## ЛИТЕРАТУРА

1. **Голяев Ю. Д., Лантратов С. В.** Активная синхронизация мод непрерывных лазеров на гранате с неодимом // Квантовая электрон.— 1983.— Т. 10, № 5.
2. **Безаева Л. Г., Копцов Л. К., Ланда П. С., Холодных А. И.** Синхронизация мод в YAG : $Nd^{3+}$-лазере при модуляции потерь // Опт. и спектр.— 1985.— Т. 59, № 3.
3. **Yao S. K., Tsai C. S.** Acoustooptic Bragg diffraction with application to ultrahigh data rate laser communication systems // Appl. Opt.— 1977.— V. 16, N 11.
4. **Магдич Л. Н., Сасов В. Н., Шницер П. И.** О температурном режиме акустооптического синхронизатора мод // Электрон. техника, сер. 10. Квантовая электрон.— 1975.— № 1.
5. **Jnamura T.** An ultrasonic study of some optical glasses // Jap: J. Appl. Phys.— 1967.— V. 6, N 7.
6. **Физико-химические** основы производств оптического стекла/Под ред. Л. И. Демкиной.— Л.: Химия, 1976.
7. **Кульбицкая М. Н., Шутилов В. А.** Ультразуковые исследования стекол // Акуст. журн.— 1976.— Т. XXII, № 6.
8. **Deeg E.** Zusammenhang zwischen Einban und mechanischakustischen Eigenschaften silicat glaser // Glastechn. Ber.— 1957.— Bd 31, N 1—6.


*Поступила в редакцию 25 марта 1986 г.*

---

УДК 535.241.13 : 534

**А. В. ТРУБЕЦКОЙ**

*(Новосибирск)*

# МНОГОЧАСТОТНОЕ АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

**Введение.** Дифракция света на множестве акустических волн с разными частотами применяется в акустооптических дефлекторах-модуляторах (АОДМ) света, предназначенных для устройств параллельной записи данных [1], обработки радиосигналов [2], лазерной записи изображений [3] и других.

Особенностью данного вида акустооптического взаимодействия является наличие эффектов повторного рассеяния первичных (сигнальных) дифрагированных световых пучков с образованием интермодуляционных (шумовых) световых пучков. Кроме того, наблюдается эффект взаимодействия (кросс-модуляция) сигнальных пучков. Количественная оценка влияния этих эффектов проводилась в [4] для случая дифракции в оптически изотропной среде. Однако для анизотропных сред с широкополосной геометрией взаимодействия, таких как кристаллы парателлурита ($TeO_2$) [5, 6], ниобата лития и другие, указанные оценки не применимы. Дело в том, что в этих средах существует значительная асимметрия в условиях фазового согласования волн для 0-го и 1-го порядков дифракции, в результате чего дифракция света из 0-го порядка в 1-й возможна в широкой полосе акустооптических частот, а обратная дифракция узкополосна. Последнее необходимо учитывать при оценке эффектов многочастотной дифракции. Целесообразно рассмотреть наиболее часто применяемый на практике случай большого числа акустооптических частот ($N > 2$), который ранее был изучен недостаточно.

В данной работе получена система дифференциальных уравнений, описывающая брэгговскую многочастотную дифракцию света в анизотропной среде. На основе приближенного решения системы для большого числа частот найдены выражения для интенсивностей сигнальных и шумовых дифрагированных световых пучков. Проведены расчеты параметров дифракции: дифракционной эффективности, кросс-модуляции, отношения сигнал — интермодуляционный фон, которые позволяют выбирать оптимальные характеристики и режим работы АОДМ. Дана оценка параметров дифракции для случая АОДМ на кристалле $TeO_2$.

I. **Теория многочастотной дифракции в анизотропной среде.** Совокупность $N$ акустических волн с разными частотами, имеющих одинаковую поляризацию и направление распространения, создает в анизотропной среде изменение тензора диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \sum_{n=1}^{N} \Delta\varepsilon_n \cos(\Omega_n t - \mathbf{q}_n\mathbf{r} + \varphi_n), \tag{1}$$

где $\varepsilon_0$ — невозмущенный тензор диэлектрической проницаемости; $\Delta\varepsilon_n$ — тензор возмущения, вносимого $n$-й акустической волной с круговой частотой $\Omega_n$, волновым вектором $\mathbf{q}_n$ и фазой $\varphi_n$; $t$ — время; $\mathbf{r}$ — радиус-вектор пространства. Вид тензора $\Delta\varepsilon_n$ определяется тензором фотоупругих коэффициентов среды, поляризацией и направлением распространения упругих волн [7]. В данном случае полагаем, что $\Delta\varepsilon_n$ одинаковы для всех $n$ ($n = 1, 2, 3, \ldots, N$). Кроме того, считаем, что фазы $\varphi_n$ принимают равновероятные случайные значения, например 0 и $\pi$, а частоты $\Omega_n$ образуют дискретную сетку с постоянным шагом, т. е. $\Omega_n = \Omega_0 + (n-1)2\pi\delta$, где $\Omega_0$ — минимальная круговая частота, $\delta$ — частотный шаг. Тогда модуль вектора $\mathbf{q}_n$ равен $q_n = [\Omega_0 + (n-1)2\pi\delta]/V$, где $V$ — скорость звука в среде. Акустические волны принимаем неограниченными по координатам $x$, $y$ и ограниченными по координате $z$, как это показано на рис. 1, *а*. Причем волновые векторы этих волн $\mathbf{q}_1 \ldots \mathbf{q}_N$ могут составлять некоторый угол $\theta_l$ с направлением потока акустической энергии по оси $x$.

Пусть на границу акустического пучка (плоскость $z = 0$ на рис. 1, *а*) падает плоская световая волна единичной амплитуды с волновым вектором $\mathbf{k}_0$, круговой частотой $\omega_0$ и вектором поляризации $\mathbf{e}_0$. Тогда в области взаимодействия суммарное электрическое поле $\mathbf{E}$ падающей и дифрагированных волн удовлетворяет уравнению Максвелла

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c^2}\frac{d^2}{dt^2}(\varepsilon\mathbf{E}), \tag{2}$$

где $c$ — скорость света. Рассмотрим случай дифракции света в режиме Брэгга, реализуемый при достаточно большой длине взаимодействия $d$. Выберем геометрию взаимодействия, исключающую возможность эффективного рассеяния света во 2-й порядок дифракции с двукратным поглощением или испусканием фонона в пределах рабочей полосы частот [5, 6]. В данном случае можно ограничить рассмотрение световыми вол-

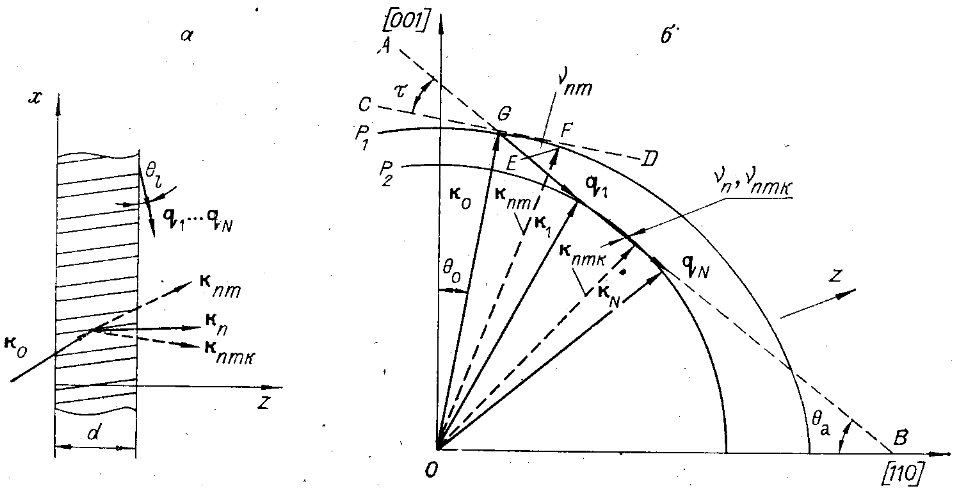


*Рис. 1.* Взаимодействие света со множеством акустических волн в анизотропной среде: *а* — вид области взаимодействия; *б* — диаграмма волновых векторов

нами, рассеянными в направлениях, близких к 0-му и 1-му порядкам дифракции. Полагаем, что 1-й порядок дифракции возникает при поглощении фонона, 2-й порядок — при его испускании, 3-й — вновь при поглощении. Поляризацию рассеянных световых волн считаем линейной, совпадающей с поляризацией одной из собственных волн среды [8]. Дело в том, что из-за различия в показателях преломления среды для световых волн различных поляризаций условия дифракции Брэгга обычно выполняются только для одной из поляризаций, а интенсивность волн другой поляризации пренебрежимо мала. Отсюда решение уравнения (2) для $\varepsilon$ вида (1) будем искать как сумму плоских волн с амплитудами, зависящими от координаты $z$:

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_0 a_0(z) \exp i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}) + \sum_{n=1}^{N} \mathbf{e}_n a_n(z) \exp i(\omega_n t - \\ - \mathbf{k}_n \mathbf{r} + \varphi_n) + \sum_{\substack{n=1 \\ (n \neq m)}}^{N} \sum_{m=1}^{N} \mathbf{e}_{nm} a_{nm}(z) \exp i(\omega_{nm} t - \mathbf{k}_{nm} \mathbf{r} + \varphi_{nm}) + \\ + \sum_{\substack{n=1 \\ (n \neq m)}}^{N} \sum_{m=1}^{N} \sum_{k=1}^{N} \mathbf{e}_{nmk} a_{nmk}(z) \exp i(\omega_{nmk} t - \mathbf{k}_{nmk} \mathbf{r} + \varphi_{nmk}), \quad (3)$$

где $\mathbf{e}_n$, $\mathbf{e}_{nm}$, $\mathbf{e}_{nmk}$ — векторы поляризации; $a_n(z)$, $a_{nm}(z)$, $a_{nmk}(z)$ — амплитуды; $\omega_n$, $\omega_{nm}$, $\omega_{nmk}$ — круговые частоты; $\mathbf{k}_n$, $\mathbf{k}_{nm}$, $\mathbf{k}_{nmk}$ — волновые векторы для световых волн в 1, 2 и 3-м порядках дифракции соответственно, а $n, m, k = 1, 2, 3, \ldots, N$.

Первый член в (3) описывает падающую световую волну в 0-м порядке дифракции с амплитудой $a_0(z)$, зависящей от координаты $z$. Второй член соответствует первичным (сигнальным) волнам в 1-м порядке дифракции, возникающим в результате однократного рассеяния падающей световой волны на $N$ акустических волнах. Третий член в (3) описывает 2-й порядок дифракции и представляет собой сумму волн двукратной дифракции, образовавшихся в окрестности 0-го порядка дифракции вследствие обратного рассеяния каждой из $N$ сигнальных волн на совокупности $N-1$ «чужих» акустических волн. Четвертый член в (3) соответствует 3-му порядку дифракции и является суммой волн трехкратной дифракции, возникших в результате повторного рассеяния волн двукратной дифракции в окрестность 1-го порядка дифракции. Волны двукратной и трехкратной дифракции образуют два различных вида интермодуляционных (шумовых) световых пучков [4].

Подставим в (2) выражение $\mathbf{E}$ из (3), $\varepsilon$ из (1) и выполним преобразования, аналогичные проведенным в [8] для одночастотного случая. Как обычно, пренебрегаем вторыми производными от амплитуд по координате $z$. В полученном уравнении переменные $t$, $x$, $y$ входят только в показатели экспонент, поэтому оно будет удовлетворяться при любых $t$, $x$, $y$, если коэффициенты перед этими переменными равны в левой и правой частях уравнения. Получаем следующие равенства для круговых частот: $\omega_n = \omega_0 + \Omega_n$, $\omega_{nm} = \omega_0 + \Omega_n - \Omega_m$, $\omega_{nmk} = \omega_0 + \Omega_n - \Omega_m + \Omega_k$ [3, 4] — и для проекций волновых векторов на ось $x$:

$$\begin{aligned} k_{n,x} &= k_{0,x} + q_{n,x}, \\ k_{nm,x} &= k_{0,x} + q_{n,x} - q_{m,x}, \\ k_{nmk,x} &= k_{0,x} + q_{n,x} - q_{m,x} + q_{k,x}. \end{aligned} \quad (4)$$

Векторы $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{q}_n$ считаем лежащими в плоскости $x$, $z$, поэтому $k_{n,y} = k_{nm,y} = k_{nmk,y} = 0$. Фазы световых волн удобно выбрать равными $\varphi_{nm} = \varphi_n - \varphi_m$; $\varphi_{nmk} = \varphi_n - \varphi_m + \varphi_k$, так как это упрощает запись промежуточных выражений, не влияя на конечный результат. В левой и правой частях уравнения Максвелла последовательно приравниваем коэффициенты перед экспонентами вида $\exp i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r})$, $\exp i[\omega_n t - (\mathbf{k}_0 + \mathbf{q}_n)\mathbf{r}]$, $\exp i[\omega_{nm} t - (\mathbf{k}_0 + \mathbf{q}_n - \mathbf{q}_m)\mathbf{r}]$ и $\exp i[\omega_{nmk} t - (\mathbf{k}_0 + \mathbf{q}_n - \mathbf{q}_m + \mathbf{q}_k)\mathbf{r}]$. В результате запишем систему дифференциальных уравнений

$$c_0 a_0' = -i \sum_{n=1}^{N} \varkappa_n \tilde{a}_n; \tag{5}$$

$$c_n \left(\tilde{a}_n' + i\nu_n \tilde{a}_n\right) = -i\varkappa_n a_0 - i \sum_{\substack{m=1\\ n\neq m}}^{N} \varkappa_{nm} \tilde{a}_{nm}; \tag{6}$$

$$c_{nm} \left(\tilde{a}_{nm}' + i\nu_{nm} \tilde{a}_{nm}\right) = -i\varkappa_{nm} \tilde{a}_n - i \sum_{k=1}^{N} \varkappa_{nmk} \tilde{a}_{nmk}; \tag{7}$$

$$c_{nmk} \left(\tilde{a}_{nmk}' + i\nu_{nmk} \tilde{a}_{nmk}\right) = -i\varkappa_{nmk} \tilde{a}_{nm}, \tag{8}$$

где введены амплитуды $\tilde{a}_n = a_n(z) \exp(-i\nu_n z)$, $\tilde{a}_{nm} = a_{nm}(z) \exp(-i\nu_{nm} z)$,

$$\nu_{nm} = k_{nm,z} - (k_{0,z} + q_{n,z} - q_{m,z}); \tag{9}$$

$$\nu_{nmk} = k_{nmk,z} - (k_{0,z} + q_{n,z} - q_{m,z} + q_{k,z}).$$

Коэффициенты $\varkappa_n$, $\varkappa_{nm}$, $\varkappa_{nmk}$ в (5)—(8) характеризуют эффективность связи волн и равны

$$\varkappa_n = \omega_n^2 (\mathbf{e}_n \Delta\varepsilon_n \mathbf{e}_0)/(2c^2);$$

$$\varkappa_{nm} = \omega_{nm}^2 (\mathbf{e}_n \Delta\varepsilon_m \mathbf{e}_{nm})/(2c^2);$$

$$\varkappa_{nmk} = \omega_{nmk}^2 (\mathbf{e}_{nmk} \Delta\varepsilon_k \mathbf{e}_{nm})/(2c^2).$$

Коэффициенты

$$c_0 = 2|\mathbf{k}_0| \cos\psi_0 \cos\gamma_0; \quad c_n = 2|\mathbf{k}_n| \cos\psi_n \cos\gamma_n; \quad c_{nm} = 2|\mathbf{k}_{nm}| \cos\psi_{nm} \cos\gamma_{nm};$$

$$c_{nmk} = 2|k_{nmk}| \cos\psi_{nmk} \cos\gamma_{nmk},$$

где $\psi_0$, $\psi_n$, $\psi_{nm}$, $\psi_{nmk}$ — углы между лучевым вектором соответствующих световых волн и осью $z$, а $\gamma_0$, $\gamma_n$, $\gamma_{nm}$, $\gamma_{nmk}$ — углы между волновым и лучевым векторами световых волн [8]. Начальные условия для амплитуд при $z=0$ следующие: $a_0 = 1$, $\tilde{a}_n = \tilde{a}_{nm} = \tilde{a}_{nmk} = 0$. Заметим, что в правой части уравнения (6) не учитывается дополнительное слагаемое вида $\sum_l \sum_p \sum_g \varkappa_{pgl} \tilde{a}_{pg} \exp i(\varphi_{pgl} - \varphi_n)$, где $\varkappa_{pgl} = \omega_{pgl}^2 (\mathbf{e}_n \Delta\varepsilon_l \mathbf{e}_{pq})/(2c^2)$, а суммирование ведется по индексам $p, g, l$, удовлетворяющим условию $p - g + l = n$, причем $p \neq n$, $g \neq l$, $p \neq g$. Благодаря случайному распределению фаз $\varphi_n$ и $\varphi_{pgl} = \varphi_p - \varphi_g + \varphi_l$ математическое ожидание этого члена равно 0 и он не дает существенного вклада в конечный результат. Аналогично в уравнениях (5), (7) не учитываются дополнительные члены, представляющие собой суммы амплитуд волн трехкратной дифракции со случайными фазами.

Рассмотрим диаграмму волновых векторов для многочастотной дифракции с широкополосной геометрией взаимодействия, представленную на рис. 1, *б*: $P_1$, $P_2$ — сечения поверхностей волновых векторов для собственных волн кристалла. Кристаллографические оси [001] и [110] соответствуют случаю кристалла $TeO_2$, который является одноосным положительным кристаллом с оптической осью [001]. Нормаль к границам акустического пучка (ось $z$) лежит в плоскости рисунка. Акустические векторы $\mathbf{q}_1 \ldots \mathbf{q}_N$ направлены по прямой $AB$, которая параллельна касательной к кривой $P_2$ в точке, соответствующей средней акустической частоте. Концы векторов $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}_{nm}$ лежат на кривой $P_1$, а концы векторов $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$, ..., $\mathbf{k}_N$ и $\mathbf{k}_{nmk}$ — на кривой $P_2$. Дифракция света осуществляется с преобразованием поляризации на 90° (недиагональные элементы тензоров $\Delta\varepsilon_n$ не равны 0).

Исходя из (4), (9), по диаграмме рис. 1, *б* можно найти рассогласования $\nu_n$, $\nu_{nm}$, $\nu_{nmk}$. С этой целью из концов векторов $\mathbf{k}_0+\mathbf{q}_n$, $\mathbf{k}_0+\mathbf{q}_n-\mathbf{q}_m$ и $\mathbf{k}_0+\mathbf{q}_n-\mathbf{q}_m+\mathbf{q}_k$, лежащих на прямой $AB$, проводим в направлении оси $z$ отрезки до пересечения с кривыми $P_1$, $P_2$. Точки пересечения определяют положения концов волновых векторов $\mathbf{k}_n$, $\mathbf{k}_{nm}$, $\mathbf{k}_{nmk}$, а длины этих отрезков равны рассогласованиям $\nu_n$, $\nu_{nm}$, $\nu_{nmk}$. В частности, величина $\nu_{nm}$ (см. рис. 1, *б*) равна длине отрезка $EF$, где точка $E$ соответствует концу вектора $k_0+\mathbf{q}_n-\mathbf{q}_m$, а точка $F$ — концу вектора $\mathbf{k}_{nm}$. Касательная $CD$, проведенная к кривой $P_1$ в точке конца вектора $\mathbf{k}_0$, образует некоторый угол $\tau$ по отношению к векторам $\mathbf{q}_n$. Для векторов $\mathbf{k}_{nm}$, лежащих вблизи вектора $\mathbf{k}_0$, приближенно можно считать, что конец вектора $\mathbf{k}_{nm}$ лежит на прямой $CD$. Учитывая, что угол $GEF$ равен $90°+\theta_l$, из треугольника $GEF$ получаем $\nu_{nm}=\dfrac{GE\sin\tau}{\cos(\theta_l+\tau)}$. Величина отрезка $GE$ равна $GE=q_n-q_m=(n-m)2\pi\delta/V$, $\nu_{nm}=(n-m)\beta$, где $\beta=(2\pi\delta\sin\tau)/V\cos(\theta_l+\tau)$.

Из рис. 1, *б* видно, что для волн в окрестности 1-го порядка дифракции рассогласования $\nu_n$ и $\nu_{nmk}$ будут малы в пределах рабочей полосы акустических частот, поэтому при приближенных расчетах их можно в уравнениях (6), (8) не учитывать.

Решение системы (5)—(8) проведем для случая, когда амплитуда волн трехкратной дифракции мала. При этом в уравнении (7) можно пренебречь вторым членом в правой части. Тогда, если $N$ велико, величину $\tilde{a}_n$ найдем из (5)—(7), воспользовавшись методом решения, предложенным в [9]. Решение уравнения (7) имеет вид

$$\tilde{a}_{nm}=-i\frac{\varkappa_{nm}}{c_{nm}}\int_0^z \exp\left[i\nu_{nm}(z'-z)\right]\tilde{a}_n(z')\,dz'. \tag{10}$$

Подставив (10) в (6) при $\nu_n=0$, получим

$$\tilde{a}_n'=-i\frac{\varkappa_n}{c_n}a_0-\int_0^z f_n(z'-z)\,\tilde{a}_n(z')\,dz', \tag{11}$$

где $f_n(z)=\sum\limits_{\substack{m=1\\ n\neq m}}^{N}\dfrac{\varkappa_{nm}^2}{c_nc_{nm}}\exp\,(i\nu_{nm}z)$. При малых углах дифракции ($\Omega_n\ll\omega_0$) все величины $\dfrac{\varkappa_{nm}^2}{c_nc_{nm}}\simeq\dfrac{\varkappa_n^2}{c_n^2}=A^2$ можно считать примерно равными для всех $n$, $m$. В выражении для $f_n(z)$ выполним суммирование, учитывая, что $\nu_{nm}=(n-m)\beta$. При этом для достаточно большого $N$ такого, как $N\beta d/2\gg1$, получаем, что $f_n(z)$ можно аппроксимировать функцией $f_n(z)=\dfrac{2\pi}{\beta}A^2\delta(z)-A^2$, где $\delta(z)$ — дельта-функция. С учетом свойств дельта-функции совместное решение уравнений (11) и (5) дает следующее выражение для $\tilde{a}_n$ [9]:

$$\tilde{a}_n=-i\frac{\varkappa_n}{c_n}\exp\left[-\frac{\alpha z}{2}\right]\frac{\sin(\gamma z)}{\gamma}, \tag{12}$$

где $\gamma=(A^2N-\alpha^2/4)^{1/2}$; $\alpha=\pi A^2/\beta$.

Подставив $\tilde{a}_n$ из (12) в (10) и выполнив интегрирование, находим

$$\tilde{a}_{nm}=\frac{b_{nm}}{g_{nm}}\left\{\exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right)\left[u_{nm}\sin(\gamma z)-\gamma\cos(\gamma z)\right]+\gamma\exp(-i\nu_{nm}z)\right\}, \tag{13}$$

где $b_{nm}=-\dfrac{\varkappa_{nm}\varkappa_n}{c_{nm}c_n}$; $g_{nm}=\gamma\left[(i\nu_{nm}-\alpha/2)^2+\gamma^2\right]$; $u_{nm}=i\nu_{nm}-\alpha/2$.

Затем проинтегрируем (8) при $\nu_{nmk}=0$ с учетом (13) для $\tilde{a}_{nm}$:

$$\tilde{a}_{nmk}=\frac{b_{nmk}}{Wg_{nm}}\left\{\exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right)\left[\gamma\left(\frac{\alpha}{2}-u_{nm}\right)\cos(\gamma z)-\left(\gamma^2+\frac{u_{nm}\alpha}{2}\right)\sin(\gamma z)\right]+\right.$$
$$\left.+\left(u_{nm}-\frac{\alpha}{2}\right)\gamma+\frac{i\gamma W}{\nu_{nm}}[\exp(-i\nu_{nm}z)-1]\right\}, \tag{14}$$

где $b_{nmk}=\frac{\varkappa_{nmk}\varkappa_{nm}\varkappa_n}{c_{nmk}c_{nm}c_n}$; $W=\gamma^2+\alpha^2/4$.

При малых углах дифракции величины $b_{nm}$ и $b_{nmk}$ в (13) и (14) примерно одинаковы для всех $n$, $m$, $k$. Поэтому величины $\tilde{a}_{nm}$ и $\tilde{a}_{nmk}$ зависят через величину $\nu_{nm}$ только от разности индексов $l=n-m$. Причем можно обозначить $\tilde{a}_{nm}=A_2(l)$, $\tilde{a}_{nmk}=A_3(l)$.

Из (4) следует, что волны с амплитудами $\tilde{a}_{nm}$, имеющие равную разность индексов $n-m$, будут иметь одинаковое направление распространения. Аналогично совпадают по направлению волны с амплитудами $\tilde{a}_{nmk}$, для которых равны $n-m+k$. Отсюда результирующая амплитуда $B_l$ шумового светового пучка двукратной дифракции с индексом $l$ складывается из отдельных волн $\tilde{a}_{nm}$, для которых $n-m=l$, т. е.

$$B_l=\sum_{\substack{n\quad m\\(n-m=l)}}\sum \tilde{a}_{nm}\exp(i\varphi_{nm}),$$

а результирующая амплитуда $C_p$ шумового светового пучка трехкратной дифракции с индексом $p$ складывается из отдельных волн $\tilde{a}_{nmk}$, для которых $n-m+k=p$, т. е.

$$C_p=\sum_{\substack{n\quad m\quad k\\(n-m+k=p)}}\sum\sum \tilde{a}_{nmk}\exp(i\varphi_{nmk}).$$

Поскольку в выражениях амплитуды складываются со случайными фазами, средние интенсивности $B_l^2$ и $C_p^2$ шумовых световых пучков равны суммам интенсивностей $\tilde{a}^2_{nm}$ и $\tilde{a}^2_{nmk}$ отдельных волн (некогерентное сложение). Сделав замену индексов суммирования $m=n-l$ и $k=$ $=p-l$, можно получить

$$B_l^2=(N-|l|)A_2^2(l); \tag{15}$$

$$C_p^2=\sum_{l=p-N}^{p-1}(N-|l|)A_3^2(l). \tag{16}$$

Исходя из выражений (12)—(16), может быть рассчитан и проанализирован ряд параметров многочастотной дифракции.

II. **Параметры многочастотной дифракции.** 1. *Дифракционная эффективность.* Дифракционную эффективность $\eta$ определим как часть световой энергии, относящуюся к волнам первичной дифракции. Приближенно можно считать, что $\eta\simeq N\tilde{a}_n^2$, где $\tilde{a}_n^2$ — квадрат модуля амплитуды из (12), взятой при $z=d$.

Для анализа зависимости $\eta$ от амплитуды акустических волн воспользуемся величиной $\xi=(A^2N)^{1/2}d$, которая характеризует среднеквадратичную величину фазовой модуляции среды, вызванную акустическими волнами. Кроме того, введем величину $t_1=N\beta d$, которая практически совпадает с величиной максимального фазового рассогласования для волн двукратной дифракции, равного $\nu_{N,1}d=(N-1)\beta d$. Величины, входящие в (12), можно выразить через $\xi$ и $t_1$: $\varkappa_n/c_n\simeq\xi/(dN^{1/2})$; $\gamma=$ $=\left(\frac{\xi^2}{d^2}-\frac{\alpha^2}{4}\right)^{1/2}$; $\alpha=\pi\xi^2/(t_1d)$.

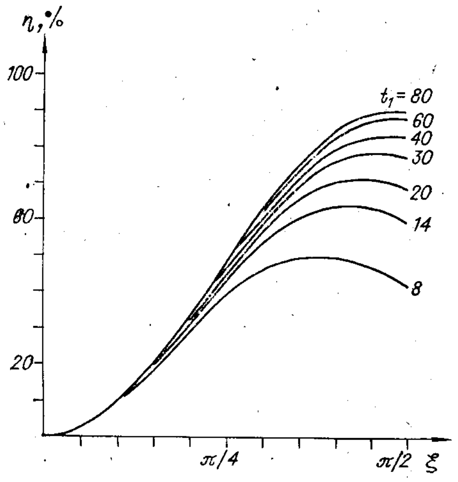


*Рис. 2.* Дифракционная эффективность η в зависимости от фазовой модуляции среды ξ для различных значений фазового рассогласования $t_1$

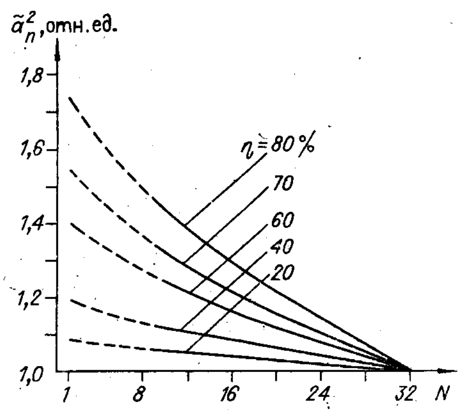


*Рис. 3.* Нормированные зависимости интенсивности сигнального светового пучка от числа акустических частот $N$ для различных уровней дифракционной эффективности

Тогда для η получаем выражение

$$\eta = \frac{\exp\left(-\frac{\pi\xi^2}{t_1}\right)\sin^2\left[\xi^2 - \left(\frac{\pi\xi}{2t_1}\right)^2\right]^{1/2}\cdot 100\,\%}{1-\left(\frac{\pi\xi}{2t_1}\right)^2}. \tag{17}$$

Зависимости η от ξ, рассчитанные из (17) для разных значений $t_1$, показаны на рис. 2. Видно, что максимальное значение $\eta < 100\%$ и уменьшается с уменьшением фазового рассогласования $t_1$.

2. *Кросс-модуляция.* Эффект кросс-модуляции [4] проявляется зависимостью величины интенсивности $\tilde{a}_n^2$ первичного дифрагированного пучка от числа акустических частот $N$ при постоянной амплитуде акустической волны ($\varkappa_n = \mathrm{const}$). На рис. 3 приведены рассчитанные исходя из (12) при $z = d$ нормированные зависимости величины $\tilde{a}_n^2$ от $N$ для пяти различных значений амплитуд акустической волны, которые соответствуют уровням дифракционной эффективности $\eta = 80$, 70, 60, 40, 20%, взятым при $N = 32$. При расчете полагалось, что $t_1 = 60$. Точки, соответствующие $N = 1$ (см. рис. 3), рассчитаны по известному выражению для случая одночастотной дифракции $\tilde{a}_1^2 = \sin^2(\varkappa_1 d/c_1)$ [8]. Из рис. 3 видно, что чем больше η, тем быстрее возрастает $\tilde{a}_n^2$ при уменьшении числа $N$. За величину кросс-модуляции $K$ примем величину процентного изменения $\tilde{a}_n^2$ при уменьшении числа частот от $N$ до 1. При $\eta = 20\%$ имеем $K = 8\%$, а при $\eta = 80\% - K = 74\%$. В общем случае можно показать, что $K = [(N/\eta)\sin^2(\xi/N^{1/2}) - 1]\ 100\%$, где η определяется из (17). С уменьшением $t_1$ величина η падает, а коэффициент $K$ растет.

3. *Отношение сигнал — интермодуляционный фон двукратной дифракции $S/F_2$.* Указанный параметр определим как отношение интенсивности одного из первичных дифрагированных пучков к средней интенсивности светового пучка двукратной дифракции с индексом $l = 1$, т. е. $S/F_2 = \tilde{a}_n^2/B_1^2$. Учитывая, что в (13) $b_{nm} \simeq \xi^2/(d^2N)$, из соотношений (12), (13), (15) при $z = d$ можно показать, что $B_1^2$ и $S/F_2$ зависят помимо величины ξ также от $f_1 = \beta d$ и от $N$. Численные расчеты на ЭВМ величины $S/F_2$ в зависимости от $N$ при постоянном $t_1 = f_1 N$ показывают, что $S/F_2$ изменяется для всех ξ не более чем на 20% при изменении $N$

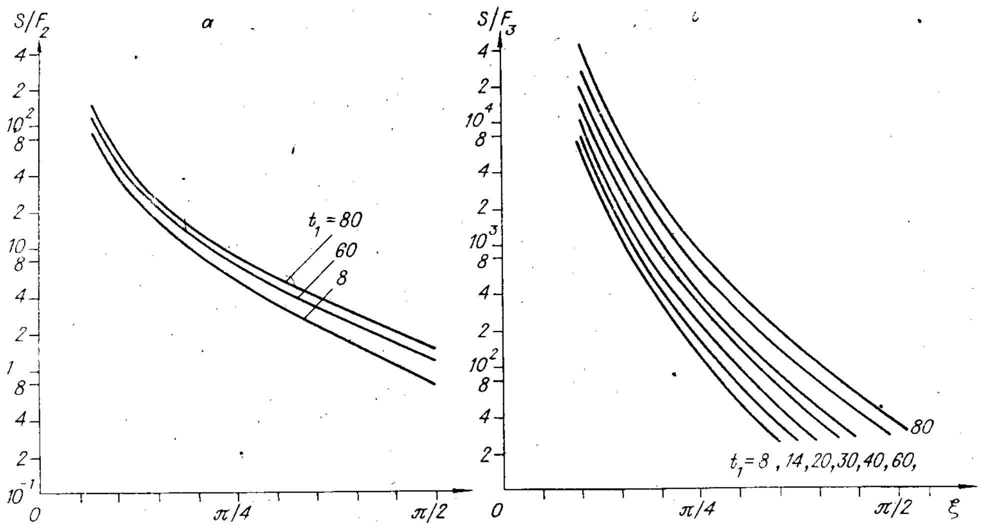


*Рис. 4.* Отношение сигнал — интермодуляционный фон двукратной (*а*) и трехкратной (*б*) дифракций в зависимости от фазовой модуляции среды $\xi$ для различных значений фазового рассогласования $t_1$

от 16 до 128. Это позволяет при приближенном определении $S/F_2$ вместо двух величин $f_1$ и $N$ указать только одну — $t_1$. На рис. 4 приведены результаты расчета величины $S/F_2$ в зависимости от фазовой модуляции $\xi$, где у каждой кривой указано соответствующее значение величины $t_1$ (расчет проведен для $N = 32$). Видно, что с увеличением $\xi$ отношение $S/F_2$ резко уменьшается и при $\xi = \pi/2$ $S/F_2 = 1-2$.

4. *Отношение сигнал — интермодуляционный фон трехкратной дифракции* $S/F_3$. За этот параметр примем отношение интенсивности одного из первичных дифрагированных пучков к средней интенсивности шумового пучка трехкратной дифракции с индексом $\rho \simeq N/2$, т. е. $S/F_3 = \tilde{a}_n^2/C_{N/2}^2$. Выражая в (14) $\alpha$ и $\gamma$ через $\xi$ и учитывая, что $b_{nmk} = \xi^3/(d^3N^{3/2})$, можно показать, что величины $c_{N/2}^2$ и $S/F_3$ помимо $\xi$ зависят от $f_1 = \beta d$ и $N$. Как и в случае $S/F_2$, при приближенном определении $S/F_3$ можно указывать только величину $t_1 = f_1 N$, поскольку при постоянном $t_1$ величина $S/F_3$ слабо зависит от $N$ для всех значений $\xi$. Результаты численного расчета $S/F_3$ в зависимости от $\xi$ для различных значений $t_1$ показаны на рис. 4, *б*, где у каждой кривой проставлено соответствующее значение $t_1$ (расчет проведен при $N = 32$). Из сопоставления $\eta$ и $S/F_3$ на рис. 2 и 4, *б* при одинаковых $\xi$ получена зависимость $S/F_3$ от эффективности $\eta$, показанная на рис. 5. Можно видеть, что с увеличением эффективности $\eta$ величина $S/F_3$ падает. Для случая $t_1 = 60$ $S/F_3 = 6 \cdot 10^3$ при $\eta = 20\%$ и $S/F_3 = 100$ при $\eta = 78\%$. С уменьшением фазового рассогласования $t_1$ величина $S/F_3$ падает. Заметим, что при отсутствии одной из акустических частот на месте соответствующего сигнального

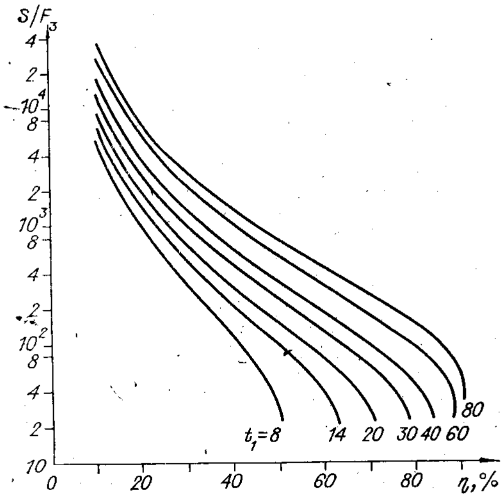


*Рис. 5.* Отношение сигнал — интермодуляционный фон трехкратной дифракции $S/F_3$ в зависимости от дифракционной эффективности $\eta$ для различных значений фазового рассогласования $t_1$

светового пучка наблюдается шумовой пучок трехкратной дифракции. В связи с этим на практике величина $S/F_3$ имеет, как правило, более важное значение, чем $S/F_2$.

Таким образом, параметры многочастотной дифракции $\eta$, $K$, $S/F_2$ и $S/F_3$ определяются величинами фазовой модуляции среды $\xi$ и фазового рассогласования $t_1$. Величина $t_1$ увеличивается с ростом длины взаимодействия $d$ и частотного шага $\delta$ между акустическими волнами. При этом параметры $\eta$, $S/F_2$ и $S/F_3$ возрастают.

III. **Многочастотная дифракция в кристалле парателлурита.** Рассмотрим конкретный АОДМ на кристалле $TeO_2$, применяемый для параллельной голографической записи данных [1]. В таком АОДМ реализуется многочастотная дифракция света на сдвиговых акустических волнах. Число акустических частот $N = 32$. Длина волны света $\lambda = 0{,}87$ мкм. Геометрия взаимодействия соответствует рис. 1, *б*, причем углы $\theta_a = 11{,}4°$, $\theta_l = 55°$. Угол распространения падающего света по отношению к оптической оси $\theta_0 = 8°$. Средняя акустическая частота широкополосной дифракции 96 МГц, частотный шаг $\delta = 2$ МГц, а полоса частот $\Delta f = 62$ МГц.

Сечение поверхности волновых векторов кристалла $P_1$ может быть аппроксимировано эллипсом с полуосями $A_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 + \delta_1)$ и $B = \frac{2\pi}{\lambda} n_e$, где $n_0$, $n_e$ — обыкновенный и необыкновенный показатели преломления кристалла; $\delta_1 = \frac{\rho\lambda}{360°}$, причем $\rho$ — удельное вращение плоскости поляризации света [10]. В данном случае $n_0 = 2{,}2179$, $n_e = 2{,}36315$, $\rho = 38{,}5$ град/мм ($\delta_1 = 9{,}52 \cdot 10^{-5}$). Можно показать, что угол наклона $\theta_\tau$ касательной $CD$ (см. рис. 1, *б*) по отношению к оси [110] связан с полярным углом $\theta_0$ точки касания $G$ соотношением $\operatorname{tg}\theta_\tau = \left[\frac{A_1}{B}\right]^2 \operatorname{tg}\theta_0$. Из этого соотношения для $\theta_0 = 8°$ получаем $\theta_\tau = 7°$. Угол между касательной $CD$ и векторами звука $\mathbf{q}_1 \ldots \mathbf{q}_N$ равен $\tau = \theta_a - \theta_\tau \doteq 4°$, а величина $\beta = 2{,}364$ мм$^{-1}$ ($V = 0{,}72 \cdot 10^6$ мм/с). Длина взаимодействия $d$ выбрана из условия обеспечения заданной полосы частот $\Delta f$ в соответствии с выражением

$$d \simeq 1{,}62\,\frac{8 n_0 V^2 \cos\theta_l}{\pi\lambda\Delta f^2},$$

которое получено для случая очень малой эффективности дифракции, когда в (6) можно положить $a_0(z) \simeq 1$, $\tilde{a}_{nm} = 0$, и соответствует величине спада интенсивности $\tilde{a}_n^2$ на краях и в центре полосы частот на 20%. В данном случае $d \simeq 0{,}8$ мм, тогда величина $t_1 = N\beta d \simeq 60$. Для указанного значения $t_1$ из рис. 2 определяем, что $\eta$ не превышает 90%. Из рис. 3 и 5 находим, что для эффективности $\eta = 20\%$ кросс-модуляция составляет 8%, а отношение $S/F_3 = 6 \cdot 10^3$. Для эффективности $\eta = 80\%$ кросс-модуляция равна 74%, а отношение $S/F_3 = 100$. Для такого АОДМ оптимальным следует считать режим работы, когда эффективность дифракции не превышает 50% (кросс-модуляция менее 30%).

**Заключение.** Получена и решена система уравнений связанных волн для многочастотной брэгговской дифракции света на акустических волнах в анизотропной среде, учитывающая процессы повторного рассеяния света. Показано, что при широкополосной геометрии взаимодействия процесс многочастотной дифракции определяется в основном величиной фазового рассогласования для световых волн двукратной дифракции.

Для случая большого числа акустических частот проведены численные расчеты параметров многочастотной дифракции. Выявлено, что с возрастанием дифракционной эффективности увеличивается величина кросс-модуляции и уменьшается отношение сигнал — интермодуляционный фон. С увеличением длины взаимодействия и частотного шага между акустическими волнами величина максимальной дифракционной эфракции $S/F_3 = 6 \cdot 10^3$, а для $\eta = 80\%$ $S/F_3 = 100$.

Установленные зависимости параметров многочастотной дифракции позволяют для АОДМ на основе анизотропных сред выбрать оптимальные величины длины взаимодействия и частотного шага, а также определить допустимый уровень дифракционной эффективности.

Автор благодарит П. Е. Твердохлеба за предложение темы работы, А. П. Якимовича за полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Вовк Ю. В., Щепеткин Ю. А.** Синтез голограмм двоичной информации акустооптическими методами // Автометрия.— 1980.— № 2.
2. **Turpin T. M.** Spectrum analysis using optical proceesing // Proc. of the IEEE.— 1981.— V. 80, N 1.— P. 79—92.
3. **Barabas M., Podmaniczky, Tokes S.** On the light noise due to three-phonon scattering in multi-beam acoustooptical modulator used in a laser recorder // Optica Acta.— 1982.— V. 29, N 7.— P. 923—939.
4. **Hecht D. L.** Multi-frequency acoustooptic diffraction // IEEE Trans. on Sonic and Ultrasonic.— 1977.— V. SU-24, N 1.— P. 7—18.
5. **Yano T., Kawabuchi M., Fukumoto A., Watanabe A.** $TeO_2$ anisotropic Bragg light deflector without midband degeneracy // Appl. Phys. Lett.— 1975.— V. 26, N 12.— P. 689—691.
6. **Тищенко Ю. Н., Трубецкой А. В.** Некоторые вопросы создания и исследования акустооптического дефлектора на монокристаллах $TeO_2$ // Автометрия.— 1979.— № 1.
7. **Физическая** акустика. Принципы и методы/Под ред. У. Мэзона и Р. Терстона: Пер. с англ.— М.: Мир, 1974, т. 7.
8. **Никанорова Е. А., Парыгин В. Н.** Акустооптическое взаимодействие в анизотропной среде // Радиотехника и электроника.— 1983.— Т. 28, № 10.
9. **Якимович А. П.** Оценка влияния вторичного рассеяния на дифракционную эффективность объемных голограмм диффузных объектов // Квантовая электрон.— 1983.— Т. 10, № 2.
10. **Брыжина М. Ф., Есаян С. Х.** Анизотропный акустооптический дефлектор на одноосных кристаллах с оптической активностью // ЖТФ.— 1977.— Т. 47, вып. 9.


*Поступила в редакцию 20 июля 1985 г.*

---

УДК 535.241.13 : 534

**И. Б. БЕЛИКОВ, В. Б. ВОЛОШИНОВ, Е. А. НИКАНОРОВА, В. Н. ПАРЫГИН**

*(Москва)*

# УГЛОВАЯ АПЕРТУРА ПЕРЕСТРАИВАЕМОГО АКУСТООПТИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА

Работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию перестраиваемого акустооптического фильтра на кристалле парателлурита. Перестраиваемые спектральные акустооптические фильтры являются перспективными оптическими устройствами, которые могут найти широкое применение в оптике, квантовой электронике и лазерной технике [1—5]. Работа фильтров основана на селективности брэгговской дифракции света на акустической волне в оптически анизотропных средах. На сегодняшний день акустооптические спектральные приборы отличаются хорошими рабочими параметрами: фильтры характеризуются коэффициентом пропускания $T$ до ста процентов и имеют узкие полосы пропускания $\Delta\lambda$. Высокое спектральное разрешение в сочетании с возможностью быстрой электрической перестройки фильтра позволяет