ЛИТЕРАТУРА

1. **Клейнер Дж.** Статистические методы в имитационном моделировании. Вып. 2.— М.: Статистика, 1978.
2. **Налимов В. В., Чернова Н. А.** Статистические методы планирования экстремальных экспериментов.— М.: Наука, 1965.
3. **Адлер Ю. Г. и др.** Планирование экспериментов при поиске оптимальных условий.— М.: Наука, 1976.
4. **Библиотека** алгоритмов 101б — 151б.— М.: Сов. радио, 1978.

Поступило в редакцию 9 ноября 1983 г.

УДК 621.382 : 523

А. О. БАКРУНОВ, О. С. СЛАДКОВ, И. В. ЩУКИН

(Москва)

ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРА СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПРОСТРАНСТВЕННО-СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Введение. Спиральная структура — довольно частое явление для астрономических (а также гидро- и газодинамических) объектов, она наблюдается примерно у 70% галактик [1]. Для вывода и обоснования теоретических моделей образования спиральной структуры необходимо сравнение наблюдаемой формы спиралей с теоретическими. Однако такое сравнение связано с определенными трудностями. Хотя может показаться очевидным, что данная галактика имеет спиральные «рукава» и части этих «рукавов» отчетливо видны, очертить спиральную структуру в целом, как отмечается в [1], иногда бывает исключительно трудно. Примером может служить туманность Андромеды М31 (рис. 1). Спиральная структура в астрономических приложениях определяется, как правило, логарифмической спиралью с двумя «рукавами» (рис. 2). Важным параметром модели, тесно связанным с предполагаемым механизмом возникновения спиральной структуры, является угол φ, определяющий коэффициент роста спирали. Рассмотрим возможность нахождения этого параметра пространственно-спектральным методом [2, 3] путем использования углового спектра (УС) изображения спиральной структуры.

УС спиральной структуры. УС определим соотношением [3]

$$I_\beta = I_\beta(\beta) = I_\beta(\beta; \rho_1, \rho_2) = (2\pi)^{-1} \int\limits_{\rho_1}^{\rho_2} I(\rho, \beta)\, \rho d\rho, \quad I(\rho, \beta) = |\dot{F}(\rho, \beta)|^2, \tag{1}$$

где $I(\rho, \beta)$ — интенсивность пространственного спектра; $\dot{F}(\rho, \beta)$ — пространственный спектр изображения; ρ, β — полярные координаты в плоскости пространственного спектра; значение ρ_1 выбрано так, что выполняются условия нахождения УС методом стационарной фазы [3].

Найдем УС для спиральной структуры, заданной одним «рукавом» логарифмической спирали

$$r(\alpha) = r_0 e^{a\alpha}, \quad \alpha_0 \leqslant \alpha \leqslant \alpha_m, \tag{2}$$

с параметрами $\alpha_0 = 0°$, $\alpha_m = 360°$, $r_0 = r(\alpha = 0)$, $a = \operatorname{tg}\psi$, $\psi = \pi/2 - \varphi$; r, α — полярные координаты в плоскости изображения. В данном случае УС определяется

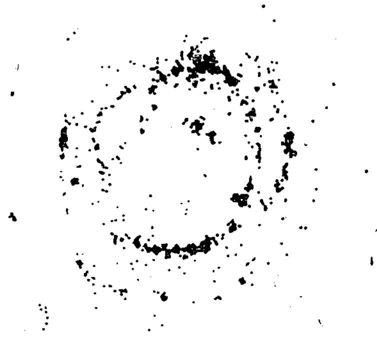

Рис. 1. Пример спиральной структуры астрономического объекта (по [1]).

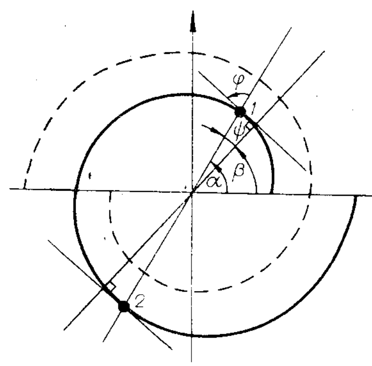

Рис. 2. Модель спиральной структуры.
Показаны точки стационарной фазы.

двумя точками стационарной фазы, и, следовательно, согласно [3] имеем

$$I_\beta = k[R_1(\beta) + R_2(\beta)], \tag{3}$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны в точках стационарной фазы; k — коэффициент пропорциональности. Учитывая выражения для R_1 и R_2, нормированный УС получаем в виде

$$\bar{I}_\beta = e^{a\beta};\ \bar{I}_\beta = I_\beta(\beta)/I_\beta(0),\ 0 \leqslant \beta \leqslant \pi, \tag{4}$$

где

$$I_\beta(0) = k(1 + a^2)^{1/2} r_0 e^{a\psi}(1 + e^{a\pi}). \tag{5}$$

Как следует из (4), нормированный УС также определен логарифмической спиралью с тем же коэффициентом роста, что и исходная спираль (2). Угол φ, определяющий коэффициент роста, удобно находить из соотношения

$$\ln \bar{I}_\beta = \beta \operatorname{ctg} \varphi,\quad 0 \leqslant \beta \leqslant \pi. \tag{6}$$

Рассмотрим другие модели спиральной структуры. Если величина угла закручивания $(\alpha_m - \alpha_0)$ кратна 2π, т. е. $(\alpha_m - \alpha_0) = n2\pi$, то (3) переходит в

$$I_\beta = k \sum_{i=1}^{2n} R_i(\beta). \tag{7}$$

После нормировки (7) на $I_\beta(0)$ для $\bar{I}_\beta(\beta)$ получаем соотношение (4).

В случае спиральной структуры с несколькими ветвями

$$I_\beta = k \sum_{s=1}^{p} \sum_{i=1}^{2n} R_{is}(\beta + \beta_{0s}), \tag{8}$$

где p — число ветвей; β_{0s} — угол, определяющий ориентацию s-й ветви. Для спиральной структуры галактик характерно наличие двух «рукавов», расположенных центросимметрично (см. рис. 2). Учитывая центральную симметрию ветвей и периодичность УС (период равен π), получаем

$$I_\beta = 2k[R_1(\beta) + R_2(\beta)], \tag{9}$$

т. е. соотношение (4) сохраняет силу.

При моделировании структуры, подобной рис. 1, необходимо учитывать, что отдельные участки спирали могут быть выражены недостаточно четко или вообще отсутствовать. В этом случае (8) удобно представить в виде

$$I_\beta = k \sum_{s=1}^{p} \sum_{i=1}^{2n} R_{is}(\beta + \beta_{0s}) - k \sum_{s=1}^{p} \sum_{j=1}^{m} R_{js}(\beta' + \beta_{0s}), \tag{10}$$

где β' принадлежит интервалу углов, соответствующих отсутствующим участкам спирали; m — число стационарных точек для данного направления β'. Отсутствие участков спирали приводит к появлению на графике $I_\beta(\beta)$ провалов.

Результаты экспериментальных исследований. Экспериментально УС для спиральной структуры (см. рис. 1) был определен двумя методами: когерентно-оптическим (КО) и с использованием системы цифрового (Ц) моделирования МСИ-78 [4, 5]. Нормированные УС $\bar{I}_{\beta\text{ко}}$ и $\bar{I}_{\beta\text{ц}}$, полученные в этих экспериментах, показаны на рис. 3. На графиках УС (особенно $\bar{I}_{\beta\text{ц}}$) заметны провалы, вызванные отсутствием некоторых участков спиральной структуры; на форме УС сказывается также неравномерная плотность расположения точек по «рукавам» спиралей.

При проведении когерентно-оптического эксперимента УС получен путем сканирования пространственного спектра изображения вращающейся щелью (см. рис. 3). Условия эксперимента: формат изображения (диаметр) 20 мм; $\rho_2/\rho_1 = 10$; $\rho_1 \simeq 40\,\rho_0$, где ρ_0 определяется положением первого нуля в картине дифракции Эйри; угловой раскрыв щели $\sim 15°$.

В вычислительном эксперименте пространственный спектр найден с помощью системы МСИ-78, при этом отдельные точки изображения заменялись δ-образными

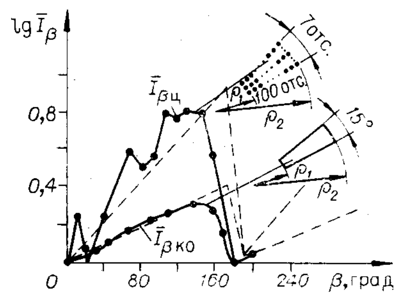

Рис. 3. Экспериментальные угловые спектры спиральной структуры, показанной на рис. 1: штриховые линии — теоретическая форма УС (с учетом сглаживания спектральным окном).

элементами, далее путем обработки пространственного спектра в системе МСИ-78 вычислялся УС. Условия эксперимента: число отсчетов при усреднении пространственного спектра по радиусу $\rho \in [\rho_1, \rho_2]$ 100; число отсчетов по углу $\beta \in [0, \pi]$ 100; $\rho_2/\rho_1 = 10$. Для сравнения с результатом когерентно-оптического эксперимента УС, полученный в вычислительном эксперименте, сглаживался по 7 угловым отсчетам.

Для определения коэффициента роста учтем, что теоретическая зависимость $\ln \bar{I}_\beta$ от угла β имеет вид периодической последовательности импульсов треугольной формы. Выполняя аппроксимацию экспериментальных графиков так, как показано на рис. 3, получаем

$$\varphi_{\text{ко}} \simeq 82^\circ, \quad \varphi_{\text{ц}} \simeq 72^\circ. \tag{11}$$

Разброс в значениях угла φ, по-видимому, соответствует известной неопределенности при интерпретации структуры исходного изображения рис. 1 как спиральной. Для сравнения укажем, что по [1] среднее значение параметра φ для спиральных галактик составляет $(73{,}4 \pm 6)^\circ$.

Отмеченные в работе особенности УС спиральных структур могут быть использованы также для поиска объектов с подобной структурой на изображениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Рольфс К.** Лекции по теории волн плотности/Пер. с англ.— М.: Мир, 1980.
2. **Бакрунов А. О., Сладков О. С., Шабанов М. Ф., Щукин И. В.** Некоторые возможности применения когерентной оптики для обработки снимков, получаемых в первичном фокусе 6-метрового телескопа.— Астроном. циркуляр, 1981, № 1195, с. 1—3.
3. **Сладков О. С., Щукин И. В.** Возможности классификации биологических объектов по морфологическим признакам методами фурье-микроскопии и оптической обработки информации.— Автометрия,1982, № 1, с. 69—75.
4. **Бакрунов А. О., Щукин И. В.** Исследование статистических свойств пространственных спектров точечных моделей структуры изображений.— В кн.: Обработка изображений и дистанционные исследования.— Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1981, с. 19—20.
5. **Бакрунов А. О., Щукин И. В.** Методы проверки статистических свойств псевдослучайных точечных изображений при испытании алгоритмов анализа структуры.— Автометрия, 1984, № 6, с. 53—57.

Поступило в редакцию 10 июля 1984 г.

УДК 681.3

С. П. ВЕСНОВСКИЙ, Б. П. САБАНИН, $\boxed{\text{Г. М. ТРУБАЧЕЕВ}}$

(Москва)

ОБОБЩЕННО-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ КУСОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ОДИНОЧНЫХ СПЕКТРОМЕТРИЧЕСКИХ ПИКОВ

Одним из важнейших этапов организации автоматической обработки спектрометрической информации является выбор аналитической функции для аппроксимации одиночного экспериментального пика [1—5]. Наибольшую точность аппроксимации обеспечивает кусочная функция, составленная из функции Гаусса $y = a\exp\langle-(1/2)((x-b)/c^2\rangle$, простой $y = a\exp((x-b)/c)$ или двойной $y = a_0\exp\langle a_1\exp((x-b)/c)\rangle$ экспоненты; точки сшивки при этом произвольные [6]. Аналитическая запись кусочной функции существенно упрощается, если точки сшивки выбраны в точках перегиба гауссианов:

$$y = \begin{cases} a\exp\left\langle\dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{b-x}{c_1}\right)\right\rangle, & x \leqslant b - c_1; \\ a\exp\left\langle-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{b-x}{c_1}\right)^2\right\rangle, & b - c_1 < x \leqslant b; \\ a\exp\left\langle-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x-b}{c_2}\right)^2\right\rangle, & b < x \leqslant b + c_2; \\ a\exp\left\langle\dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{x-b}{c_2}\right)\right\rangle, & b + c_2 < x \end{cases}$$

(рис. 1). Для пиков с затянутым левым хвостом («столиком») вместо простой целесообразно использовать двойную экспоненту

$$y = a_0\exp\langle T\exp((1-S)/T)\rangle, \quad x \leqslant b - c_1,$$

где

$$S = (b-x)/c_1; \quad T = -\ln(a_0/a) - 1/2.$$