\lambda} f(\mathbf{x} - \mathbf{q})/\lambda_N] N(d\mathbf{x}) \quad (10)$$

и определению положения \mathbf{q}_{im} p наибольших максимумов этой функции при $\mathbf{q} \in G$. Подставляя \mathbf{q}_{im} в (2), находим оценку \mathbf{l}_m положения сложного изображения. Устройство (10) позволяет получить ОМП координат фрагмента с максимальной интенсивностью $\tilde{\lambda}$. Однако в общем случае $\lambda_i \neq \tilde{\lambda}$ ($i = \overline{1, p}$), что несколько снижает точность оценки положения

каждого фрагмента по сравнению с (4). Используя известную методику [6], найдем корреляционную матрицу квазиоптимальных оценок координат q_i i -го фрагмента:

$$\tilde{K}_i = \|\lambda_i R_{\mu\nu}(\tilde{\gamma})\|^{-1} \|\lambda_i [R_{\mu\nu}(\tilde{\gamma}) + \delta_i Q_{\mu\nu}(\tilde{\gamma})]\| \|\lambda_i R_{\mu\nu}(\tilde{\gamma})\|^{-1}.$$

Здесь $\tilde{\gamma} = \tilde{\lambda}/\lambda_N$; $\delta_i = (\tilde{\lambda} - \lambda_i)/\lambda_i$ — относительное отклонение интенсивности опорного сигнала от истинной интенсивности i -го фрагмента;

$$Q_{\mu\nu}(\tilde{\gamma}) = \tilde{\gamma} \int_G [1 + \tilde{\gamma} f(\mathbf{x})]^{-2} [\partial f(\mathbf{x})/\partial x_\mu] [\partial f(\mathbf{x})/\partial x_\nu] dx, \quad (14)$$

а функция $R_{\mu\nu}(\tilde{\gamma})$ определяется формулой (6) при $\gamma_i = \tilde{\gamma}$ ($\mu, \nu = 1, 2$). Подставляя \tilde{K}_i в (7), получим выражение для рассеяния при использовании квазиоптимального косвенного метода. Конкретизируем это выражение применительно к случаю $\lambda_i = \tilde{\lambda}$ ($i = 1, p$). Тогда оценка становится эффективной и ее рассеяние равно

$$\tilde{V}_1 = (1/p\tilde{\lambda}) \text{Sp} \|R_{nh}(\tilde{\gamma})\|^{-1}. \quad (12)$$

В случае осесимметричных фрагментов общее выражение для рассеяния (7) несколько упрощается и принимает вид $\tilde{V}_1 = [2/p^2 R(\tilde{\gamma})] \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} [1 + \delta_i Q(\tilde{\gamma})/R(\tilde{\gamma})]$, где $Q(\tilde{\gamma}) = \pi \tilde{\gamma} \int_0^\infty r [1 + \tilde{\gamma} f(r)]^{-2} [df(r)/dr]^2 dr$, а функция $R(\cdot)$ определяется из (8).

Выражения для рассеяния при использовании квазиоптимального метода справедливы, когда велико отношение сигнал — шум на выходе устройства (10) для каждого фрагмента, т. е.

$$\tilde{z}_i^2 = \left\{ \lambda_i \int_G f(\mathbf{x}) \ln [1 + \tilde{\gamma} f(\mathbf{x})] dx \right\}^2 \left\{ \int_G \ln^2 [1 + \tilde{\gamma} f(\mathbf{x})] [\lambda_N + \lambda_i f(\mathbf{x})] dx \right\}^{-1} \gg 1, \quad (13)$$

$$i = \overline{1, p}.$$

Косвенный метод оценки, как следует из (4), (10), может быть реализован достаточно просто. Однако этот метод не предусматривает возможности оптимального использования априорной информации о пространственной структуре сложного изображения. Кроме того, косвенный метод обеспечивает удовлетворительную точность оценивания лишь при выполнении довольно ограничительных условий (9) или (13).

Точность оценки положения сложного изображения может быть повышена, если имеется априорная информация о его структуре. Введем в рассмотрение новую декартову систему координат $\xi = (\alpha \xi_1, \alpha \xi_2)$, начало которой расположено в точке I. В общем случае система координат ξ , жестко связанная с изображением, повернута на угол φ относительно исходной системы координат в плоскости регистрации (рис. 1). При этом, очевидно, $q_{i1} = l_1 + \alpha \xi_{i1} \cos \varphi - \alpha \xi_{i2} \sin \varphi$, $q_{i2} = l_2 + \alpha \xi_{i1} \sin \varphi + \alpha \xi_{i2} \cos \varphi$. Положим, что координаты ξ_{i1} , ξ_{i2} , характеризующие взаимное расположение фрагментов (структуру изображения) с точностью до масштаба (размера) α , априори известны. Однако максимальные интенсивности λ_i отдельных фрагментов, угол поворота (ракурс) φ сложного изображения и его масштаб α в общем случае могут быть неизвестны. При известных значениях ξ_{i1} , ξ_{i2} , $i = \overline{1, p}$, можно использовать второй метод (назовем его прямым) оценки местоположения. Теперь все сложное изображение рассматривается как один пространственный сигнал, зависящий

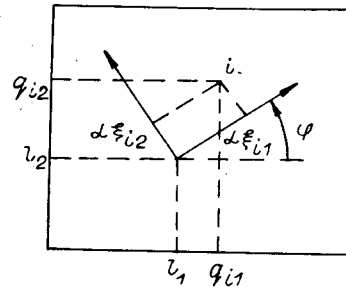


Рис. 1

от параметров \mathbf{L} , α , φ , λ_i , $i = \overline{1, p}$. Для получения оценки положения сложного изображения будем искать ОМП всех его неизвестных параметров. Когда максимальные интенсивности отдельных фрагментов λ_i известны, обработка регистрируемого поля $N(\mathbf{x})$ сводится к формированию функции [4]

$$K = \left\| \sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{R}_{i\mu\nu}(\gamma_i) \right\|^{-1}, \quad \mu, \nu = \overline{1, h}, \quad (15)$$

где $\hat{R}_{i\mu\nu}(\gamma_i) = \sum_{n,h=1}^2 R_{nh}(\gamma_i) (\partial q_{in} / \partial L_\mu) (\partial q_{ih} / \partial L_\nu)$; $R_{nh}(\gamma_i)$ находится из (6), $h = 2, 3, 4$ в зависимости от числа неизвестных параметров сложного изображения. Отметим, что функция $\hat{R}_{i\mu\nu}(\gamma_i)$ при $\mu, \nu = \overline{1, 2}$ совпадает с $R_{\mu\nu}(\gamma_i)$ (6). Рассеяние оценки положения изображения при использовании прямого метода согласно (3), (15) равно

$$V_h = K_{11} + K_{22}. \quad (16)$$

Поскольку всегда $\sum_{i=1}^p \xi_{ij} = 0$, $j = 1, 2$, получаем, что при $\lambda_i = \tilde{\lambda}$ ($i = \overline{1, p}$) рассеяние (16) совпадает с рассеянием эффективной оценки (12). Формула (16) верна, когда

$$z^2 = \left\{ \sum_{i=1}^p \lambda_i \int_G f(\mathbf{x}) \ln [1 + \gamma_i f(\mathbf{x})] d\mathbf{x} \right\}^2 \times \\ \times \left\{ \sum_{i=1}^p \int_G \ln^2 [1 + \gamma_i f(\mathbf{x})] [\lambda_N + \lambda_i f(\mathbf{x})] d\mathbf{x} \right\}^{-1} \gg 1, \quad (17)$$

т. е. велико суммарное отношение сигнал — шум для всего сложного изображения. Из сравнения (17) с (9), (13) следует, что прямой метод обеспечивает удовлетворительную точность оценки при гораздо менее ограниченном условии, чем косвенный.

Если фрагменты осесимметричны, а значения α и φ априори известны, то (16) переписывается как $V_2 = 2 / \sum_{i=1}^p \lambda_i R(\gamma_i)$. При априори неизвестном значении масштаба α (или ракурса φ) получаем рассеяние оценки положения в виде $V_3 = V_2(1 + \theta/2)$. Если же априори неизвестны как α , так и φ , то для рассеяния (16) имеем

$$V_4 = V_2(1 + \theta), \quad \theta = \left\{ \left[\sum_{i=1}^p R(\gamma_i) \xi_{i1} \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^p R(\gamma_i) \xi_{i2} \right]^2 \right\} \left\{ \left[\sum_{i=1}^p R(\gamma_i) \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\sum_{i=1}^p R(\gamma_i) (\xi_{i1}^2 + \xi_{i2}^2) \right] - \left[\sum_{i=1}^p R(\gamma_i) \xi_{i1} \right]^2 - \left[\sum_{i=1}^p R(\gamma_i) \xi_{i2} \right]^2 \right\}^{-1}.$$

Когда априори неизвестны интенсивности отдельных фрагментов, можно использовать квазиоптимальный прямой метод оценки. Для этого следует вырабатывать функцию

$$\tilde{M}_2(\mathbf{L}) = \sum_{i=1}^p \int_G \ln \{1 + \tilde{\gamma} f[\mathbf{x} - \mathbf{q}_i(\mathbf{L})]\} N(d\mathbf{x}) \quad (18)$$

и по положению ее абсолютного максимума определять оценку. Получаемая таким способом оценка обладает корреляционной матрицей

$$\tilde{K} = \left\| \sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{R}_{i\mu\nu}(\tilde{\gamma}) \right\|^{-1} \left\| \sum_{i=1}^p \lambda_i [\hat{R}_{i\mu\nu}(\tilde{\gamma}) + \delta_i \hat{Q}_{i\mu\nu}(\tilde{\gamma})] \right\| \left\| \sum_{i=1}^p \lambda_i \hat{R}_{i\mu\nu}(\tilde{\gamma}) \right\|^{-1},$$

где $\hat{Q}_{i\mu\nu}(\tilde{\gamma}) = \sum_{h,n=1}^2 Q_{nh}(\tilde{\gamma}) (\partial q_{in}/\partial L_\mu) (\partial q_{ih}/\partial L_\nu)$, причем при $\mu, \nu = 1, 2$

функция $\hat{Q}_{i\mu\nu}(\tilde{\gamma})$ совпадает с (11). Когда фрагменты осесимметричны,

выражение для рассеяния имеет вид $\tilde{V}_h = \left[2/R(\tilde{\gamma}) \sum_{i=1}^p \lambda_i \right] \times$

$\times \left\{ 1 + [Q(\tilde{\gamma})/R(\tilde{\gamma})] \left[\sum_{i=1}^p \delta_i \lambda_i / \sum_{i=1}^p \lambda_i \right] \right\} \tilde{\chi}_h$. Параметр $\tilde{\chi}_h$ зависит от имею-

щейся априорной информации о сложном изображении. Если априори известны α и φ , следует положить $\tilde{\chi}_2 = 1$; когда известно либо α , либо

φ , то $\tilde{\chi}_3 = 1 + (1/2) (\tilde{\theta}_1 + \tilde{\theta}_1^2 + \tilde{\theta}_2^2) \left\{ 1 + [R(\tilde{\gamma})/Q(\tilde{\gamma}) - 1] \left[\sum_{i=1}^p \lambda_i / p\tilde{\lambda} \right] \right\}^{-1}$,

и если неизвестны как α , так и φ , то $\tilde{\chi}_4 = 1 + (\tilde{\theta}_1 + \tilde{\theta}_1^2 + \tilde{\theta}_2^2) \left\{ 1 +$

$+ [R(\tilde{\gamma})/Q(\tilde{\gamma}) - 1] \left[\sum_{i=1}^p \lambda_i / p\tilde{\lambda} \right] \right\}^{-1}$, $\tilde{\theta}_1 = \left\{ \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i1} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i2} \right)^2 \right\} \left\{ \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \right) \times$

$\times \sum_{i=1}^p \lambda_i (\xi_{i1}^2 + \xi_{i2}^2) - \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i1} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i2} \right)^2 \right\}^{-1}$, $\tilde{\theta}_2 = \left\{ \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \right) \left[\left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i1} \right)^2 +$

$+ \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i2} \right)^2 \right]^{1/2} \left[(1/p) \sum_{i=1}^p (\xi_{i1}^2 + \xi_{i2}^2) \right]^{1/2} \right\} \left\{ \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \right) \sum_{i=1}^p \lambda_i (\xi_{i1}^2 + \xi_{i2}^2) -$

$- \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i1} \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^p \lambda_i \xi_{i2} \right)^2 \right\}^{-1}$.

Для иллюстрации полученных соотношений рассмотрим конкретный пример изображения в виде четырех фрагментов, расположенных в вершинах квадрата. Полагаем, что интенсивности фрагментов равны $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\lambda_3 = \lambda_4 = \mu\lambda$ ($\mu \geq 1$), а форма каждого фрагмента описывается функцией $f(x) = [1 + a(x_1^2 + x_2^2)]^{-1}$. Расчет рассеяния оценки при использовании косвенного метода (4) и его квазиоптимального варианта (10) показал, что применение квазиоптимального косвенного метода приводит к незначительному увеличению рассеяния оценки по сравнению с косвенным методом. Так, для значений $1 \leq \mu \leq 20$, $0,1 \leq \tilde{\lambda}/\lambda \leq 20$, $0,1 \leq \tilde{\lambda}/\lambda_N \leq 10$ рассеяние квазиоптимальной оценки (10) превосходит рассеяние оценки по косвенному методу (4) не более чем на 10–25%.

Результаты аналогичных расчетов для прямого метода (14) и его квазиоптимального варианта (18) приведены на рис. 2. Здесь представлены зависимости отношения $\rho(\mu) = \tilde{V}_h/V_h$ рассеяний оценок при $\tilde{\lambda} = \lambda$ и при использовании соответственно алгоритмов оценки (18) и (14).

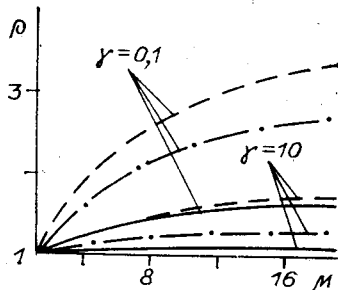


Рис. 2

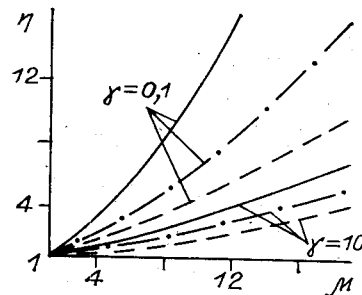


Рис. 3

Сплошные кривые показывают проигрыш в точности квазиоптимальной оценки при априори известных значениях α и φ ($h=2$), штрихпунктирные кривые соответствуют случаю, когда неизвестно либо α , либо φ ($h=3$), и штриховые кривые, когда неизвестно ни α , ни φ ($h=4$). Кривые рис. 2 позволяют определить проигрыш в точности оценки за счет незнания интенсивности отдельных фрагментов и упрощения технической реализации алгоритма оценки при использовании вместо прямого метода (14) его квазиоптимального варианта (18).

Выигрыш в точности оценки при использовании квазиоптимального варианта прямого метода (18) по сравнению с косвенным (10) иллюстрируют кривые рис. 3. Здесь приведены зависимости отношения $h(\mu) = \bar{V}_1/\bar{V}_h$ рассеяний соответствующих оценок. Обозначения кривых рис. 3 и параметры, при которых они рассчитаны, такие же, как для рис. 2. Кривые рис. 3 показывают выигрыш в точности оценки за счет использования априорной информации о пространственной структуре сложного изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федосеев В. И., Широков Ф. В. Обнаружение и оценка положения источника сигнала, модулирующего пуассоновское случайное поле // Изв. вузов. Сер. Радиофизика.— 1975.— Т. 18, № 2.
2. Гадун С. А., Зюльков А. В., Трифонов А. П. Оценка площади оптических изображений на фоне шумов // Автометрия.— 1983.— № 1.
3. Заворуев Ю. В., Троицкий И. Н. Об оптимальном числе коэффициентов обобщенного ряда Фурье при распознавании маломощных оптических изображений // Автометрия.— 1977.— № 4.
4. Трифонов А. П., Зюльков А. В. Характеристики обнаружения и оценки положения источника сигнала, модулирующего пуассоновское случайное поле // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника.— 1981.— Т. 24, № 12.
5. Розенфельд Л., Дейвис Л. С. Сегментация и модели изображений // ТИИЭР.— 1979.— Т. 67, № 5.
6. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М.: Сов. радио, 1978.

Поступила в редакцию 19 октября 1984 г.

УДК 621.391

Е. П. НЕЧАЕВ, А. П. ТРИФОНОВ

(Воронеж)

ОЦЕНКА ПЛОЩАДИ ПРОПАДАЮЩЕГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ФОНЕ ШУМОВ

При обработке изображения, зарегистрированного в картинной плоскости оптической системы, часто бывает необходимо измерить его площадь. В [1] рассмотрена оценка максимальной правдоподобия площади и предложен простой вариант практической реализации оптимального измерителя, когда априори известно о наличии изображения на фоне шумов. Однако из-за ошибок наведения, случайности объектов наблюдения, отклонений луча, вызванных флуктуациями атмосферы, и ряда других причин полезный сигнал на входе устройства, формирующего изображение, может присутствовать с вероятностью, меньшей 1 [2, 3]. Представляет интерес найти потери в точности оценки площади за счет имеющейся в реальных условиях возможности пропадания полезного сигнала и определить пути повышения точности оценивания.

Оптическое черно-белое изображение будем описывать пуассоновским полем случайных точек [1, 3]. Пусть в области G наблюдается