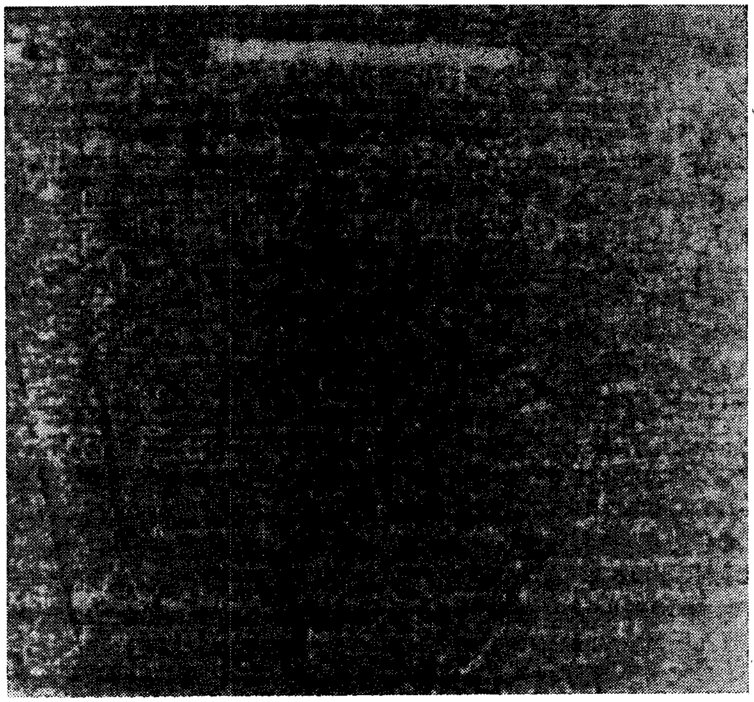

Рис. 3

ответствующая «вкладу» G-изображения в оценку W-поля, равна $\sigma_G^2 = \|\widehat{U}_{RG} - \widehat{U}_R\|^2 = 44$, в то время как вклад B-изображения оценивается величиной $\sigma_B^2 = \|\widehat{U}_{RGB} - \widehat{U}_{RG}\|^2 = 25$, что при норме остатка данного приближения $\sigma_{\Delta U_3}^2 = \|U_W - \widehat{U}_{RGB}\|^2 = 27$ свидетельствует о незначимости $\sigma_B^2(\sigma_B^2/\sigma_{\Delta U_3}^2 < 1)$. На рис. 3 дано поле разностей между W-полем и его R-, G-оценкой. Можно заметить, что белая полоса не вкладывается в восстанавливаемый образ W-изображения по R-, G-, B-копиям сцены.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пытьев Ю. П.** Морфологические понятия в задачах анализа изображений.— Докл. АН СССР, 1975, т. 224, № 6.
2. **Пытьев Ю. П.** Задачи морфологического анализа изображений.— В кн.: Математические методы исследования природных ресурсов Земли из космоса. М.: Наука, 1984.
3. **Шеффе Г.** Дисперсионный анализ.— М.: Наука, 1980.
4. **Киричук В. С., Косых В. П., Нестерихин Ю. Е., Яковенко Н. С.** Методы и средства оперативной цифровой обработки изображений.— Автометрия, 1984, № 4.

Поступила в редакцию 13 февраля 1986 г.

УДК 519.713 : 007.5 : 681.5

В. С. КИРИЧУК, Г. И. ПЕРЕТЯГИН

(Новосибирск)

ОБ УСТАНОВЛЕНИИ СХОДСТВА ФРАГМЕНТОВ С ЭТАЛОНОМ

Введение. В практике обработки изображений хорошо известна задача «поиска по образцу». Формально ее можно рассматривать как процесс отождествления эталонного изображения (образа) с одним из множества предъявленных (независимых) фрагментов. В данной статье поставленная проблема характеризуется с точки зрения симметричных байесовских решающих правил и находится оптимальный в известном смысле критерий, инвариантный относительно допустимых преобразований амплитуды двумерного сигнала.

В первом разделе работы рассмотрены два варианта представления изображений и установлен вид наблюдаемых характеристик идентифицируемых фрагментов. Во втором разделе задача «поиска по образцу» поставлена как проверка множественной линейной гипотезы и выведен наиболее мощный инвариантный критерий идентификации сходства. Вид статистик найденного критерия для двух вариантов структуры двумерного сигнала конкретизирован в третьем разделе. Последний раздел посвящен обсуждению результатов экспериментального сравнения характеристик эффективности полученных статистик критерия идентификации.

Представление изображений. Преобразуем изображение эталонного фрагмента — матрицу отсчетов $[U_0]$ размерностью $n \times n = N$ — в N-мерный вектор U_0 «разверткой» по столбцам. Идентифицируемые фрагменты также преобразуем в N-мерные векторы U_q, $q = \overline{1, L}$. Рассмотрим два варианта представления изображений фрагментов. В первом случае будем считать, что к элементам векторов U_q при измерении добавляется шум и наблюдаемые векторы имеют вид

$$V_q = U_q + \xi_q, \tag{1}$$

где ξ_q — гауссовский случайный вектор помехи с нулевым средним и общей дисперсией компонент σ_q^2, $q = 0,1, \ldots, L$. Здесь ограничимся практически наиболее важным случаем линейной функции преобразования, связывающей амплитуду сигнала эталонного фрагмента U_0 с амплитудой его «копии» U_p (влияние типа преобразования обсуждается в [1]):

$$U_0 = a + bU_p. \tag{2}$$

Значение индекса p неизвестно, поэтому задача установления сходства фрагментов сводится к проверке всех претендентов U_q, $q = \overline{1, L}$, с учетом соотношения (2). Так как наблюдения сопровождаются помехой, то параметры линейных функциональных соотношений a_q, b_q идентифицируемы лишь тогда, когда известны отношения $\mu_q = \sigma_0^2/\sigma_q^2$ [2]. Фрагменты V_q чаще всего выбираются из одного снимка, поэтому можно считать, что $b_q = b$ и $\mu_q = \mu$. Предполагая также известными оценки b и σ_0^2, рассмотрим нормированные векторы разностей:

$$X_q = \frac{(V_q - \bar{v}_q 1_N) - b(V_0 - \bar{v}_0 1_N)}{\sigma_0 (1 + b^2/\mu)^{1/2}} = \frac{\mathring{V}_q + b\mathring{V}_0}{\sigma_0 (1 + b^2/\mu)^{1/2}} \tag{3}$$

(1_N — вектор, состоящий из N единиц). Каждый из них распределен по нормальному закону с вектором средних θ_q и единичной дисперсией компонент. Коэффициент корреляции ρ между сходными элементами векторов X_q и X_p равен $(1 + b^2/\mu)^{-1}$.

Рассмотрим теперь второй вариант, при котором изображения анализируемых фрагментов $[\mathring{V}_q]$ будем представлять гауссовскими случайными полями (с периодическими граничными условиями [3]). Элементы собственных векторов P_j, $j = nk + l$, k, $l = 0, 1, \ldots, n-1$, корреляционной матрицы Σ данного случайного поля состоят из тригонометрических функций — комплексных экспонент $\{e^{i(2\pi/n)(pk+ql)}\}$, где p и q — целые числа $(0 \leqslant p \leqslant n-1,\ 0 \leqslant q \leqslant n-1)$. Собственные значения λ_j равны элементам спектральной плотности гауссовского поля. Если Λ — диагональная матрица, составленная из λ_j и $P = (P_1, P_2, \ldots, P_N)$, то $\Sigma = P\Lambda P^*$ и $C = \Sigma^{-1} = P^*\Lambda^{-1}P$. В этом случае каждый вектор X_q, соответствующий разности декоррелированных векторов $\mathring{V}_0$ и $\mathring{V}_q$: $X_q = C_q^{1/2}\mathring{V}_q - C_0^{1/2}\mathring{V}_0$, будет распределен по нормальному закону с вектором средних θ_q. Коэффициент корреляции ρ между сходными элементами векторов X_q и X_k равен здесь 1/2.

Критерий идентификации. Будем считать, что заранее нельзя отдать предпочтение ни одному из L возможных фрагментов, и при поиске оптимальной процедуры ограничимся симметричными решающими правилами. Для этого сведем задачу к проверке многих гипотез H_1, H_2, ..., H_L, H_{L+1}, где H_q — гипотеза, предполагающая изображение q-го фрагмента идентичным эталонному (т. е. $\theta_q=0$), $q=\overline{1, L}$, а H_{L+1} — гипотеза, фиксирующая общую альтернативную возможность того, что не будет обнаружено фрагмента, подобного эталонному. При «нулевой» гипотезе H_q совместное распределение компонент общего вектора $X=(X_1^{\text{т}}, \ldots, X_L^{\text{т}})^{\text{т}}$ имеет нормальную плотность с вектором средних:

$$\Theta_q=(\theta_1^{\text{т}}, \ldots, \theta_{q-1}^{\text{т}}, 0, \theta_{q+1}^{\text{т}}, \ldots, \theta_L^{\text{т}})^{\text{т}}= \\ =(I_N-E_q)(\theta_1^{\text{т}}, \ldots, \theta_L^{\text{т}})=(I_N-E_q)\Theta,$$

где E_q — матрица, полученная из I_N «занулением» тех ее диагональных элементов, которые соответствуют по порядку элементам вектора параметров θ_q в общем векторе Θ:

$$h_q(X/\Theta_q)=(2\pi)^{-\frac{NL}{2}}|K|^{-1/2}\exp\left[-\frac{1}{2}(X-(I_N-E_q)\Theta)^{\text{т}}K^{-1}(X-(I_N-E_q)\Theta)\right]= \\ =(2\pi)^{-\frac{NL}{2}}|K|^{-\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2}(X-\Theta)^{\text{т}}K^{-1}(X-\Theta)-X^{\text{т}}K^{-1}E_q\Theta-\frac{1}{2}\Theta^{\text{т}}\times\right. \\ \left.\times(E_qK^{-1}(E_q-2I_N))\Theta\right]=h_{L+1}(X/\Theta)\exp\left[-X^{\text{т}}K^{-1}E_q\Theta-\right. \\ \left.-\frac{1}{2}\Theta^{\text{т}}(E_qK^{-1}(E_q-2I_N))\Theta\right]=h_{L+1}(X/\Theta)\,g_q(X/\Theta_q). \quad (4)$$

Здесь K — ковариационная матрица, имеющая вид кронекеровского произведения $L\times L$-матрицы R и I_N: $K=R\otimes I_N$, $K^{-1}=R^{-1}\otimes I_N$, где R — матрица, диагональные элементы которой равны 1, а остальные — ρ. Видно, что матрица K блочно-диагональная, на главной диагонали блоки равны I_N, а вне главной диагонали — ρI_N. При общей альтернативной гипотезе H_{L+1} функция плотности распределения имеет вид

$$h_{L+1}(X/\Theta)=(2\pi)^{-\frac{NL}{2}}|K|^{-\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2}(X-\Theta)^{\text{т}}K^{-1}(X-\Theta)\right]. \quad (5)$$

Задача состоит в нахождении оптимальной процедуры для выбора одной из $(L+1)$-гипотез. Процедура должна быть симметричной в том смысле, что вероятность принятия правильного решения, когда $[U_q]$ — образ эталонного фрагмента, одинакова для всех $q=\overline{1, L}$. Общую байесовскую формулировку симметричных решающих правил, максимизирующих вероятность правильной классификации, дали Карлин и Труакс [4, 5]. Применяя соответствующее обобщение фундаментальной леммы Неймана — Пирсона, нетрудно установить, что оптимальная процедура (минимизирующая байесовский риск) выбирает гипотезу H_q, $q=\overline{1, L}$, если $W_q=\max\limits_{j=\overline{1,L}} g_j(X/\Theta_j)>C_\alpha$; иначе принимается H_{L+1}. Константа C_α зависит от принятого размера критерия идентификации и распределения статистики W_q.

Для вектора параметров $\Theta=(\Delta_1 1_N^{\text{т}}, \Delta_2 1_N^{\text{т}}, \ldots, \Delta_l 1_N^{\text{т}})^{\text{т}}$ каждая из плотностей $g_j(X/\Theta_j)$ будет монотонной функцией статистики $T_j(X)=X^{\text{т}}E_jK^{-1}E_j1_{NL}$. В этом случае непосредственно находим [5], что оптимальный критерий (равномерно наиболее мощный в классе симметричных (РНМС)), инвариантный относительно смены знака параметров Δ_j, выбирает гипотезу H_q, если

$$|T_q(X)|=\min_{j=\overline{1,L}}|T_j(X)|<C_\alpha,\ q=\overline{1, L}.$$

В практических ситуациях маловероятно, чтобы компоненты векторов параметров Θ_q были равны одной и той же константе Δ_q. К тому же иногда желательно выполнение условия $P(H_{L+1}/H_{L+1}) = \beta(\Theta)$, дополненного естественным требованием несмещенности: функция мощности $\beta(\Theta)$ должна быть больше размера критерия α при H_{L+1}. Понятно, что при произвольных значениях элементов вектора Θ не существует РНМС-критерия. Для решения поставленной задачи будем использовать подход, позволяющий найти оптимальный критерий при более слабых ограничениях на элементы вектора параметров Θ.

Так как речь идет о средних значениях наблюдаемого вектора X, поставленная задача — специальный случай проверки общих линейных гипотез [6]. Действительно, можно себе представить, что вектор Θ, образованный из средних значений X, при H_{L+1} лежит в данном NL-мерном пространстве Ω, а проверяемые гипотезы H_q, $q=\overline{1,\ L}$, состоят в том, что Θ лежит в данном $N(L-1)$-мерном подпространстве ω_q, входящем в Ω. В последнем случае утверждается, что все компоненты вектора $E_q\Theta$ равны нулю. Для сведения проблемы к канонической форме используем следующее разложение матрицы, обратной к корреляционной: $K^{-1}=QQ^{\text{т}}$, где Q — верхнетреугольная матрица. Из соотношения (4) непосредственно находим, что достаточными статистиками для элементов вектора $Q^{\text{т}}E_q\Theta$ будут элементы вектора $Q^{\text{т}}E_qX$.

В результате декоррелирующего преобразования проверяемые гипотезы H_q сводятся к установлению равенства $Q^{\text{т}}E_q\Theta=0$, $q=\overline{1,\ L}$. По соображениям достаточности и инвариантности [6] проверку этих равенств можно осуществить с помощью статистик

$$T_q(X) = X^{\text{т}}E_qQQ^{\text{т}}E_qX = X^{\text{т}}E_qK^{-1}E_qX.$$

Распределение $T_q(X)$ зависит только от $\Psi^2 = \|\theta_q\|^2_{K^{-1}} = \Theta^{\text{т}}E_qK^{-1}E_q\Theta$ и является нецентральным χ^2-распределением с N степенями свободы и параметром нецентральности $\Psi^2 = \|\theta_q\|^2_{K^{-1}}$. Мы уже знаем, что нужно выбрать гипотезу H_q, если ей соответствует максимум по j отношения $f_0(T_j)/f_\Psi(T_j)$ и если этот максимум не меньше некоторой предварительно заданной константы. С другой стороны, для нецентрального χ^2-распределения $f_\Psi(T_j)$ отношение $f_0(T_j)/f_\Psi(T_j)$ — убывающая функция T_j (для любого $\Psi>0$), так что монотонность отношения правдоподобия сводит решение проблемы к проверке статистики $T_q^* = \min\limits_{j=\overline{1,L}} T_j(X)$.

В результате наиболее мощный инвариантный (в классе симметричных) критерий для проверки $\min\limits_{j=\overline{1,L}}\|\theta_j\|^2_{K^{-1}} = \Psi_0 = 0$ при альтернативе $\min\limits_{j=\overline{1,L}}\|\theta_j\|^2_{K^{-1}} = \Psi_1 > 0$ отклоняет гипотезу, если $T_q^*(X) = \min\limits_{j=\overline{1,L}} T_j(X)$ слишком велико, то есть если $T_q^*(X) > C_\alpha$. Данный критерий оптимальный (РНМС-инвариантный) также и для проверки $\min\|\theta_j\|^2_{K^{-1}} \leqslant \Psi_0\ (\Psi_0 > 0)$, максимизирующий минимальную мощность на альтернативах $\min\limits_j\|\theta_j\|^2_{K^{-1}} \geqslant \Psi_1\ (\Psi_1 > \Psi_0)$. Иначе говоря, он является минимаксным критерием и имеет вид

принять H_q, если $T_q^*(X) = \min T_j(X) = \min \dfrac{X^{\text{т}}E_jK^{-1}E_jX}{N} \leqslant C_\alpha$;

принять H_{L+1}, если $T_q^*(X) > C_\alpha$;

параметр C_α выбирается из условия $P_C(\Psi_0) = \alpha$; гарантированная мощность $\beta = P_{C_\alpha}(\Psi_1)$. Функция $P_C(t)$ есть свертка распределения $P(t,\ c^2) = \Phi(t-c) + 1 - \Phi(t+c)$ с распределением центрального χ^2 с $(N-1)$ степенями свободы [7]:

$$P_{N,C}(t) = \int\limits_0^\infty P(t,\ c^2-u)\ \chi^2_{N-1}(u)\,du.$$

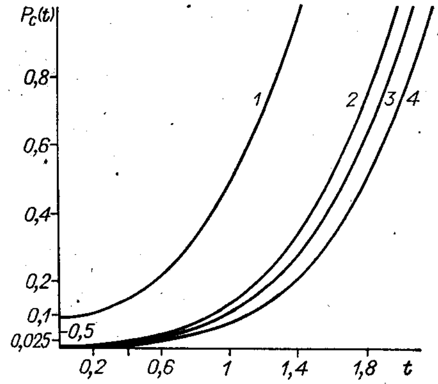

Рис. 1. Поведение функции мощности при $\alpha = 0{,}02$:

$1 - C = 2{,}15$; $N = 256$; $2 - C = 2{,}15$; $N = 900$; $3 - C = 2{,}25$; $N = 400$; $4 - C = 2{,}35$; $N = 256$

На рис. 1 представлено поведение функции мощности $\beta_t = P_{N,C}(t)$ при различных значениях C и N. Видно, что для того чтобы результирующая статистическая процедура имела заданную точность или чувствительность (т. е. гарантированные вероятности обнаружения действительного сходства и отбраковки «чужих» фрагментов), необходимо подобрать достаточную для этого площадь идентифицируемых фрагментов (либо установить соответствующую «зону безразличия» в пространстве параметров). В частности, если положить параметры (Ψ_0; α; C_α) равными соответственно 0; 0,02; 2,15, то гарантированная мощность $\beta = 0{,}99$ достигается при $N = 900$ и $\Psi_1 = 1{,}96$; если же $N = 400$, то $C = 2{,}25$ и достижение той же самой гарантированной мощности возможно лишь при $\Psi_1 = 2{,}06$.

Статистика критерия. Вероятность принятия правильного решения зависит от устойчивости функционала $T^*(X)$ к случайным вариациям при селекции образа эталонного фрагмента; с другой стороны, вероятность отбраковки «чужих» фрагментов определяется чувствительностью $T^*(X)$ к мере рассогласования их с эталонным фрагментом. Для выяснения поведения функционала $T^*(X)$ необходимо предварительно конкретизировать вид критерия в рассмотренных представлениях изображений.

Матрица $K^{-1} = R^{-1} \otimes I_N$ блочно-диагональная, причем

$$(R^{-1})_{ii} = a_N = \frac{1 + (N-2)\rho}{(1 + (N-1)\rho)(1-\rho)}, \quad (R^{-1})_{ij} = f_N = -\frac{\rho}{(1 + (N-1)\rho)(1-\rho)}.$$

Структура матрицы $E_q K^{-1} E_q$ отсюда совершенно ясна, и можно непосредственно показать, что функционал $T_q^*(X)$ имеет вид

$$T_q^*(X) = \frac{a_N}{N} X_q^{\mathrm{T}} X_q.$$

Рассмотрим первый вариант представления. Здесь

$$\frac{1}{N} X_q^{\mathrm{T}} X_q = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} \mathring{v}_{0i}^2 + b^2 \sum_{i=1}^{N} \mathring{v}_{qi}^2 - 2b \sum_{i=1}^{N} \mathring{v}_{0i} v_{qi}\right) \Big/ \left(\sigma_0^2 (1 + b^2/\mu)\right) =$$

$$= \frac{\frac{1}{N}\left(\sum\limits_{i=1}^{N} \mathring{v}_{0i}^2 + b^2 \sum\limits_{i=1}^{N} \mathring{v}_{qi}^2\right)}{\sigma_0^2 (1 + b^2/\mu)} \left(1 - 2b \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} \mathring{v}_{0i} \mathring{v}_{qi}}{\sum\limits_{i=1}^{N} \mathring{v}_{0i}^2 + b^2 \sum\limits_{i=1}^{N} \mathring{v}_{qi}^2}\right) = d_q (1 - r_{0q});$$

d_q — отношение мощности «сигнала» к мощности шума; r_{0q} — коэффициент корреляции фрагментов $\mathring{V}_0$ и $\mathring{V}_q$. Статистика критерия $T_q^*(X) = a_N d_q (1 - r_{0q})$ асимптотически (при $N \to \infty$) аппроксимируется значением $(d_q/(1-\rho))(1 - r_{0q})$, зависящим от параметров $(\sigma_0^2, b, \mu, \rho)$ и «наблюдаемых» величин (d_q, r_{0q}). Назовем T_q^* d-корреляционным функционалом.

Перейдем теперь ко второму виду представлений двумерных сигналов, обозначая через $S(\overset{\circ}{V}_q)$ (комплексный) фурье-образ $\overset{\circ}{V}_q$, $q=0, 1, \ldots, L$. Составляющие функционала $T_q^*(X)$ равны

$$\frac{1}{N}\{X_q^* X_q\} = \frac{1}{N}\left\{\left(C_0^{1/2}\overset{\circ}{V}_0 - C_q^{1/2}\overset{\circ}{V}_q\right)^*\left(C_0^{1/2}\overset{\circ}{V}_0 - C_q^{1/2}\overset{\circ}{V}_q\right)\right\} =$$

$$= \frac{1}{N}\left\{\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{N-1}\left[\frac{S_{kl}^*(\overset{\circ}{V}_0)\,S_{kl}(\overset{\circ}{V}_0)}{\lambda_{kl}(\overset{\circ}{V}_0)} + \frac{S_{kl}^*(\overset{\circ}{V}_q)\,S_{kl}(\overset{\circ}{V}_q)}{\lambda_{kl}(\overset{\circ}{V}_q)} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{S_{kl}^*(\overset{\circ}{V}_q)\,S_{kl}(\overset{\circ}{V}_0)}{\left(\lambda_{kl}(\overset{\circ}{V}_q)\,\lambda_{kl}(\overset{\circ}{V}_0)\right)^{1/2}} - \frac{S_{kl}^*(\overset{\circ}{V}_0)\,S_{kl}(\overset{\circ}{V}_q)}{\left(\lambda_{kl}(\overset{\circ}{V}_0)\,\lambda_{kl}(\overset{\circ}{V}_q)\right)^{1/2}}\right]\right\}.$$

Для больших выборок переменные $|S_{kl}|^2 = S_{kl}^* S_{kl}$ асимптотически независимы и каждая имеет χ^2-распределение с двумя степенями свободы. Известно также, что $|S_{kl}|^2$ — несмещенная оценка λ_{kl} (более того, $|S_{kl}|^2$ можно сделать и состоятельной оценкой λ_{kl} путем выбора соответствующего «спектрального окна»). Будем считать, что $|\widehat{S}_{kl}|^2$ сходится к λ_{kl} и критерий $T^*(X)$ преобразуется к виду, ориентированному на пространственную структуру конкретного эталонного фрагмента $\overset{\circ}{V}_0$ (считая $\rho = 1/2$):

$$T_q^*(X) = \frac{4N}{N+1}\left(1 - \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{N-1}\frac{S_{kl}^*(\overset{\circ}{V}_0)\,S_{kl}(\overset{\circ}{V}_q)}{\left|\widehat{S}_{kl}(\overset{\circ}{V}_0)\right|\left|\widehat{S}_{kl}(\overset{\circ}{V}_q)\right|}\right) =$$

$$= 4\left(1 - \frac{1}{N}\sum_{k,l}\gamma_{kl}(\overset{\circ}{V}_0, \overset{\circ}{V}_q)\right).$$

Назовем $T_q^*(X)$ когерентным функционалом, так как его поведение определяется функцией когерентности $\gamma_{kl}^2(\overset{\circ}{V}_0, \overset{\circ}{V})$ двумерных сигналов $\overset{\circ}{V}_0$ и $\overset{\circ}{V}_q$. Известно [8], что $\gamma_{kl}^2(\overset{\circ}{V}_0, \overset{\circ}{V}_q)$ дает ту долю мощности «выходного» сигнала $\overset{\circ}{V}_0$, появление которой обусловлено линейной зависимостью от входа $\overset{\circ}{V}_q$. Для линейных преобразований (без шума) функция когерентности достигает своего теоретического максимума, равного единице на всех частотах. Функционал $T_q^*(X)$ здесь равен нулю. Если же он не равен нулю, то возможными причинами этого могут быть как отсутствие линейной зависимости между $\overset{\circ}{V}_0$ и $\overset{\circ}{V}_q$, так и наличие шумовой составляющей $S_{kl}(\xi)$ в $S_{kl}(\overset{\circ}{V})$. В частности, в последнем случае когерентный функционал приобретает добавку, зависящую от отношения мощностей спектральных составляющих сигнала и шума.

Имитационное моделирование. Для экспериментального исследования влияния посторонних факторов на статистики критерия была осуществлена программная реализация процедуры идентификации. В ней предусмотрена возможность в диалоговом режиме задавать координаты эталонного фрагмента на изображении A и вычислять значения исследуемых функционалов в выделяемой зоне «скользящего» поиска этого же изображения. Каждый последующий фрагмент в данном варианте сдвинут на один шаг дискретного растра по отношению к предыдущему, если считать, что эталонный фрагмент имеет «нулевой сдвиг». Тем самым степень «отличия» изображения текущего фрагмента от эталонного определяется величиной его сдвига относительно положения эталона.

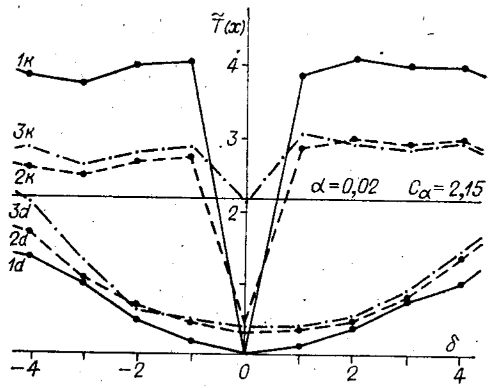

Рис. 2. Значения статистик d-корреляционного критерия ($1d$ — $3d$); поведение когерентного функционала ($1k$ — $3k$): 1 — $\sigma_\xi = 0$; 2 — $d_q = 4$; 3 — $d_q = 4$ с предварительным нелинейным преобразованием

Такая модель позволяет экспериментально исследовать влияние мощности шума и нелинейных преобразований на поведение функционалов сходства в точке экстремума и его окрестности (в программе предусмотрена возможность трансформирования значений плотностей с добавлением гауссовского стационарного шума). Влияние шумовой составляющей на исследуемые статистики критерия идентификации представлено на рис. 2. Видно, что обе статистики обладают определенной устойчивостью к действию шума, хотя d-корреляционный функционал менее чувствителен к сдвигу текущего фрагмента относительно эталонного по сравнению с когерентным функционалом. Поведение последнего легко объяснить благодаря свойству ортогональности составляющих преобразования Фурье в каждой узкой полосе частот. При сдвиге фрагментов друг относительно друга фурье-компоненты их изображений почти статистически независимы и функция когерентности близка к нулю. Однако совместные действия помехи и нелинейного преобразования приводят к тому, что величина когерентного функционала в точке экстремума резко возрастает, в результате чего убывает вероятность распознавания образа эталонного фрагмента. С другой стороны, действие отмеченных факторов приводит к локальному смещению экстремума d-корреляционного функционала, и уменьшается вероятность правильной селекции. (Здесь в качестве нелинейного было выбрано часто применяющееся преобразование эквализации с последующим квантованием предварительно «зашумленного» изображения фрагмента.) В целом d-корреляционный функционал более устойчив к разного рода преобразованиям, хотя ширина его экстремума (а следовательно, и точность локализации образа эталонного фрагмента) пропорциональна радиусу автокорреляции элементов поля изображения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Киричук В. С.** Метод максимального правдоподобия в задаче определения координат фрагмента.— Автометрия, 1983, № 6.
2. **Кендалл М., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи.— М.: Наука, 1973.
3. **Перетягин Г. И.** Представление изображений гауссовыми случайными полями.— Автометрия, 1984, № 6.
4. **Karlin S., Truax D. R.** Slippage problems.— Annal. of Math. Stat., 1960, v. 17, p. 296.
5. **Перетягин Г. И.** Отбор выделяющихся наблюдений и критерий сдвига.— Автометрия, 1977, № 3.
6. **Леман Е.** Проверка статистических гипотез.— М.: Наука, 1964.
7. **Боровков А. А.** Математическая статистика.— М.: Наука, 1984.
8. **Отнес Р., Эноксон Л.** Прикладной анализ временных рядов.— М.: Мир, 1982.

Поступила в редакцию 11 декабря 1985 г.