

ние комплексов, имеющих вышеописанную структуру системного и проблемного программно-аппаратного оснащения, позволит успешно проводить намеченные исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гасанов У. Г. Системная деятельность корковых нейронов при обучении.— М.: Наука, 1981.
2. КАМАК-системы автоматизации в экспериментальной биологии и медицине.— Новосибирск: Наука, 1978.
3. Подольский Л. И. Система QUASIC для программирования на микроЭВМ.— Пушкино, 1982. (Препринт/АН СССР, НИВИ).
4. Vibert J. F., Costa J. Spike separation in multiunit records, a multivariate analysis of spike descriptive parameters//EEG and Clinical Neuroph.— 1979.— V. 47.— P. 172—182.

Поступила в редакцию 13 декабря 1985 г.

УДК 62-501.4: 518.5

Л. А. ИЩЕНКО, Б. Д. ЛИБЕРОЛЬ, О. Г. РУДЕНКО
(Харьков)

О СВОЙСТВАХ ОДНОГО КЛАССА МНОГОШАГОВЫХ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ

В настоящее время для идентификации объекта, описываемого уравнением

$$y_n = c^{*T} x_n + \xi_n, \quad (1)$$

где y_n — наблюдаемый выходной сигнал; $x_n = (x_{1n}, \dots, x_{Nn})^T$ — вектор входных сигналов; $c^* = (c_1^*, \dots, c_N^*)^T$ — вектор искомых параметров; ξ_n — случайная помеха, все более широкое распространение получают многошаговые алгоритмы, обладающие лучшими по сравнению с одношаговыми алгоритмами динамическими свойствами [1—5]. Незначительное усложнение структуры алгоритмов, возникающее вследствие увеличения объема используемой информации, приводит в ряде случаев к существенному сокращению времени идентификации.

В [2, 4, 5] изучались многошаговые алгоритмы вида

$$c_{n+1} = c_n + \gamma_{n+1} X_{n+1}^{(S)} [X_{n+1}^{(S)T} X_{n+1}^{(S)}]^{-1} E_{n+1}^{(S)}, \quad (2)$$

где $X_{n+1}^{(S)} = (x_{n+1}, x_n, \dots, x_{n-S+2})$ — матрица $N \times S$; $E_{n+1}^{(S)} = (y_{n+1} - c_n^T x_{n+1}, y_n - c_n^T x_n, \dots, y_{n-S+2} - c_n^T x_{n-S+2})^T$ — вектор $S \times 1$; S — память алгоритма. При исследовании алгоритма (2) предполагалось, что: 1) $\{x_{ik}\}$ — независимые гауссовы случайные величины с $M\{x_{ik}\} = 0$ и одинаковой дисперсией $M\{x_{ik}x_{jm}\} = \sigma_1^2 \delta_{ij} \delta_{km}$; 2) ξ_{n+1} — гауссова величина с $M\{\xi_{n+1}\} = 0$, $M\{\xi_{n+1}^2\} = \sigma_2^2$.

Можно показать, что при отсутствии помех $\xi_n = 0$ максимальная скорость сходимости (2) достигается выбором $\gamma_{n+1} = 1$. При этом [4]

$$\alpha_{n+1} = K_s (1 - (1/m))^{n-S+1} \alpha_0, \quad (3)$$

где $\alpha_i = M\{\|\Theta_i\|^2\}$, $\Theta_i = c_i - c^*$, $\|\Theta_i\|^2 = \sum_{j=1}^N \Theta_{ij}^2$; K_s — коэффициент независимо от способа итерирования на первых S шагах, равный $1 - (S/N)$ (для алгоритма Качмажа $K_s = (1 - (1/N))^S$); M — символ математического ожидания; $m = N - S + 1$.

Наличие помех ξ ($\xi \sim N(0, \sigma_2^2)$) приводит к тому, что при $\gamma_{n+1} \equiv 1$ для α_{n+1} справедлива оценка [5]

$$\alpha_{n+1} = K_S \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{n-S+1} \alpha_0 + \frac{N+S-1}{N-S-1} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \left(1 - K_S \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{n-S+1}\right). \quad (4)$$

Формула (4) устанавливает область сходимости алгоритма

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_{n+1} = \frac{N+S-1}{N-S-1} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

и скорость сходимости на начальном участке процесса идентификации, пока ошибка α_{n+1} велика по сравнению с σ_2^2 .

В настоящей работе исследуются свойства алгоритма (2) при $\gamma = \text{const} \neq 1$. Рассмотрим (2), записанный относительно ошибок идентификации Θ . Тогда с учетом (1) имеем

$$\Theta_{n+1} = (I_N - \gamma P_{n+1}^{(S)}) \Theta_n + \gamma B_{n+1}^{(S)} \xi_{n+1}^{(S)}. \quad (5)$$

Здесь I_N — единичная матрица $N \times N$; $P_{n+1}^{(S)} = X_{n+1}^{(S)} [X_{n+1}^{(S)T} X_{n+1}^{(S)}]^{-1} X_{n+1}^{(S)T}$ — матрица ортогонального проектирования на линейную оболочку S векторов $x_{n+1}, x_n, \dots, x_{n-S+2}$; $B_{n+1}^{(S)} = X_{n+1}^{(S)} [X_{n+1}^{(S)T} X_{n+1}^{(S)}]^{-1}$ — матрица $N \times S$; $\xi_{n+1}^{(S)} = (\xi_{n+1}, \xi_n, \dots, \xi_{n-S+2})^T$ — вектор $S \times 1$. Умножая обе части (5) слева на Θ_{n+1}^T , имеем

$$\|\Theta_{n+1}\|^2 = \|\Theta_n\|^2 - (2\gamma - \gamma^2) \Theta_n^T P_{n+1}^{(S)} \Theta_n + 2\gamma(1 - \gamma) \Theta_n^T B_{n+1}^{(S)} \xi_{n+1}^{(S)} + \gamma^2 \xi_{n+1}^{(S)T} B_{n+1}^{(S)T} B_{n+1}^{(S)} \xi_{n+1}^{(S)}. \quad (6)$$

Для вычисления математических ожиданий воспользуемся известной формулой, выражающей безусловное математическое ожидание через условное:

$$M_{(a,b)}\{\cdot\} = M_a\{M_{b/a}\{\cdot\}\}. \quad (7)$$

Нам понадобятся также следующие свойства матриц $P_{n+1}^{(S)}$ и $B_{n+1}^{(S)}$:

$$M_{x_{n+1}/x_n, \dots} \{P_{n+1}^{(S)}\} = \left(1 - \frac{1}{m}\right) P_n^{(S-1)} + \frac{1}{m} I; \quad (8)$$

$$P_{n+1}^{(S)} P_{n+1}^{(S-i)} = P_{n+1}^{(S-i)} P_{n+1}^{(S)} = P_{n+1}^{(S-i)}, \quad i = \overline{0, S-1}; \quad (9)$$

$$P_{n+1}^{(S-i)} B_{n+1}^{(S)} = (B_{n+1}^{(S-i)} : \underbrace{00 \dots 0}_i), \quad i = \overline{0, S-1}; \quad (10)$$

$$(B_{n+1}^{(S-1)} : 0) \xi_{n+1}^{(S)} = B_{n+1}^{(S-1)} \xi_{n+1}^{(S-1)}. \quad (11)$$

Формулы (8), (9) следуют из свойств операторов проектирования [6]. Для получения (10) рассмотрим оператор $P_{n+1}^{(S-i)} B_{n+1}^{(S)}$, действующий на S -мерные векторы v . Для любого v , так как $S < N$, всегда существует такой вектор δ размерностью N , что $X_{n+1}^{(S)T} \delta = v$. Тогда с учетом (9)

$$P_{n+1}^{(S-i)} B_{n+1}^{(S)} v = P_{n+1}^{(S-i)} B_{n+1}^{(S)} X_{n+1}^{(S)T} \delta = P_{n+1}^{(S-i)} P_{n+1}^{(S)} \delta = P_{n+1}^{(S-i)} \delta = B_{n+1}^{(S-i)} X_{n+1}^{(S-i)T} \delta.$$

Поскольку вектор $X_{n+1}^{(S-i)T} \delta$ имеет размерность $S-i$, а компоненты его совпадают с первыми $S-i$ компонентами v , то, заменяя $X_{n+1}^{(S-i)T} \delta$ на v и добавляя к $B_{n+1}^{(S-i)}$ i нулевых столбцов, получаем

$$B_{n+1}^{(S-i)} X_{n+1}^{(S-i)T} \delta = (B_{n+1}^{(S-i)} : \underbrace{0 \dots 0}_i) X_{n+1}^{(S)T} \delta = (B_{n+1}^{(S-i)} : 0 \dots 0) v.$$

Таким образом, $P_{n+1}^{(S-i)} B_{n+1}^{(S)} = (B_{n+1}^{(S-i)} : \underbrace{0 \dots 0}_i)$. Формула (11) очевидна.

Обозначим второе слагаемое правой части (6) J_2 , т. е. $J_2 = - (2\gamma - \gamma^2) \Theta_n^T P_{n+1}^{(S)} \Theta_n$. С учетом (8) и (9) имеем

$$M_{x_{n+1}/x_n, \dots} \{J_2\} = - (2\gamma - \gamma^2) \left\{ \frac{1}{m} \|\Theta_n\|^2 + \left(1 - \frac{1}{m}\right) \Theta_n^T P_n^{(S-1)} \Theta_n \right\}.$$

Отсюда, используя (5) и (8)–(10),

$$\begin{aligned} M_{x_{n+1}/x_n, \dots} \{J_2\} = & - (2\gamma - \gamma^2) \left\{ \frac{1}{m} \|\Theta_n\|^2 + \left(1 - \frac{1}{m}\right) \times \right. \\ & \times \left[(1 - \gamma)^2 \Theta_{n-1}^T P_n^{(S-1)} \Theta_{n-1} + \gamma^2 \xi_n^{(S)T} B_n^{(S)T} B_n^{(S-1)} \xi_n^{(S-1)} + \right. \\ & \left. \left. + 2\gamma(1 - \gamma) \Theta_{n-1}^T B_n^{(S-1)} \xi_n^{(S-1)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

При $\xi_n = 0$ третье и четвертое слагаемые в (6) исчезают, и из (12) после применения формулы (7) получаем следующее рекуррентное соотношение для α_n :

$$\begin{aligned} \alpha_{n+1} = & \alpha_n - (2\gamma - \gamma^2) \left\{ \frac{1}{m} \alpha_n + (1 - \gamma)^2 \left(1 - \frac{1}{m}\right) \frac{\alpha_{n-1}}{m+1} + (1 - \gamma)^4 \left(1 - \frac{1}{m}\right) \times \right. \\ & \times \left. \left(1 - \frac{1}{m+1}\right) \frac{\alpha_{n-2}}{m+2} + \dots + (1 - \gamma)^{2(S-1)} \left(1 - \frac{1}{m}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{m+S-2}\right) \frac{\alpha_{n-S+1}}{m+S-1} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Рекуррентное соотношение для α_n в случае $\xi_n \neq 0$ можно вывести из (6), применяя формулу (7) и используя свойства (8)–(11), как и при выводе (13). При этом возникают слагаемые, аналогичные третьему и четвертому в (6). Обозначим их

$$\begin{aligned} d_i &= M_{(x)(\xi)} \{ \xi_k^{(S)T} B_k^{(S)T} B_k^{(S-i)} \xi_k^{(S-i)} \}; \\ b_i &= \frac{1}{\gamma} M_{(x)(\xi)} \{ \Theta_{k-1}^T B_k^{(S-i)} \xi_k^{(S-i)} \}, \quad k \geq S. \end{aligned} \quad (14)$$

Обозначим также

$$\tilde{d}_i = d_i + 2(1 - \gamma) b_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, S-1.$$

Величины b_i выражаются через d_i следующим образом. Подставим в (14) Θ_n , выраженное через Θ_{n-1} из (5) ($k \geq S$):

$$b_i = \frac{1}{\gamma} M_{(x)(\xi)} \{ \gamma \xi_{k-1}^{(S)T} B_{k-1}^{(S)T} B_k^{(S-i)} \xi_k^{(S-i)} \} + \frac{1}{\gamma} M_{(x)(\xi)} \{ \Theta_{k-2}^T (I - \gamma P_{k-1}^{(S)}) B_k^{(S-i)} \xi_k^{(S-i)} \}.$$

Так как

$$M_{x_k \xi_k / x_{k-1}, \dots, \xi_{k-1}} \{ B_k^{(S-i)} \xi_k^{(S-i)} \} = B_{k-1}^{(S-i-1)} \xi_{k-1}^{(S-i-1)},$$

то первое слагаемое полученного выражения равно d_{i+1} . С учетом того, что

$$P_k^{(S-i)} B_k^{(S-i)} = B_k^{(S-i)}, \quad \text{а} \quad P_k^{(S)} B_k^{(S-i)} = P_k^{(S)} P_k^{(S-i)} B_k^{(S-i)} = B_k^{(S-i)},$$

откуда

$$(I - \gamma P_{k-1}^{(S)}) B_k^{(S-i)} = (1 - \gamma) B_{k-1}^{(S-i-1)},$$

второе слагаемое преобразуется к виду

$$(1 - \gamma) \frac{1}{\gamma} M_{(x)(\xi)} \{ \Theta_{k-2}^T B_{k-1}^{(S-i-1)} \xi_k^{(S-i)} \} = (1 - \gamma) b_{i-1},$$

Окончательно $b_i = d_{i+1} + (1 - \gamma) b_{i+1}$.

При $i = S-1$, очевидно, $b_{S-1} = 0$, при $i = S-2$ $b_{S-2} = d_{S-1}$ и b_i выражаются через d_i следующим образом:

$$b_i = \sum_{j=i+1}^{S-1} (1 - \gamma)^{j-(i+1)} d_j.$$

Для вычисления d_i воспользуемся соотношением [5]

$$M_{x_{n-S+1}, \dots, x_{n-S+i}/x_{n-S+i+1}, \dots, \xi} \{B_{n+1}^{(S)}\} = (B_{n+1}^{(S-i)} : \underbrace{0 \dots 0}_i);$$

$$M_{x_{n+1} \dots} \{B_{n+1}^{(S)T} B_{n+1}^{(S)}\} = \frac{1}{(N-S-1)\sigma_1^2} I.$$

Тогда

$$d_i = M_{x_{n-S+1}, \dots, x_{n-S+i}} \{ \xi_{n+1}^{(S)T} B_{n+1}^{(S)T} B_{n+1}^{(S-i)} \xi_{n+1} \} = \frac{(S-i)}{N-(S-i+1)} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}.$$

Окончательно рекуррентное соотношение для α_{n+1} примет вид

$$\begin{aligned} \alpha_{n+1} = & \alpha_n - (2\gamma - \gamma^2) \left\{ \frac{1}{m} \alpha_n + \left(1 - \frac{1}{m}\right) (1 - \gamma)^2 \frac{\alpha_{n-1}}{m+1} + \dots \right. \\ & \left. \dots + (1 - \gamma)^{2(S-1)} \left(1 - \frac{1}{m}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{m+S-2}\right) \frac{\alpha_{n-S+1}}{m+S-1} \right\} + \\ & + \gamma^2 \left\{ \tilde{d}_0 - (2\gamma - \gamma^2) \left[\left(1 - \frac{1}{m}\right) \tilde{d}_1 + \left(1 - \frac{1}{m}\right) \left(1 - \frac{1}{m+1}\right) (1 - \gamma)^2 \tilde{d}_2 + \dots \right. \right. \\ & \left. \left. \dots + \left(1 - \frac{1}{m}\right) \left(1 - \frac{1}{m+1}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{m+S-2}\right) (1 - \gamma)^{2(S-2)} \tilde{d}_{S-1} \right] \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

Выражение (15) отличается от (13) наличием слагаемого, стоящего в фигурных скобках с коэффициентом γ^2 и зависящего от величин \tilde{d}_i , отражающих влияние помех. Обозначим его $F(S, N, \gamma) \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$, а коэффициенты при α_{n-i} в первых фигурных скобках через k_{n-i} . Тогда (15) принимает вид

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - (2\gamma - \gamma^2) \sum_{i=0}^{S-1} k_{n-i} \alpha_{n-i} + \gamma^2 F(S, N, \gamma) \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}. \quad (16)$$

Поведение α_{n+1} исследуется аналогично случаю $S=1$ в [1]. Перепишем (16) следующим образом:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - (2\gamma - \gamma^2) \sum_{i=0}^{S-1} k_{n-i} \left(\alpha_{n-i} - \frac{\gamma F(S, N, \gamma)}{(2-\gamma) \sum_{i=0}^{S-1} k_{n-i}} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \right).$$

Вводя обозначения

$$D = D(S, N, \gamma) = \frac{\gamma}{2-\gamma} \frac{F(S, N, \gamma)}{\sum_{i=0}^{S-1} k_{n-i}} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \quad (17)$$

и $\omega_n = \alpha_n - D$, получим для ω_n рекуррентное соотношение

$$\omega_{n+1} = \omega_n - (2\gamma - \gamma^2) \sum_{i=0}^{S-1} k_{n-i} \omega_{n-i}, \quad (18)$$

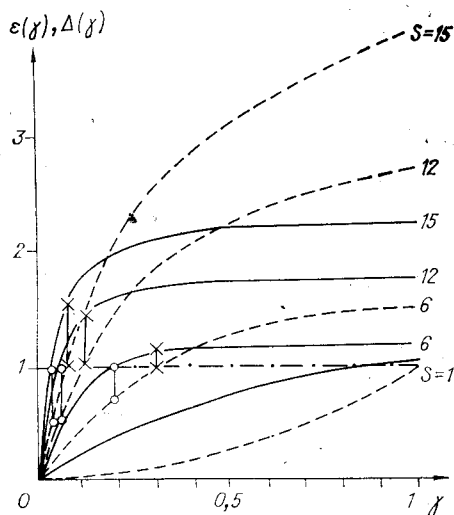
которое по виду совпадает с (13). Решение (18) есть

$$\omega_{n+1} = a_1 \varepsilon_1^{n+1} + a_2 \varepsilon_2^{n+1} + \dots + a_S \varepsilon_S^{n+1}, \quad (19)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_S$ — корни характеристического уравнения

$$\varepsilon^S = \varepsilon^{S-1} - (2\gamma - \gamma^2) \sum_{i=1}^{S-1} k_{s-i} \varepsilon^{S-i}, \quad (20)$$

а коэффициенты a_1, a_2, \dots, a_S определяются в соответствии с начальными условиями и способом итерации на первых S шагах.



Зависимости приведенных величин скорости сходимости $\varepsilon(\gamma)$ и области сходимости $\Delta(\gamma)$ от длины шага γ для различной глубины памяти S при $N = 25$

Можно показать, что при $0 < \gamma < 2$ максимальный по модулю корень уравнения (20) (ε_s) действительный, $1 - (1/m) < \varepsilon_s < 1$. При n порядка нескольких S имеем $\omega_n \approx \approx a\varepsilon_s^n + \omega_0$, откуда

$$\alpha_n \approx a\alpha_0\varepsilon_s^n + D(1 - a\varepsilon_s^n). \quad (24)$$

Формула (21) описывает убывание ошибки α_n со скоростью геометрической прогрессии со знаменателем ε_s к области, определяемой величиной D . Полученные выше формулы для коэффициентов b_i , d_i и \tilde{d}_i после подстановки в (15) и (17) дают зависимость D от параметров S , N , γ в явном виде. Исследовать эту зависимость аналитически затруднительно, поэтому величина D для конкретных значений S , N и γ была рассчитана на ЭВМ так же, как и ε_s . На рисунке представлены графики зависимостей от γ приведенных характеристик алгоритмов с $N = 25$, $S = 1, 6, 12, 15$: сплошные линии соответствуют зависимости $\varepsilon(\gamma)$, $\varepsilon(\gamma) = (1 - \varepsilon_s(\gamma)) / (1 - \varepsilon_1(\gamma))$, штриховые — $\Delta(\gamma)$, $\Delta(\gamma) = D(N, S, \gamma) / D(1, N, 1)$. Знаменатели выражений для ε и Δ равны соответственно скорости и области сходимости алгоритма Качмажа ($S = 1$) с $\gamma = 1$. Использование приведенных характеристик алгоритма ε и Δ позволяет нагляднее проиллюстрировать его свойства.

Анализ полученных зависимостей $\varepsilon(\gamma)$ и $\Delta(\gamma)$ дает возможность сделать вывод, что многошаговый алгоритм (2) может ускорить процесс идентификации на начальном участке, например при сходимости в области, определяемую одношаговым алгоритмом с $\gamma = 1$. В этом случае найдем сначала $\gamma_d(S)$ такое, что $\Delta(\gamma_d) = 1$. При этом оказывается, что $\varepsilon(\gamma_d) > 1$, т. е. S -шаговый алгоритм сходится в ту же область, что и одношаговый (с $\gamma = 1$), но с большей скоростью (соответствующие точки на графиках ε и Δ отмечены крестиками), т. е. $\varepsilon(\gamma_d)$ дает выигрыш в скорости. Можно ввести и $\gamma_e(S)$ такое, что $\varepsilon(\gamma_e) = 1$, при этом $\Delta(\gamma_e) < 1$ и значение $\Delta(\gamma_e)$ дает преимущество в области сходимости, достигаемое при равенстве скоростей сходимости S -шагового и одношагового (с $\gamma = 1$) алгоритмов (эти точки отмечены на рисунке кружками). Расчеты показали, что $\Delta(\gamma_e)$ имеет минимум при $S \approx 0,5N$, а $\varepsilon(\gamma_d)$ — максимум при $S \approx 0,6N$ для $5 < N < 100$.

В заключение отметим, что основной результат работы — вывод рекуррентного соотношения (15) и его решение, позволяющее вычислить скорость и область сходимости алгоритма (2) при любой длине шага γ из интервала $[0, 1]$ и произвольных S и N .

Предлагаемый подход дает возможность при реализации многошаговых алгоритмов выбирать значения их параметров (глубины памяти, длины шага), исходя из условий конкретной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поляк Б. Т. Сравнение скорости сходимости одношаговых и многошаговых алгоритмов оптимизации при наличии помех // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1977. — № 1.
2. Аведьян Э. Д. Модифицированные алгоритмы Качмажа для оценки параметров линейных объектов // Автоматика и телемеханика. — 1978. — № 5.
3. Бодня В. Г., Руруа А. А., Чадеев В. М. Двухшаговый алгоритм идентификации линейных объектов // Автоматика и телемеханика. — 1982. — № 8.

4. Ищенко Л. А., Руденко О. Г. Многошаговые адаптивные алгоритмы идентификации линейных объектов // Автотметрия. — 1983. — № 6.
5. Ищенко Л. А., Либероль Б. Д., Руденко О. Г. Проекционные алгоритмы идентификации линейных объектов // ДАН УССР. Сер. А. — 1985. — № 7.
6. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. — М.: Мир, 1980.

Поступила в редакцию 18 декабря 1984 г.

УДК 681.142.523

Ю. И. ТОРМЫШЕВ

(Минск)

ФОРМИРОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Введение. Развитие систем искусственного интеллекта и необходимость построения роботизированных систем привели к необходимости образного представления мира, которое в ряде случаев можно свести к проблеме анализа сцен, попадающих в поле зрения анализирующей системы [1]. Любое квантованное изображение сцены может быть представлено как совокупность линий, разграничивающих области с одинаковыми уровнями яркости. Каждому уровню яркости в шкале квантования соответствует некоторый набор линий уровня, определяющих в общей сложности изображение. Анализ линий уровня и контуров, полученных при анализе изображения, позволяет выделить признаки, достаточные в ряде случаев для распознавания тех или иных фигур в анализируемом изображении. Этот подход получил название лингвистического или структурного [2—4]. Его сущность состоит в использовании для анализа структуры изображения хорошо разработанного аппарата контекстно независимых или формальных грамматик ввиду наличия в ряде случаев аналогии между структурой изображения и лингвистическими конструкциями. Основная трудность использования аппарата формальных грамматик применительно к анализу изображений заключается в трудности выделения из структуры изображения словаря непроеизводных элементов [2, 3], с помощью которого реализуются те или иные синтаксические конструкции.

Одним из наиболее известных методов описания анализируемых изображений структурой языкового типа является метод цепных кодов [1—3]. Его недостаток — высокая избыточность информации, затрудняющая анализ исходного описания. Известны и другие методы описания изображений [1, 5], но они либо сложны, либо не приспособлены для лингвистического анализа. В работе предлагается способ выделения словаря непроеизводных элементов, свободных от указанных недостатков.

Постановка задачи. Пусть в результате отслеживающего преобразования и квантования графического изображения формируются унитарные кодовые последовательности $(\Delta X_i, \Delta Y_j) \in \{0, 1\}$, $(i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m})$, описывающие некоторый объект. Необходимо найти непроеизводные линейные элементы, последовательность которых и составляет кодовое описание считываемого изображения.

Вопрос решается в такой последовательности. Сначала решается задача кусочно-линейной аппроксимации анализируемого изображения, затем осуществляется формирование непроеизводных элементов путем распределения формируемых векторов по векторам фиксированных направлений и вычисление их длин. После этого составляется кодовое описание анализируемого объекта.

Кусочно-линейная аппроксимация изображений. Кодирование линий уровня представляет довольно сложный процесс [6]. Из известных методов представления линий отрезками прямых можно отметить метод,