

22. Марахонов В. И. Динамика фоторефрактивного эффекта и электрооптические явления в неоднородных полях в кристаллах $\text{Bi}_2\text{SiO}_{20}$: Автореф. дис. на соиск. уччен. степ. канд. физ.-мат. наук.—Л.: ЛИЯФ, 1985.
23. Азарова В. В., Сычев В. А., Трухин В. Ф. Фотополяризация силиката висмута в модуляторе ПРОМ // Автометрия.—1983.—№ 5.

Поступила в редакцию 7 июля 1986 г.

УДК 621.391.268 : 535.41

А. И. ЗОЛОТАРЕВ

(Москва)

**ТРЕБОВАНИЯ К СТЕПЕНИ КОГЕРЕНТНОСТИ
ИЗЛУЧЕНИЯ ИСТОЧНИКА
В СХЕМЕ ОПТИЧЕСКОГО КОРРЕЛЯТОРА
С СОВМЕСТНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ФУРЬЕ**

В последнее время возрос интерес к системам оптической обработки информации, в частности к корреляторам, на основе инжекционных лазеров [1—3], который определяется практической необходимостью создания устройств обработки, обладающих малыми габаритами, весом и энергопотреблением.

Как источник когерентного излучения инжекционный лазер (ИЛ) имеет ряд особенностей, отличающих его от традиционно используемых в системах когерентной обработки газовых лазеров. Так, степень когерентности излучения ИЛ существенно зависит от определяемой технологией изготовления структуры активной области, и для получения, например, одномодовой одночастотной генерации необходимо предусмотреть ряд специальных мер [4]. Поэтому при разработке устройств на основе ИЛ, реализующих заданный алгоритм обработки, необходимо сформулировать требования к степени когерентности излучения источника.

В настоящей работе в качестве объекта исследования взята схема коррелятора с совместным преобразованием Фурье [5], получившая в настоящее время достаточно широкое распространение и имеющая ряд известных практических достоинств [6].

Будем для определенности считать, что сравниваемые функции $t_1(p', q)$ и $t_2(p'', q)$ ограничены во входной плоскости квадратными апертурами со сторонами D_1 и D_2 и $D_2 \geq D_1$ соответственно (рис. 1). При этом за точки начала систем координат, в которых заданы функции t_2 и t_1 , примем центры квадратов, удаленные от оси системы на расстояния q_{02} и $-q_{01}$ соответственно. Пусть голограммический фильтр записывается когерентным источником на длине волны λ_1 , а на этапе формирования

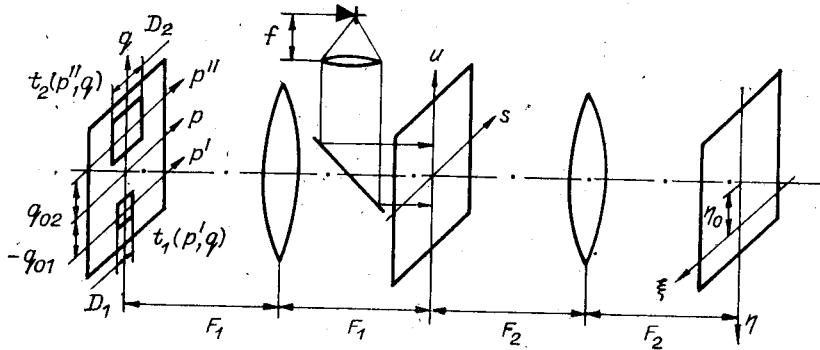


Рис. 1. Оптическая схема коррелятора

корреляционного сигнала используется частично когерентный источник, в частности инжекционный лазер, имеющий максимум в спектре излучения на длине волны λ_2 .

В работе [7] предложена система координат, в которой закон преобразования взаимной спектральной плотности (ВСП) линзой приобретает вид четырехмерного фурье-преобразования. Воспользуемся этим формализмом, полагая, что компонента амплитудного коэффициента пропускания фильтра, соответствующая функции корреляции $t_2 * t_1$, пропорциональна $E_1^* E_2 \exp[-i(\omega_{02} - \omega_{01})]$ [5], где E_1 и E_2 — фурье-образы сравниваемых функций; $\omega_{0j} = 2\pi q_{0j}/\lambda_1 F_1$ ($j = 1, 2$; q_{0j} — алгебраические величины; F_1 — фокусное расстояние первой фурье-преобразующей линзы). В результате для взаимной спектральной плотности $G_\xi^*(\xi, v)$ в выходной плоскости получим

$$G_\xi^*(\xi, v) = -\frac{(\lambda_1 F_1)^4}{(\lambda_2 F_2)^{10}} \left\{ \left[T_2 \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\lambda_2 F_2} \xi \right) * T_1 \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\lambda_2 F_2} \xi \right) \right] \otimes \mathcal{F}_{\lambda_2 F_2}^{-\xi} \{G_s(s, v)\} \right\}. \quad (1)$$

Здесь $G_s(s, v)$ — ВСП, создаваемая источником в плоскости фильтра u, s ;

$$T_j(p) = t_j(p_1, q_1) t_j^*(p_2, q_2); \quad \mathcal{F}_{\lambda_2 F_2}^{-\xi} \{G_s(s, v)\} = \int G_s(s, v) \exp \left[\frac{2\pi i}{\lambda_2 F_2} \xi s \right] ds$$

— компонента обратного фурье-преобразования функции $G_s(s, v)$ с частотой $\omega_\xi = 2\pi \xi / \lambda_2 F_2$; F_2 — фокусное расстояние второй фурье-преобразующей линзы; $\lambda_2 = c/v$. Векторы ξ, s имеют в соответствии с [7] компоненты $\xi = \{\xi_1, i\xi_2, \eta_1, i\eta_2\}$, $s = \{s_1, is_2, u_1, iu_2\}$. Начало координат в формуле (1) смешено на величину $\eta_0 = \lambda_2 F_2 (q_{02} - q_{01}) / \lambda_1 F_1$.

Рассмотрим влияние временной когерентности излучения на форму корреляционного сигнала. Излучение в плоскости голографического фильтра будем считать пространственно-когерентным. В этом случае взаимная спектральная плотность $G_s(s, v)$ в формуле (1) по пространственным координатам тождественно равна поверхностной спектральной плотности мощности излучения $J(v)$. Переходя к декартовым координатам, совместная попарно координаты точек в выходной плоскости и считая, что фильтр имеет форму прямоугольника размерами $a \times b$, для спектральной плотности $G_{11}^*(\xi, \eta, v)$ в выходной плоскости из (1) имеем

$$G_{11}^*(\xi, \eta, v) = J(v) \frac{(\lambda_1 F_1)^4 (ab)^2}{(\lambda_2 F_2)^{12}} \left| \left[t_2 \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\lambda_2 F_2} \xi, \frac{\lambda_1 F_1}{\lambda_2 F_2} \eta \right) * t_1 \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\lambda_2 F_2} \xi, \frac{\lambda_1 F_1}{\lambda_2 F_2} \eta \right) \right] \otimes \right. \\ \left. \otimes \operatorname{sinc} \frac{a\xi}{\lambda_2 F_2} \operatorname{sinc} \frac{b [\eta - F_2 (q_{02} - q_{01}) (\lambda_2 - \bar{\lambda}_2) / \lambda_1 F_1]}{\lambda_2 F_2} \right|^2. \quad (2)$$

Начало координат в формуле (2) смешено на фиксированную величину $\eta_0 = \bar{\lambda}_2 F_2 (q_{02} - q_{01}) / \lambda_1 F_1$.

Сравнивая формулу (2) с соответствующим выражением для коррелятора Вандер Лютга [7, формула (9)], видим, что в рассматриваемом случае пространственные масштабы сравниваемых функций t_2 и t_1 одинаковы на каждой спектральной составляющей и конечная ширина спектра излучения не является с этой точки зрения фактором, ограничивающим информационную емкость объекта t_1 . При этом, как и в случае коррелятора Вандер Лютга, положение корреляционного максимума в выходной плоскости различно для каждой спектральной составляющей.

Будем считать, что объект t_2 полностью содержит в себе точную копию объекта t_1 . При этом можно без ограничения общности положить, что $t_2(p, q) \equiv t_1(p, q)$ в области определения функции t_1 , т. е. максимуму корреляционной функции соответствует нулевой взаимный сдвиг сравниваемых функций. Рассмотрим случай, когда одна из функций, для определенности t_2 , смешена относительно начала координат вдоль координат-

ненных осей p'' , q на величины $\delta p_2''$ и δq_2 . Считая $\Delta \lambda_2 / \bar{\lambda}_2 \ll 1$ и обозначая $t_2(p, q) * t_1(p, q) = f(p, q)$, для распределения интенсивности в выходной плоскости с точностью до несущественного постоянного размерного множителя получим из (2)

$$\begin{aligned} I^*(\xi, \eta) &= \int_0^\infty J(v) \operatorname{sinc} \left[\frac{a}{\bar{\lambda}_2 F_2} (\xi - \delta\xi) + (v - v_0) T_s \right] \times \\ &\quad \times \operatorname{sinc} \left[\frac{a}{\bar{\lambda}_2 F_2} (\xi' - \delta\xi) + (v - v_0) T_s \right] \operatorname{sinc} \left[\frac{b}{\bar{\lambda}_2 F_2} (\eta - \delta\eta) + (v - v_0) T_u \right] \times \\ &\quad \times \operatorname{sinc} \left[\frac{b}{\bar{\lambda}_2 F_2} (\eta' - \delta\eta) + (v - v_0) T_u \right] dv \otimes \\ &\otimes f \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\bar{\lambda}_2 F_2} \xi, \frac{\lambda_1 F_1}{\bar{\lambda}_2 F_2} \eta \right) f^* \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\bar{\lambda}_2 F_2} \xi', \frac{\lambda_1 F_1}{\bar{\lambda}_2 F_2} \eta' \right) \Big|_{\xi'=\xi, \eta'=\eta} \end{aligned} \quad (3)$$

где $T_s = a \delta p_2'' \bar{\lambda}_2 / \lambda_1 F_1 c$, $T_u = b (q_{02} - q_{01} + \delta q_2) \bar{\lambda}_2 / \lambda_1 F_1 c$ — разности времени распространения пар интерферирующих лучей, идущих от краев фильтра в точку выходной плоскости с координатами $(\delta\xi, \delta\eta)$, $\delta\xi = \bar{\lambda}_2 F_2 \delta p_2'' / \lambda_1 F_1$, $\delta\eta = \bar{\lambda}_2 F_2 \delta q_2 / \lambda_1 F_1$, $v_0 = c / \bar{\lambda}_2$.

Из формулы (3) видно, что в интеграле по частоте, играющем роль аппаратной функции для взаимной интенсивности, смещения $\delta p_2''$ и δq_2 в функциях $\operatorname{sinc}[\cdot]$ входят также в множители при переменной $(v - v_0)$. Отсюда следует, что в случае конечной ширины спектра излучения коррелятор с совместным преобразованием Фурье в отличие от коррелятора Вандер Лютга не является пространственно-инвариантной системой. Это означает, что при сдвиге одной из сравниваемых функций, наряду со сдвигом корреляционного максимума, имеет место и изменение вида аппаратной функции и соответственно ширины корреляционного пика. В частности, при $J(v) = J_0 \operatorname{sinc}^2[(v - v_0) \tau_0]$ выражение для сечения аппаратной функции плоскостью $\xi' = \xi = \delta\xi$, $\eta' = \eta$, определяющее ширину корреляционного пика по оси η , принимает вид, аналогичный формулам (12а), (12б) работы [7], при этом $\psi = b(\eta - \delta\eta) / \bar{\lambda}_2 F_2$, а параметр $r = b(q_{02} - q_{01} + \delta q_2) \bar{\lambda}_2 / \lambda_1 F_1 \tau_0$ зависит от величины сдвига δq_2 . Спектральная разрешающая способность голограммического фильтра в направлении оси η с учётом конечного размера элемента d во входной плоскости аналогично [8] определяется следующей формулой:

$$R = R_0 / (1 + bd / \lambda_1 F_1), \quad (4)$$

где $R_0 = b(q_{02} - q_{01} + \delta q_2) / \lambda_1 F_1$.

Наиболее жесткие требования к ширине спектра излучения, обеспечивающей обработку с дифракционным разрешением, предъявляются в случае, когда эталонный фрагмент t_1 занимает в пределах объекта t_2 положение, наиболее удаленное от оптической оси схемы. При этом $\delta q_2 = -(D_2 - D_1)/2$.

Минимально допустимое расстояние $(q_{02} - q_{01})_{\min}$ между центрами квадратов D_1 и D_2 определяется из условия пространственного разделения распределений интенсивности в выходной плоскости, соответствующих функциям корреляции и нулевому порядку дифракций:

$$(q_{02} - q_{01})_{\min} = D_1/2 + 3D_2/2. \quad (5)$$

При $q_{02} - q_{01} = (q_{02} - q_{01})_{\min}$ для разрешающей способности из (4) получаем

$$R = 2D_2 K / d(1 + K), \quad (6)$$

где $K = bd / \lambda_1 F_1$ — отношение размера фильтра к ширине нулевого дифракционного максимума в плоскости фильтра на этапе записи. Оптимальным с точки зрения наименее жестких требований к ширине спект-

ра излучения следует считать значение $K = 1$, обеспечивающее соответствие размера фильтра ширине полосы пространственных частот объектов. При $K = 1$ следующее из (6) соотношение между максимально достижимой информационной емкостью объекта t_2 и шириной спектра излучения принимает вид

$$(NK_{\text{вх}})^2 = (\bar{\lambda}_2/\Delta\lambda_2)^2, \quad (7)$$

аналогичный известному оценочному выражению [9]. Здесь $N = D_1/d$, $K_{\text{вх}} = D_2/D_1$.

Предельное значение $(NK_{\text{вх}})^2$ при $\Delta\lambda_2 \rightarrow 0$ определяется величиной апертуры линзы, осуществляющей первое фурье-преобразование. Для передачи пространственных частот объектов в диапазоне, соответствующем значению $K = 1$, в окружность с диаметром линзы $D_{\text{л}}$ должен вписываться прямоугольник со сторонами $D_2 + 2v_{\text{max}}^0\lambda_1 F_1$ вдоль оси p и $D_1/2 + D_2/2 + (q_{02} - q_{01})_{\min} + 2v_{\text{max}}^0\lambda_1 F_1$ вдоль оси q , где v_{max}^0 — максимальная пространственная частота объектов. Отсюда в соответствии с (5)

$$D_{\text{л}} = \sqrt{(D_1 K_{\text{вх}} + 2v_{\text{max}}^0\lambda_1 F_1)^2 + [D_1(1 + 2K_{\text{вх}}) + 2v_{\text{max}}^0\lambda_1 F_1]^2}. \quad (8)$$

При фиксированных значениях $D_{\text{л}}$, F_1 , λ_1 , v_{max}^0 , $K_{\text{вх}}$ формула (8) определяет максимально допустимое значение D_1 . Для максимальных информационной емкости эталонного объекта N^2 и регистрируемой на фильтре пространственной частоты v_{max}^{Φ} , соответствующей значению $q_{02} - q_0$ из (5), согласно [10] получим

$$N^2 = (2v_{\text{max}}^0 D_1)^2; \quad (9)$$

$$v_{\text{max}}^{\Phi} = D_1(1 + 2K_{\text{вх}})/\lambda_1 F_1. \quad (10)$$

Система из четырех уравнений (7)–(10) определяет соотношения между десятью параметрами коррелятора: λ_1 , $\bar{\lambda}_2$, F_1 , $D_{\text{л}}$, v_{max}^0 , $K_{\text{вх}}$, D_1 , N , v_{max}^{Φ} , $\Delta\lambda_2$. Рассмотрим конкретный численный пример при следующих значениях первых шести из перечисленных параметров: $\lambda_1 = 0,88$ мкм, $\bar{\lambda}_2 = 1,3$ мкм, $F_1 = 300$ мм, $D_{\text{л}}/F_1 = 0,2$, $v_{\text{max}}^0 = 10$ мм $^{-1}$, $K_{\text{вх}} = 4$. Из уравнений (8)–(10), (7) соответственно найдем $D_1 \approx 5,4$ мм, $N^2 \approx 1,2 \cdot 10^4$, $v_{\text{max}}^{\Phi} \approx 184$ мм $^{-1}$, $\Delta\lambda_2 \approx 3,0$ нм.

Таким образом, при указанных значениях параметров схемы для осуществления корреляционной обработки с высоким пространственным разрешением (порядка размера элемента во входной плоскости) ширина спектра излучения не должна превышать величины 3,0 нм, что соответствует, в частности, полосковому инжекционному гетеролазеру, работающему в режиме генерации нескольких аксиальных мод [4].

Рассмотрим влияние пространственной когерентности излучения на форму корреляционного сигнала. При выполнении соответствующих условий квазимохроматичности источника [11] общее выражение (1) для выходного сигнала принимает вид

$$\Gamma^*(\xi) = -\frac{(\lambda_1 F_1)^4}{(\bar{\lambda}_2 F_2)^{10}} \left\{ \left[T_2 \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\bar{\lambda}_2 F_2} \xi \right) * T_1 \left(\frac{\lambda_1 F_1}{\bar{\lambda}_2 F_2} \xi \right) \right] \otimes \mathcal{F}_{\bar{\lambda}_2 F_2}^{-1} \{ \Gamma_s(s) \} \right\}, \quad (11)$$

где $\Gamma^*(\xi)$ и $\Gamma_s(s)$ — соответственно взаимные интенсивности в выходной плоскости и плоскости фильтра.

Без существенного ограничения общности будем считать, что функции $t_1(p, q)$ и $t_2(p, q)$ представимы в виде произведений $t_j(p, q) = t'_j(p) t''_j(q)$.

Взаимную интенсивность, создаваемую источником в плоскости фильтра, представим в виде

$$\Gamma_s(s_1, s_2) = I_0 \operatorname{sinc}((s_1 - s_2)/\theta_0 f), \quad (12)$$

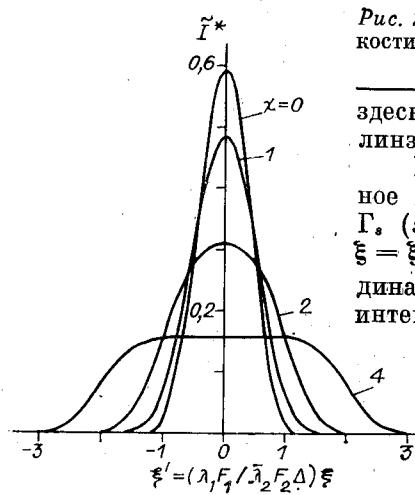


Рис. 2. Распределение интенсивности в выходной плоскости коррелятора при различных значениях параметра $\chi = \lambda_1 F_1 / d\theta_0 f$

здесь f — фокусное расстояние коллимирующей линзы; θ_0 — угол когерентности.

Подставляя (12) в (11), вычисляя обратное двумерное фурье-преобразование функции $\Gamma_s(s_1, s_2)$ в системе координат $s = s\{s_1, is_2\}$; $\xi = \xi\{\xi_1, i\xi_2\}$ и переходя к безразмерной координате $\xi' = (\lambda_1 F_1 / \lambda_2 F_2 d) \xi$, для распределения интенсивности в пределах корреляционного максимума получим

$$I^*(\xi') = \frac{I_0 d^2}{\bar{\lambda}_2 F_2 \chi} [\tilde{f}(\xi') \otimes K \operatorname{sinc}(K\xi')]^2 \otimes \operatorname{rect}\left(\frac{\xi'}{\chi}\right), \quad (13)$$

где $\tilde{f}(\xi')$ — функция автокорреляции элемента объекта; $K = ad/\lambda_1 F_1$; a — размер фильтра по оси s ; $\chi = \lambda_1 F_1 / d\theta_0 f$; $\operatorname{rect}(x) = 1$ при $|x| \leq 1/2$, $\operatorname{rect}(x) = 0$ при $|x| > 1/2$.

При $K = 1$ для нормированного распределения интенсивности в корреляционном пике имеем

$$I^*(\xi') = (1/\chi) I(\xi') \otimes \operatorname{rect}(\xi'/\chi), \quad (14)$$

где

$$I(\xi') = \frac{1}{\pi^2} \left\{ (\xi' + 1) \operatorname{Si}[\pi(\xi' + 1)] - 2\xi' \operatorname{Si}[\pi\xi'] + (\xi' - 1) \operatorname{Si}[\pi(\xi' - 1)] - \right. \\ \left. - \frac{4}{\pi} \cos(\pi\xi') \right\}; \quad (15)$$

$$I^*(\xi') = I^*(\xi') \bar{\lambda}_2 F_2 / I_0 d^2.$$

Результаты численного интегрирования по формулам (14), (15) представлены на рис. 2. Значение параметра $\chi = 0$ соответствует абсолютно когерентному источнику. Из рисунка видно, что ширина корреляционного максимума близка значению, соответствующему когерентному источнику, при $\chi \leq 1$. При больших значениях χ наблюдается уширение корреляционного максимума.

Таким образом, как показывают приведенные результаты, при использовании источника с ограниченной степенью пространственной когерентности в схеме коррелятора с совместным преобразованием Фурье для обеспечения обработки с разрешением, определяемым размером элементов сравниваемых объектов, необходимо выполнение условия $\chi \leq 1$, где $\chi = \lambda_1 F_1 / d\theta_0 f$ — отношение ширины нулевого дифракционного максимума $\lambda_1 F_1 / d$ в огибающей пространственного спектра объектов к размеру когерентной области $\theta_0 f$ в плоскости голограммического фильтра.

В заключение отметим, что если фокусное расстояние коллимирующей линзы f выбрать из условия наиболее эффективного использования энергии излучения инжекционного лазера $\theta_p f \approx a$ (θ_p — угловая ширина диаграммы направленности излучения по уровню 0,5; a — размер фильтра), а параметр фильтра $K = ad/\lambda_1 F_1$ — равным 1, то требование $\chi \leq 1$ сводится к условию $\theta_p / \theta_0 \geq 1$. Как показывают результаты экспериментальных исследований [12], оно может быть выполнено при использовании полоскового инжекционного гетеролазера с шириной полоскового контакта $l \leq 20$ мкм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Duthie J. G., Upatnieks J. Compact real-time coherent optical correlators // Opt. Eng.—1984.—V. 23, N. 1.
2. Борзов С. М., Потатуркин О. И. Применение полупроводниковых лазеров в голографических корреляторах // Автометрия.—1984.—№ 3.
3. Золотарев А. И., Морозов В. Н., Попов Ю. М. Достоверность опознавания в голографическом корреляторе на основе инжекционного лазера // Письма в ЖТФ.—1984.—T. 10, вып. 20.
4. Елисеев П. Г. Введение в физику инжекционных лазеров.—М.: Наука, 1983.
5. Weaver C. S., Goodman J. W. A technique for optically convolving two functions // Appl. Opt.—1966.—V. 5, N 7.
6. Кейсасент Д. Распознавание образов и знаков // Оптическая голография/Под ред. Г. Колфилда.—М.: Мир, 1982, т. 2.
7. Елхов В. А., Золотарев А. И., Морозов В. Н., Попов Ю. М. Влияние когерентности излучения на форму выходного сигнала оптического коррелятора. Ч 1 // Автометрия.—1982.—№ 5.
8. Золотарев А. И., Морозов В. Н., Попов Ю. М., Семенов Г. И. Влияние спектральных характеристик излучения инжекционных лазеров на форму корреляционного сигнала в схеме коррелятора Вандер Лютга // Автометрия.—1982.—№ 5.
9. Лейт Э. И. Комплексные пространственные фильтры для коррекции изображений // ТИИЭР.—1977.—T. 65, № 1.
10. Гуревич С. Б., Константинов В. Б., Соколов В. К., Черных Д. Ф. Передача и обработка информации голографическими методами.—М.: Сов. радио, 1978.
11. Перина Я. Когерентность света.—М.: Мир, 1974.
12. Золотарев А. И., Морозов В. Н., Семенов Г. И. Влияние когерентности излучения инжекционных лазеров на форму корреляционного сигнала в схеме согласованной оптической пространственной фильтрации.—М., 1981. (Препринт/AH СССР, Физ. ип-т; № 95).

Поступила в редакцию 21 февраля 1986 г.