УДК 535.416.3

В. А. ТРОФИМОВ

(Москва)

УПРАВЛЕНИЕ ВОЛНОВЫМ ФРОНТОМ СВЕТОВОГО ПУЧКА В СРЕДЕ С РЕЛАКСИРУЮЩЕЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Как известно, при распространении в нелинейной среде оптическое излучение претерпевает амплитудно-фазовые искажения. Для их устранения проводят оптимизацию начальных параметров пучка, в частности его волнового фронта [1—6], с целью наилучшей транспортировки световой энергии. При этом для оценки качества компенсации нелинейных искажений, как правило, используют функционалы принимаемой в заданную апертуру мощности пучка (критерий $J_р$), его положения центра тяжести относительно центра приемника (критерий $J_ц$) или его ширины (критерий $J_а$) в сечении расположения приемника (см., например, [7]), а оптимальный выбор волнового фронта осуществляют, используя алгоритм либо фазового сопряжения, либо апертурного зондирования. В последнем случае очередное значение управляемого параметра определяется градиентом выбранного критерия качества по нему. Существенно, что к настоящему времени в подавляющем большинстве работ, посвященных исследованию эффективности компенсации нелинейных искажений световых пучков с помощью алгоритма апертурного зондирования, практически не учитывается время установления отклика среды $\tau_р$ (т. е. время релаксации нелинейности). Очевидно, оно определяется временем диффузии тепла $\tau_т$ (при распространении пучка в неподвижной среде) либо временем $\tau_v = a/v$ движения среды поперек пучка; a — его начальная ширина; v — скорость ветра. Между тем время установления стационарного отклика может определять как быстродействие адаптивной системы, так и качество компенсации.

В данной работе на основе подхода, предложенного в [7, 8], получены уравнения управления фокусировкой и наклоном волнового фронта, выявлены условия устойчивости и сходимости дискретного алгоритма управления, проанализировано быстродействие адаптивной системы с учетом времени релаксации нелинейности и инерционности системы.

Управление фокусировкой пучка. При прохождении через тонкий нелинейный слой световой импульс приобретает дополнительную расходимость $\theta_{нл}(t)$ и наклон волнового фронта $\theta_\alpha(t)$. В этом случае управление фокусировкой пучка $\theta(t)$ с целью достижения его минимальной ширины (критерий $J_а$) в сечении L за слоем нелинейной среды происходит по закону [8]

$$\frac{d\theta}{dt} = 1/L + \theta_{нл} - \theta, \tag{1}$$

где t измеряется в единицах $\tau_а = 1/2\gamma L^2$; $\tau_а$ — постоянная времени установления; γ — константа управления; L измеряется в единицах дифракционной длины $l_д = ka^2/2$; k — волновое число. Уравнение (1) необходимо решать совместно с уравнением для дополнительной нелинейной расходимости $\theta_{нл}$, которое имеет вид

$$\frac{1}{\tau_а}\frac{d\theta_{нл}}{dt} + \frac{\theta_{нл}}{\tau_р} = \alpha I(t)/\tau_и, \tag{2}$$

$\tau_и$ — длительность импульса, $I(t)$ — его форма, α — отношение начальной мощности пучка к мощности самовоздействия. Следовательно, в отличие от задач автоматического управления в данном случае нелинейность среды проявляется, во-первых, наличием в (1) $\theta_{нл}$, во-вторых (и это более существенно), уравнением (2). Решение (1) совместно с (2) имеет вид

$$\theta_{\text{нл}} = \alpha\,\frac{\tau_a}{\tau_и}\int\limits_0^t e^{\tau_a(\eta-t)/\tau_p} I(\eta)\,d\eta;$$

$$\theta = 1/L + \theta_{\text{нл}} - \int\limits_0^t \frac{\partial\theta_{\text{нл}}}{\partial\eta} e^{(\eta-t)}d\eta. \qquad (3)$$

Таким образом, качество фокусировки определяется временем достижения ее оптимального значения τ_a и установления стационарного отклика среды τ_p, а также скоростью изменения нелинейной расходимости. При этом возможны следующие соотношения между временами τ_p и τ_a: 1) $\tau_p \ll \tau_a$; 2) $\tau_p \gg \tau_a$; 3) $\tau_p \sim \tau_a$.

В первом случае адаптивная система «не замечает» релаксацию нелинейности, так как отклик среды устанавливается значительно быстрее, чем характерное время τ_a. Анализ компенсации такой нелинейной линзы нами выполнен в [7—9] и здесь проводиться не будет.

Во втором случае система успевает отслеживать изменения нелинейной расходимости, и для достаточно малого $\tau_a \ll 1$ изменение фокусировки происходит следующим образом:

$$\theta = 1/L + \sum_{k=0}^{\infty} (\tau_a/\tau_p)^k (P_k - \partial P_k/\partial t);$$

$$P_k = \int\limits_0^t P_{k-1}(\eta)\,d\eta,\ k > 1,\ P_0 = \theta_p = \alpha\tau_a/\tau_и \int\limits_0^t I(\eta)\,d\eta, \qquad (4)$$

где θ_p — дополнительная расходимость светового импульса в случае отсутствия выноса тепла из области, занятой пучком ($\tau_p \to \infty$). Из (4) в первом приближении имеем

$$\theta = 1/L + \theta_p + \frac{\tau_a}{\tau_p}\int\limits_0^t \theta_p(\eta)\,d\eta - \frac{\partial\theta_p}{\partial t}(1 - \tau_a/\tau_p). \qquad (5)$$

Следовательно, релаксация нелинейности приводит к двум важным изменениям в процессе работы адаптивной системы: во-первых, изменяется оптимальное значение фокусировки (к динамическому управлению добавляется усредненное значение нелинейной расходимости); во-вторых, уменьшается ошибка динамического управления. Первое из двух перечисленных изменений ухудшает качество отслеживания нелинейной расходимости, второе — улучшает. Еще один важный вывод связан с быстродействием адаптивной системы. Интересно отметить, что существует оптимальное значение τ_a. Несложные расчеты показывают, что наилучшее качество отслеживания изменения нелинейной расходимости достигается при

$$(\tau_a)_{\text{опт}} = \tau_p/(1 + \tau_и/2\tau_p). \qquad (6)$$

Непрерывное управление наклоном волнового фронта. Управление наклоном $\theta^{(x)}$ волнового фронта светового пучка, прошедшего слой тепловой дефокусирующей среды, с целью компенсации его бокового смещения $L\theta_\alpha$ при настройке по положению центра тяжести (критерий $J_ц$) осуществляется следующим образом [9]:

$$\frac{d\theta^{(x)}}{dt} = -2\gamma L^2(\theta^{(x)} - \theta_\alpha). \qquad (7)$$

Анализ (7) необходимо проводить совместно с уравнением для дополнительного наклона θ_α волнового фронта пучка

$$\frac{1}{\tau_a}\frac{d\theta_\alpha}{dt} + \left(1 + \frac{\tau_c}{\tau_a}\frac{d\theta^{(x)}}{dt}\right)\frac{\theta_\alpha}{\tau_v} - \frac{\theta_\alpha}{\tau_т} = \frac{\alpha I(t)}{\tau_и}, \qquad (8)$$

где $\tau_c = l_0/v$; l_0 — толщина слоя. Как правило, $\tau_a/\tau_т \ll 1$ ($\tau_т$ характеризует время диффузии тепла). Поэтому теплопроводность среды не успевает оказать влияние. Если скорость движения среды v много больше скорости сканирования пучка $l_0 \frac{d\theta^{(x)}}{dt}$, то $\tau_c \to 0$ и уравнения (7), (8) аналогичны уравнениям (1), (2). Следовательно, будут справедливы выводы, полученные в предыдущем разделе.

Однако если постоянная времени τ_a адаптивной системы много меньше времени движения среды поперек пучка ($\tau_a \ll \tau_v$), то смещение его центра тяжести на временах порядка τ_a будет происходить из-за его сканирования. В этом случае для анализа процесса достижения оптимального наклона волнового фронта целесообразно воспользоваться разложением θ_α, $\theta^{(x)}$ в ряд по степеням τ_c/τ_a. Тогда в первом приближении качество компенсации определяется значением

$$\theta_\alpha^{(1)} = -\frac{\tau_c}{\tau_и} I(t) \left\{ \frac{\tau_v}{\tau_a} I(t) - \int_0^t e^{\eta - t} I(\eta)\, d\eta \right\}. \qquad (9)$$

Следовательно, с увеличением быстродействия адаптивной системы качество достижения оптимального наклона волнового фронта может уменьшаться.

Управление инерционным зеркалом. Согласно [3] управление фокусировкой инерционного зеркала происходит по закону

$$\frac{\tau_{ин}}{\tau_a^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{\tau_a} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\partial J}{\partial \theta} = 0, \qquad (10)$$

где $\tau_{ин}$ характеризует время инерции зеркала; J — один из введенных выше критериев качества. Производная функционала в случае компенсации дополнительной расходимости светового импульса равна [8]

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = \frac{\partial J_a}{\partial \theta} = \frac{\theta}{\tau_a} - (1/L + \theta_{нл}(t))/\tau_a, \qquad (11)$$

а при компенсации дополнительного наклона волнового фронта [7]

$$\frac{\partial J}{\partial \theta^{(x)}} = \frac{\partial J_ц}{\partial \theta^{(x)}} = \frac{\theta^{(x)}}{\tau_a} - \frac{\theta_\alpha(t)}{\tau_a}. \qquad (12)$$

Пользуясь линейностью корректора волнового фронта, предположим, что фокусировка пучка, равная $1/L$, выполняется независимо от $\theta_{нл}(t)$. Тогда уравнения (10) для фокусировки и наклона $\theta^{(x)}$ идентичны, и в дальнейшем для определенности будем рассматривать только управление фокусировкой пучка.

Если $\tau_{ин} \ll \tau_a$, а именно этот случай представляет наибольший интерес для практики, то изменение фокусировки (или $\theta^{(x)}$) в процессе управления происходит по закону

$$\theta = 1/L + \sum_{p=0}^{M} (\tau_{ин}/\tau_a)^p\, \theta^{(p)}; \quad \theta^{(p)} =$$
$$= -\int_0^t e^{\eta - t} \frac{d^2\theta^{(p-1)}}{d\eta^2}\, d\eta, \;\; p \geqslant 1; \quad \theta^{(0)} = \int_0^t e^{\eta - t} \theta_{нл}(\eta)\, d\eta. \qquad (13)$$

Важно подчеркнуть, что при распространении прямоугольного импульса инерционность зеркала приводит к более быстрому росту значения фокусировки пучка по сравнению с увеличением нелинейной расходимости.

При дискретном алгоритме управления инерционным зеркалом от (10) необходимо перейти к разностному уравнению. Соответствующий анализ показывает, что управление оптимальной фокусировкой происходит по закону

$$\theta_N = C_1 x_1^N + C_2 x_2^N, \; x_{1,2} = 1 - \frac{N_\tau}{2}\left(1 \mp \sqrt{1 - 4/N_a N_\tau}\right), \tag{14}$$

где N_τ характеризует инерцию зеркала (значение N_τ равно целой части $1/\tau_{\text{ин}}$); N_a описывает быстродействие адаптивной системы ($N_a = 1/\tau_a$). Если $N_\tau \gg 1$ ($\tau_{\text{ин}} \ll 1$ — зеркало без инерции), то $x_1 = 1 - 2\gamma L^2$, и, следовательно, имеем полученный в [8] закон управления θ. Значения констант C_1, C_2 определяются начальным состоянием зеркала

$$C_1 = \theta_{\text{нач}} - 1/L - C_2; \quad C_2 = \frac{\theta'_{\text{нач}} + (\theta_{\text{нач}} - 1/L)(1 - x_1)}{x_2 - x_1}, \tag{15}$$

$\theta'_{\text{нач}}$ — начальная скорость зеркала.

Существенно, что при работе инерционных зеркал реализуются приведенные в [10, 11] режимы работы. Однако в отличие от управления оптимальной фокусировки безынерционным зеркалом в данном случае для устойчивой работы инерционного зеркала необходимо, чтобы $\theta'_{\text{нач}} = -(1 - x_1)(\theta_{\text{нач}} - 1/L)$. Таким образом, на плоскости $\{\theta_{\text{нач}}, \theta'_{\text{нач}}\}$ области устойчивой работы адаптивной системы соответствует прямая линия. Если данное условие не выполняется, то в решении будут присутствовать сходящийся к $1/L$ и расходящийся члены. Так как практически реализовать данное условие трудно, то для уменьшения влияния расходящегося члена решения необходимо ввести дополнительное условие, например, на максимальный прогиб зеркала $|\theta| \leqslant Q$ или на профиль зеркала. Другая возможность, по-видимому, состоит в квазинепрерывном режиме работы адаптивной системы: ее периодическом включении и выключении. В этом случае система может «забывать» и подавлять расходящийся режим, так как $\theta_{\text{нач}} \to 1/L$.

Выше считалось, что при $N_\tau \to \infty$ ($\tau_{\text{ин}} \to 0$) адаптивная система работает в монотонном режиме. Однако в данном случае возможно также возникновение колебательных режимов [7], если $4 > N_a N_\tau$. Отсюда следует важный для практики вывод: с одной стороны, для повышения быстродействия адаптивной системы нужно, чтобы $N_a \to 1$, а с другой стороны, для устранения расходящейся ветви решения необходимо $N_a \to \infty$ ($\gamma \gg 1$). Поэтому, повышая быстродействие системы ($2\gamma L^2 \to \infty$), можно ухудшить ее работу и получить противоположный результат из-за возникновения колебательных режимов.

Дискретный алгоритм управления в инерционной среде. В случае дискретного алгоритма управления от дифференциальных уравнений (1), (2) и (7), (8) необходимо перейти к разностным уравнениям, которые для отработки оптимальной фокусировки имеют вид

$$\begin{gathered} \theta_{N+1} = \theta_N + 2\gamma L^2 (1/L - \theta_N + P_N); \\ \tau_p (P_N - P_{N-1}) + P_{N-1} = \alpha I_{N-1} \tau_p / \tau_{\text{и}}. \end{gathered} \tag{16}$$

Если $\tau_p \ll 1$, то решение (17) может быть представлено в виде ряда по степеням τ_p:

$$\theta_N = 1/L + (\theta_{\text{нач}} - 1/L)(1 - 2\gamma L^2)^{N-1} + 2\gamma L^2 \sum_{k=1}^{N-1} P_k (1 - 2\gamma L^2)^{N-1-k}; \; P_k =$$

$$= \alpha I_k \tau_p / \tau_{\text{и}} + \sum_{m=1}^{\infty} \tau_p^m P_k^{(m)}; \; P_k^{(m)} = -\tau_p \left(P_k^{(m-1)} - P_k^{(m-1)}\right). \tag{17}$$

Таким образом, для устойчивости работы адаптивной системы достаточно выполнения условий, приведенных в [8]. Отметим: если $1 - 2\gamma L^2 \to 0$, то справедливо квазистатическое управление

$$(\theta_N)_{\text{кв.ст}} = 1/L + I_{N-1} + \sum_{m=1}^{\infty} P_{N-1}^{(m)} \tau_p^m, \tag{18}$$

которое при учете в (17) только члена порядка τ_p имеет вид

$$(\theta_N)_{\text{кв. ст}} \sim 1/L + I_{N-1}(1-\tau_p) + \tau_p I_{N-2}. \tag{19}$$

Следовательно, в начале импульса, когда $I_{N-1} > I_{N-2}$, релаксация нелинейности приводит к ухудшению адаптивной фокусировки, а к концу импульса качество фокусировки может несколько улучшиться.

Если быстродействие адаптивной системы таково, что $\tau_a \ll \tau_p$, то нелинейная расходимость пучка определяется следующим образом:

$$P_N = \alpha \sum_{k=1}^{N-1} I_k (1-\tau_p)^{N-1-k}. \tag{20}$$

Отсюда следует уменьшение влияния тепловой линзы, сформированной на начальном этапе распространения импульса.

Аналогичным образом можно проанализировать управление наклоном волнового фронта пучка. При этом следует иметь в виду, что без учета сканирования пучка ($\tau_c \ll \tau_a$) законы управления $\theta^{(x)}$ аналогичны законам (16) — (18).

Заключение. Таким образом, в настоящей работе проанализирована эффективность динамического управления фокусировкой и наклоном волнового фронта пучка в случае, когда быстродействие адаптивной системы сравнимо с временем изменения нелинейной расходимости. Получены зависимости оптимальных значений фокусировки и наклона от соотношения различных времен: длительности импульса, постоянной времени установления, времени релаксации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Адаптивная** оптика/Пер. с англ. под ред. Э. А. Витриченко.— М.: Мир, 1980.
2. **Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П.** Нелинейная адаптивная оптика // Изв. АН СССР. Сер. физ.— 1978.— Т. 42, № 12.
3. **Ахманов С. А. и др.** Тепловое самовоздействие световых пучков и методы его компенсации // Изв. вузов. Сер. радиофизика.— 1980.— Т. 23, № 1.
4. **Лукин В. П., Матюхин В. Ф.** Адаптивная коррекция изображения // Квантовая электрон.— 1983.— Т. 10, № 12.
5. **Вдовин В. А., Сорокин Ю. М., Давыдов В. И.** Оптимизация теплового самовоздействия в движущейся среде при эллиптическом сканировании пучка // Квантовая электрон.— 1984.— Т. 11, № 3.
6. **Бакут П. А. и др.** О возможности восстановления не искаженного атмосферой изображения объекта по одной его «пятенной» интерферограмме // Опт. и спектр.— 1984.— Т. 57, вып. 1.
7. **Сухоруков А. П., Трофимов В. А.** Оптимальное управление лазерными пучками в нелинейных средах // Изв. АН СССР. Сер. физ.— 1982.— Т. 46, № 12.
8. **Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А.** Адаптивные системы автофокусировки оптического излучения в нелинейных средах // Там же.— 1984.— Т. 48, № 7.
9. **Трофимов В. А.** К вопросу об управлении волновым фронтом оптического излучения, распространяющегося в движущейся с переменной скоростью среде // Вестник МГУ. Физика и астрономия.— 1984.— Т. 25, № 1.
10. **Сухоруков А. П., Тимофеев В. В., Трофимов В. А.** Адаптивная фокусировка световых пучков гибкими зеркалами в нелинейных средах // Изв. АН СССР. Сер. физ.— 1984.— Т. 48, № 7.

Поступила в редакцию 24 июля 1985 г.