

которое регистрировались точки), связанного с разностью хода  $\Delta_1$  соотношением  $\Delta_1 = k\lambda$ .

При необходимости можно выразить зависимость  $L$  от показаний интерферометра в виде кусочно-непрерывной функции, на каждом участке которой сохраняется линейность, и ввести поправочные коэффициенты в электронную систему управления сканером. В таком случае погрешность регистрируемого изображения не будет превышать значений, приведенных на рис. 5 (кривая 2).

**Заключение.** Испытания показали, что предложенная схема углового интерферометра проста и стабильна в настройке, надежно работает в пределах угла развертки  $\pm 4^\circ$  с чувствительностью  $0,27''$  (52 700 адресуемых позиций). Качество полученных тестовых изображений было достаточно высоким. Пределы угловых поворотов могут быть увеличены до  $\pm 15^\circ$  путем расширения входного лазерного пучка и уменьшения расстояния  $h$  между уголковыми отражателями, а также за счет области с контрастом полос ниже 90 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Урбах Дж. К., Фишли Т. Ш., Старкуэдер Г. К. Лазерные сканеры для электронных печатающих устройств // ТИИЭР.— 1982.— Т. 70, № 6.
2. Измерительные сканирующие приборы/Под ред. Б. С. Розова.— М.: Машиностроение, 1980.
3. Бессмельцев В. П., Бурнашов В. Н., Вертопрахова Л. С. и др. Высокоразрешающий лазерный сканер с интерферометрическим контролем // Автометрия.— 1983.— № 2.
4. Ленкова Г. А. Анализ и сравнение угловых сканирующих интерферометров // Автометрия.— 1981.— № 1.
5. Lenkova G. A. Angular interferometers for laser scanners // Optik.— 1984.— Bd 67, N 3.— S. 211—221.
6. Бондаренко И. Д. Анализ действия уголковых отражателей в интерференционных угломерах // Метрология.— 1984.— № 5.

Поступила в редакцию 17 апреля 1986 г.

УДК 681.332 : 535.317.2

Н. И. ДМИТРИЕВ, С. Г. КАЛЕНКОВ, Г. И. СОЛОМАХО

(Москва)

#### РЕГИСТРАЦИЯ И СИНТЕЗ ГОЛОГРАММ ОРТОГОНАЛЬНЫМИ ТРАНСПАРАНТАМИ

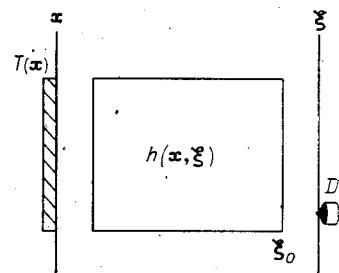
Голографическая запись — это процесс регистрации интенсивности интерференционной картины полей предметной и опорной волн. Среду для записи голограммы можно рассматривать как набор детекторов излучения, расположенных в пространстве регистрации голограммы. Как известно, качество записи в значительной мере определяется свойствами среды (чувствительность, разрешающая способность и т. п.).

В настоящей работе рассматривается в известной мере альтернативный способ регистрации и последующего синтеза голограмм. Отличительная особенность предлагаемого способа состоит в том, что для записи (регистрации) голограммы необходим только один «точечный» детектор и набор транспарантов определенного вида.

Процесс регистрации голограммы сводится к тому, что в некоторой фиксированной точке детектором регистрируют интенсивность волнового поля, дифрагированного на каждом транспаранте из этого набора. Иными словами, транспаранты последовательно один за другим «подставляют» перед детектором, который регистрирует величины интенсивности

дифрагированного волнового поля. Качество записи голограммы данным способом определяется качеством и количеством транспарантов.

Вначале рассмотрим процесс регистрации голограммы. На рисунке изображена блок-схема для регистрации голограммы. Транспарант  $T$  с функцией пропускания  $T(x)$  установлен во входной  $x$ -плоскости радиооптической системы  $H$ . Детектор  $D$  с малой (точечной) апертурой расположен в некоторой фиксированной точке  $\xi_0$  выходной  $\xi$ -плоскости системы.



Пусть функция  $h(x, \xi)$  — импульсный отклик линейной системы  $H$ . Ниже рассмотрим случай, когда система  $H$  — просто свободное пространство между  $x$ - и  $\xi$ -плоскостями. Предполагается, что в нашем расположении имеется набор транспарантов одинаковой апертуры, но с различными функциями пропускания. Пусть предмет облучается когерентным излучением и создает в  $x$ -плоскости предметное поле с комплексной амплитудой  $E(x)$ . Тогда непосредственно за транспарантом комплексная амплитуда поля есть  $T(x)E(x)$ . Выходной сигнал  $G(\xi_0)$  — комплексная амплитуда поля в некоторой фиксированной точке  $\xi_0$  выходной плоскости — связан с  $E(x)$  интегралом суперпозиции вида [1]

$$G(\xi_0) = \int T(x) E(x) h(x, \xi_0) dx. \quad (1)$$

В выражении (1) и ниже интегрирование проводится по апертуре транспаранта.

Обозначим

$$E_h(x, \xi_0) = E(x) h(x, \xi_0) \quad (2)$$

и перепишем (1) с учетом этого обозначения:

$$G(\xi_0) = \int T(x) E_h(x, \xi_0) dx. \quad (3)$$

Предположим, что функции пропускания транспарантов нашего набора образуют некоторую полную ортогональную систему функций и  $T(x)$  в (3) — произвольная функция из этой системы. Тогда  $G(\xi_0)$  в (3) можно рассматривать как коэффициенты разложения функции  $E_h(x, \xi_0)$  ( $\xi_0$  — фиксированный параметр) по данной системе ортогональных функций. Детектор, установленный в точке  $\xi_0$ , измеряет, однако, величину, пропорциональную  $|G(\xi_0)|^2$ , поэтому транспарантами, функции пропускания которых прямо совпадают с функциями какой-либо полной ортогональной системы, можно измерить лишь квадраты модулей коэффициентов разложения. Между тем наша задача — измерить коэффициенты разложения функции  $E_h(x, \xi_0)$ . Если эта задача решена, то мы знаем и функцию  $E(x)$ , так как

$$E(x) = E_h(x, \xi_0) h^{-1}(x, \xi_0).$$

Для определенности рассмотрим ортонормированную систему функций Уолша  $\{\text{wal}_n(x)\}$  [2]. Функции

$$\text{wal}_n(x) = \text{wal}_n(x) \cdot \text{wal}_m(y)$$

ортонормированы на области  $(L \times L)$   $x$ -плоскости и относятся к классу бинарных функций, принимающих лишь два значения: +1 и -1. Индексы  $n, m = 0, 1, 2, 3 \dots$  совпадают с числом переменны знака этих функций соответственно в направлении осей  $x$  и  $y$  на интервале  $L$ .

Введем в рассмотрение набор транспарантов с функциями пропускания вида

$$U_n^\pm(x) = \frac{1}{2} [1 \pm \text{wal}_n(x)]; \quad V_n^\pm(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [i \pm \text{wal}_n(x)]. \quad (4)$$

Транспаранты  $U_n^\pm(x)$  чисто амплитудные, а поскольку функции  $\text{wal}_n(x)$  принимают лишь два значения, эти транспаранты имеют вид

мозаики из прямоугольных областей с пропусканием 0 и 1. Бинарные транспаранты  $V_n^\pm(x)$  чисто фазовые с относительным скачком фазы на границе прямоугольных областей  $\pm\pi/2$ .

Пусть теперь в  $x$ -плоскости установлен транспарант, функция пропускания которого  $T(x)$  совпадает с какой-либо функцией  $U_n^+(x)$ ; тогда вместо (3) будем иметь

$$G(\xi_0) = \frac{1}{2} \int [1 + \text{wal}_n(x)] E_h(x, \xi_0) dx = \frac{1}{2} [c_0(\xi_0) + c_n(\xi_0)], \quad (5)$$

где

$$c_0(\xi_0) = \int E_h(x, \xi_0) dx; \quad (6)$$

$$c_n(\xi_0) = \int \text{wal}_n(x) E_h(x, \xi_0) dx \quad (7)$$

— коэффициенты разложения функции  $E_h(x; \xi_0)$  по функциям Уолша.

Детектор с малой апертурой площадью  $\delta$ , установленный в точке  $\xi_0$ , регистрирует сигнал, величина которого равна  $\delta|G(\xi_0)|^2$ . Будем для простоты считать, что он «прокалиброван» так, что измеряет величину

$$u_n^+ = \frac{1}{4} |c_0(\xi_0) + c_n(\xi_0)|^2. \quad (8)$$

Если вместо транспаранта  $U_n^+(x)$  установлен транспарант  $U_n^-(x)$ , то детектор регистрирует сигнал

$$u_n^- = \frac{1}{4} |c_0(\xi_0) - c_n(\xi_0)|^2. \quad (9)$$

Разность величин этих сигналов

$$\Delta u_n = u_n^+ - u_n^- = \text{Re} [c_0^*(\xi_0) c_n(\xi_0)]. \quad (10)$$

Для транспарантов с функциями пропускания  $V_n^\pm(x)$  из набора (4) величины соответствующих сигналов  $v_n^+$  и  $v_n^-$  есть

$$\begin{aligned} v_n^+ &= \frac{1}{2} |ic_0(\xi_0) + c_n(\xi_0)|^2; \\ v_n^- &= \frac{1}{2} |ic_0(\xi_0) - c_n(\xi_0)|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

а их разность

$$\frac{1}{2} \Delta v_n = \frac{1}{2} (v_n^+ - v_n^-) = \text{Im} [c_0^*(\xi_0) c_n(\xi_0)].$$

Таким образом, с помощью описанной процедуры можно измерить \* все комплексные коэффициенты разложения функции  $E_h(x, \xi_0)$  по функциям Уолша и представить ее рядом

$$C_0^*(\xi_0) E_h(x, \xi_0) = c_0^*(\xi_0) \sum_n c_n(\xi_0) \text{wal}_n(x). \quad (12)$$

Это означает, что данная процедура позволяет выполнить голограммическую регистрацию поля предметной волны  $E(x)$ .

Как видно из соотношений (10) и (11), данный способ позволяет определить значения спектральных коэффициентов  $c_n(\xi_0)$  с точностью до постоянного, одинакового для всех коэффициентов множителя  $c_0^*(\xi_0)$ . Полученный таким образом спектр  $\{c_n(\xi_0)\}$  может быть введен в ЭВМ для сравнения с эталонным спектром.

Рассмотрим синтез голограммы. Будем считать, что нам известны все величины  $u_n^\pm$  и  $v_n^\pm$ . Пусть также в нашем распоряжении имеется среда для записи голограммы. Будем для простоты предполагать, что

\* Фаза (аргумент) комплексного коэффициента  $c_0(\xi_0)$  не определена. Без потери общности ее можно положить равной нулю.

она линейна по экспозиции. Это может быть, например, идеальная фотопластина, почернение которой пропорционально интенсивности света во всем диапазоне экспозиций. Спроектируем на такую пластинку геометрическое изображение одного из транспарантов, например  $U_n^+(x)$ . Это можно сделать так: «наложить» транспарант на фотопластинку и равномерно осветить его пучком белого света. Можно также с помощью соответствующей оптики спроектировать уменьшенное или увеличенное геометрическое изображение транспаранта на фотопластинку так, чтобы распределение света в плоскости фотопластины было пропорциональным  $U_n^+(x)$ . (Здесь  $x$  — координата в плоскости фотопластины.) Почекнение фотопластины и ее функция пропускания

$$t(x) = P U_n^+(x), \quad (13)$$

где  $P = J\tau$  — величина экспозиции;  $J$  — интенсивность записывающего света;  $\tau$  — время экспозиции. Мы учли, что бинарные уолш-транспаранты  $U_n^\pm(x)$  обладают очевидным свойством:

$$|U_n^\pm(x)|^2 = U_n^\pm(x),$$

поэтому их пропускание по амплитуде совпадает с пропусканием по интенсивности.

Будем брать величину экспозиции  $P$  равной величине измеренного сигнала  $u_n^+$ , если фотопластина экспонируется с транспарантом  $U_n^+(x)$ . Соответственно при экспонировании с транспарантом  $U_n^-(x)$  величина экспозиции равна  $u_n^-$ . Тогда после такого экспонирования двух транспарантов  $U_n^+(x)$  и  $U_n^-(x)$  пропускание фотопластины есть

$$t(x) = u_n^+ U_n^+(x) + u_n^- U_n^-(x). \quad (14)$$

Используя выражения (4), (8) и (9), получаем

$$t(x) = \frac{1}{4} [ |c_0(\xi_0)|^2 + |c_n(\xi_0)|^2 + c_0^*(\xi_0) c_n(\xi_0) \text{wal}_n(x) + \text{к. с.}] \quad (15)$$

(к. с. — комплексно-сопряженные члены).

Если на фотопластиинку экспонировать весь массив транспарантов, то ее функция пропускания будет равна

$$t(x) = \bar{t} + c_0^*(\xi_0) \sum_n^N c_n(\xi_0) \text{wal}_n(x) + \text{к. с.} \quad (16)$$

Сумма  $\sum_n^N c_n(\xi_0) \text{wal}_n(x)$  дает приближенное выражение функции  $E_h(x, \xi_0) = h(x, \xi_0) E(x)$ . Это приближение тем лучше, чем больше членов содержит сумма. Поэтому в пределе при достаточно большом  $N$ , т. е. при достаточно большом числе экспозиций, функция пропускания

$$t(x) = \bar{t} + c_0^*(\xi_0) h(x, \xi_0) E(x) + \text{к. с.} \quad (17)$$

Обсудим структуру выражения (17). Формально пластинку с функцией пропускания (17) можно рассматривать как обычную голограмму, записанную с опорной

$$E_0(x, \xi_0) = c_0(\xi_0) h^*(x, \xi_0) \quad (18)$$

и предметной  $E(x)$  волнами.

Опорная волна (выражение (18)) определяется импульсным откликом системы и точкой  $\xi_0$ , в которой установлен детектор для измерения массива коэффициентов  $c_n(\xi_0)$ . Для того чтобы восстановить голограмму, необходимо осветить пластинку с функцией пропускания (17) волной с амплитудой  $h^{-1}(x, \xi_0)$ .

Рассмотрим два простейших примера.

1. Оптическая система  $H$  представляет собой линзу ( $f$  — фокусное расстояние). Транспаранты устанавливаются в передней фокальной х-

плоскости линзы. Детектор расположен в точке  $\xi_0$  задней фокальной плоскости линзы. Импульсный отклик такой системы

$$h(x, \xi_0) = \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x\xi_0}{f} \right],$$

а опорная волна (18) есть

$$E_0(x, \xi_0) = \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x\xi_0}{f} \right] c^*(\xi_0). \quad (19)$$

Здесь  $\lambda$  — длина волны.

В этом случае функция пропускания (17) будет соответствовать голограмме Лейта с опорной волной (19). При  $\xi_0 = 0$  (детектор установлен в начале координат  $\xi$ -плоскости)  $h(x, 0) = 1$ , выражение (17) соответствует голограмме Габора.

2. Система  $H$  — свободное пространство между  $x$ - и  $\xi$ -плоскостями ( $z$  — расстояние между ними). Транспаранты устанавливаются в  $x$ -плоскости, детектор находится в точке  $\xi_0$ . Импульсный отклик такой системы

$$h(x, \xi_0) = \exp \left[ i \frac{k}{2z} (\xi_0 - x)^2 \right]$$

и описывает сферическую волну, исходящую от точечного источника в точке  $\xi_0$ , а выражение (17) соответствует голограмме, записанной с опорной волной вида

$$E_0(x, \xi_0) = c_0^*(\xi_0) \exp \left[ -i \frac{k}{2z} (\xi_0 - x)^2 \right].$$

По нашему мнению, предлагаемый способ регистрации и синтеза голограмм может найти практическое применение в тех случаях, когда для записи обычной голограммы нет высокочувствительной среды для данного частотного диапазона. Так, например, анализируемое волновое поле может принадлежать ИК- или СВЧ-диапазону, а синтез поля — осуществляться в видимом диапазоне. Кроме того, транспаранты, используемые для синтеза голограммы, могут значительно отличаться по масштабу (апертуре) от тех транспарантов, с помощью которых регистрировалась голограмма. В принципе это позволяет регистрировать голограмму предметной волной в одном диапазоне длин волн (скажем, волна радио- или СВЧ-диапазона), а затем путем соответствующего изменения масштаба синтезировать на носителе голограмму вида (17) в видимом диапазоне. Также представляет определенный интерес возможность передавать голограмму (массив коэффициентов  $c_n$ ) по обычным каналам связи.

Функции Уолша — не единственно возможные функции для ортогональных транспарантов. В принципе можно изготовить достаточное число транспарантов, например, на полиномах Эрмита [3].

Авторы признательны д-ру физ.-мат. наук Г. Р. Локшину, д-ру физ.-мат. наук В. Н. Уласюку, проф. Г. В. Скроцкому, д-ру физ.-мат. наук Г. Н. Власову и участникам руководимого им семинара за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики.— М.: Наука, 1971.
2. Хармут Х. Ф. Теория секвентного анализа. Основы и применение.— М.: Мир, 1980.
3. Голуб М. А., Прохоров А. М., Сисакян И. Н., Сойфер В. А. Синтез пространственных фильтров для исследования поперечного модового состава когерентного излучения // Квантовая электроника.— 1982.— Т. 9, № 9.

Поступила в редакцию 12 июня 1985 г.