зить требования к режиму проявления носителя. Определена ошибка, возникающая при анализе спектра по предлагаемому методу. Метод допускает использование реверсивного фазового носителя, работающего в реальном времени. Угловое разрешение, достигаемое данным методом, не отличается от разрешения по методу, использующему запись сигнала в плотностной форме.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лапидес А. А., Фурдуев А. В., Шпунтов А. И.** Исследование когерентно-оптического метода анализа акустических полей.— Радиотехника, 1983, № 12, с. 77—80.
2. **Бургов В. А.** Основы записи и воспроизведения звука.— М.: Искусство, 1959.
3. **Гибин И. С. и др.** Анализ спектров одномерных сигналов оптическими методами.— Автометрия, 1971, № 1, с. 64—70.
4. **Дяченко А. А. и др.** Применение теневых графиков для спектрального анализа функции методами когерентной оптики.— Опт. и спектр., 1971, т. XXXI, вып. 3, с. 469—470.
5. **Felstead E. B.** Optical Fourier transformation of area — modulated spatial functions.— Appl. Opt., 1971, v. 10, N 11, p. 2468—2475.
6. **Wood J. W., Fiddy M. A.** Optical signal processing in one dimension.— Appl. Opt., 1981, v. 20, p. 3998—3999.
7. **Zhabotinski M. E., Lapides A. A., Shpuntov A. I.** Optical spectral analysis of signal recorded on a pure phase medium.— Opt. Lett., 1983, v. 8, N 1, p. 42—44.
8. **Жаботинский М. Е., Лапидес А. А.** Исследование точности когерентно-оптического спектрального анализа сигналов методом теневых графиков.— Автометрия, 1984, № 3.
9. **Тай А., Юу Ф.** Широкополосный спектральный анализ сигналов с использованием силуэтной записи (модуляции).— Автометрия, 1981, № 1, с. 64—69.
10. **Rhodes W. T.** Wideband spectral analysis with area modulation (comment).— Appl. Opt., 1979, v. 18, N 15, p. 2540—2541.
11. **Tai A., Yu F. T. S.** Wideband spectral analysis with area modulation: authors reply to comment.— Appl. Opt., 1979, v. 18, N 15, p. 2541.
12. **Белов Ю. И. и др.** Об одном способе записи голограмм неоптических полей.— Изв. вузов. Радиофизика, 1978, XXI, № 2, с. 205—211.
13. **Чугуй Ю. В.** Оптическая обработка сигналов с помощью силуэтных фильтров.— Автометрия, 1972, № 5, с. 10—14.
14. **Гудмен Дж.** Введение в фурье-оптику.— М.: Мир, 1970.

Поступила в редакцию 16 марта 1984 г.

УДК 681.3.06 : 621.372.061

В. В. ЕФИМЕНКО, Ю. А. СТУКАЛИН

(Новосибирск)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДВУХУРОВНЕВОГО НЬЮТОНОВСКОГО АЛГОРИТМА ПРИ МАШИННОМ АНАЛИЗЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

В современных комплексах программ схемотехнического анализа наиболее широко применяются модифицированный метод узловых потенциалов и табличный метод. В этом случае схема описывается системой нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений. Использование неявного метода интегрирования приводит ее к нелинейной алгебраической системе уравнений. Порядок системы при модифицированном узловом методе примерно равен числу узлов схемы, при табличном методе — существенно больше.

Рост степени интеграции в микроэлектронике вызывает значительное увеличение размеров анализируемых схем, а следовательно, увеличение размерности решаемых систем нелинейных алгебраических уравнений. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений, как правило, выполняется методом Ньютона, при этом время, требуемое для получения решения, состоит из трех основных компонентов: времени вычисления вектора невязок, времени вычисления элементов матрицы

Якоби и времени решения соответствующей системы линейных уравнений (СЛАУ).

К настоящему времени используются два пути преодоления трудностей, связанных с большой размерностью схем:

1. Алгоритмы анализа схем строятся с учетом структуры разреженности уравнений.

2. Большие системы нелинейных уравнений решаются по частям.

При учете структуры разреженности СЛАУ запоминаются только ненулевые элементы матрицы Якоби и не выполняются операции, нулевой результат которых может быть предсказан априори.

Существуют различные подходы к решению данной задачи (см., например, [1]); в [2, 3] определена сравнительная эффективность методов учета разреженности.

Накопленный нами практический опыт анализа схем с использованием метода табличной интерпретации показывает, что учет разреженности позволяет существенно сократить время решения СЛАУ, т. е. время в основном расходуется на вычисление вектора невязок и формирование элементов матрицы Якоби.

Анализ схем по частям является менее распространенным приемом, литература по этому вопросу посвящена главным образом линейным резистивным схемам. Наиболее общий и строгий подход к исследованию нелинейных электронных схем изложен в [4, 5].

Наиболее строгий и общий в математическом плане подход дан в статье [4]. В отличие от нее в других работах излагаются частные алгоритмы, анализ эффективности ведется без учета важнейшего фактора скорости сходимости решения систем нелинейных алгебраических уравнений. Упор делается на выигрыш, связанный с уменьшением количества вычислительных операций, и результаты численных экспериментов отсутствуют.

В данной работе приводится формулировка метода разбиения схем [4] на случай узлового метода анализа схем, обсуждаются экспериментальные численные данные и особенности программной реализации двухуровневого ньютоновского итерационного процесса применительно к задаче анализа больших электронных схем.

Двухуровневый ньютоновский итерационный процесс. Для простоты изложения будем предполагать, что из схемы выделяется одна подсхема, схема описывается в базисе узловых напряжений системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. При использовании конечно-разностной аппроксимации производной и в предположении, что значения узловых напряжений в предыдущих временны́х точках уже вычислены, эта система дифференциальных уравнений сводится к системе нелинейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}_{n+1}) = 0, \tag{1}$$

где $\mathbf{F}$, $\mathbf{u}_{n+1}$ — векторы суммы токов в узлах схемы и узловых напряжений в момент t_{n+1} соответственно.

Для решения системы нелинейных алгебраических уравнений (1) обычно используются ньютоновские итерации:

$$\begin{gathered} D\mathbf{F}(\mathbf{u}_{n+1}^{j})\,\Delta\mathbf{u} = \mathbf{F}(\mathbf{u}_{n+1}^{j}); \\ \mathbf{u}_{n+1}^{j+1} = \mathbf{u}_{n+1}^{j} - \Delta\mathbf{u}. \end{gathered} \tag{2}$$

Здесь $D\mathbf{F}(\mathbf{u}_{n+1}^{j})$ — якобиан вектора $\mathbf{F}(\mathbf{u})$, вычисленный при $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{n+1}^{j}$, j — номер ньютоновской итерации.

Выделим из схемы подсхему в соответствии с ограничением 1.

Ограничение 1. Взаимодействие подсхемы с элементами остальной схемы имеет место в узлах соединения подсхемы с остальной схемой. В подсхеме обязательно должен быть хотя бы один внутренний узел.

Узлы схемы, а соответственно и все переменные, описывающие поведение схемы в них, относительно подсхемы можно разделить на три непересекающиеся группы — I, L, E (I — группа внутренних узлов подсхемы, L — группа узлов связи (смежные узлы) подсхемы с остальной схемой и E — группа внешних узлов). В дальнейшем при обозначении напряжений, уравнений, невязок принадлежность этих величин к соответствующей группе будем отмечать буквами I, L и E.

Для упрощения записи опустим индекс $n+1$, так как дальнейшие рассуждения относятся только к моменту времени t_{n+1}.

С учетом ограничения 1 выделим из (1) уравнения для токов внутренних узлов подсхемы

$$\mathbf{F}_I(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L)=0, \tag{3}$$

смежных узлов

$$\mathbf{F}_L(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L,\ \mathbf{u}_E)=0 \tag{4}$$

и внешних узлов

$$\mathbf{F}_E(\mathbf{u}_L,\ \mathbf{u}_E)=0. \tag{5}$$

При заданных значениях внешних узловых напряжений $\mathbf{u}_E$ значения узловых напряжений на внутренних и смежных узлах подсхемы определяются уравнениями (3) и (4). Если совместная система уравнений (3) и (4) имеет единственное решение при любом $\mathbf{u}_E$ из области его определения, то (3) и (4) представляют собой неявно заданное отображение значений узловых напряжений $\mathbf{u}_E$ на токи, втекающие в подсхему; фактически — узловые напряжения $\mathbf{u}_I$, $\mathbf{u}_L$. Один из вариантов ограничений на $\mathbf{F}_I$ и $\mathbf{F}_L$ для существования такого отображения приведен в [4].

Ограничение 2. Совместная система уравнений (3) и (4) непрерывна и дифференцируема, якобиан системы непрерывен по Липшицу и равномерно ограничен. Кроме того, существует и равномерно ограничена матрица, обратная якобиану.

Если выделенная подсхема удовлетворяет ограничениям 1 и 2, то тогда это будет искомое выделение подсхемы.

Запишем ньютоновский алгоритм к системе уравнений (3) в предположении постоянства $\mathbf{u}_L$:

$$\begin{gathered} D\mathbf{F}_{I,\mathbf{u}_I}(\mathbf{u}_I^i,\ \mathbf{u}_L)\,\Delta\mathbf{u}_I=\mathbf{F}_I(\mathbf{u}_I^i,\ \mathbf{u}_L);\\ \mathbf{u}_I^{i+1}=\mathbf{u}_I^i-\Delta\mathbf{u}_I. \end{gathered} \tag{6}$$

Применив ньютоновский алгоритм к системам уравнений (3)—(5) и исключив $\mathbf{u}_I$, получаем второй ньютоновский итеративный процесс (НИП) относительно аргументов $\mathbf{u}_L$, $\mathbf{u}_E$:

$$\begin{gathered} \left(D\mathbf{F}_{L,\mathbf{u}_L}(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L^i,\ \mathbf{u}_E^i)-D\mathbf{F}_{L,\mathbf{u}_I}(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L^i,\ \mathbf{u}_E^i)\,D\mathbf{F}_{I,\mathbf{u}_I}^{-1}(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L)\times\right.\\ \left.\times D\mathbf{F}_{I,\mathbf{u}_L}(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L)\right)\Delta\mathbf{u}_L+D\mathbf{F}_{L,\mathbf{u}_E}(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L^i,\ \mathbf{u}_E^i)\,\Delta\mathbf{u}_E=\mathbf{F}_L(\mathbf{u}_I,\ \mathbf{u}_L^i,\ \mathbf{u}_E^i);\\ D\mathbf{F}_{E,\mathbf{u}_L}(\mathbf{u}_L^i,\ \mathbf{u}_E^i)\,\Delta\mathbf{u}_L+D\mathbf{F}_{E,\mathbf{u}_E}(\mathbf{u}_L^i,\ \mathbf{u}_E^i)\,\Delta\mathbf{u}_E=\mathbf{F}_E(\mathbf{u}_L^i,\ \mathbf{u}_E^i);\\ \mathbf{u}_L^{i+1}=\mathbf{u}_L^i-\Delta\mathbf{u}_L;\qquad \mathbf{u}_E^{i+1}=\mathbf{u}_E^i-\Delta\mathbf{u}_E. \end{gathered} \tag{7}$$

В соответствии с ограничениями 1 и 2 итеративные процессы (6) и (7) существуют и обычно называются соответственно внутренним и внешним НИПами, а совместно — двухуровневым ньютоновским итеративным процессом — ДНИПом. Внутренний НИП имеет квадратичную сходимость. В [4] сформулировано условие, которому должен удовлетворять внутренний НИП (6), чтобы сохранялась квадратичная сходимость внешнего НИПа (7). Оно имеет вид

$$\|\Delta\mathbf{u}_I\|\leqslant\|\Delta\mathbf{u}_L,\ \Delta\mathbf{u}_E\|^2, \tag{8}$$

т. е. норма невязки внутреннего НИПа меньше квадрата нормы невязки внешнего.

На основе программного комплекса [6] на АСВТ М-4030 созданы две программные реализации ДНИПа. В первой реализации для НИПа (6) запрограммировано явное решение системы линейных уравнений, вычисление $\mathbf{u}_I^{i,k+1}$ и весь внутренний НИП. Во второй реализации подсхем во вспомогательных массивах формируется матрица межузловых динамических проводимостей $D\mathbf{F}_I$, $\mathbf{u}_I$ и вектор сумм токов $\mathbf{F}_I(\mathbf{u}_I^{i,k}, \mathbf{u}_L)$. Естественно, матрица и вектор относятся к одной подсхеме. Итеративный процесс (6) осуществляется при помощи созданного программного модуля решения подсистем нелинейных уравнений и имеющейся в [6] программы решения СЛАУ. Если (10) не сходится, то в обоих вариантах передается признак несходимости ДНИПа и процесс вычисления останавливается. Если (10) сходится, то в первой программной реализации подсхем явно вычисляется матрица, равная $D\mathbf{F}_{I,\mathbf{u}_I}^{-1}(\mathbf{u}_I, \mathbf{u}_L)\, D\mathbf{F}_{I,\mathbf{u}_L}(\mathbf{u}_I, \mathbf{u}_L)$, во второй — для этого приходится решать линейное уравнение (6) с правой частью $D\mathbf{F}_{I,\mathbf{u}_L}(\mathbf{u}_I, \mathbf{u}_L)$.

Результаты численного исследования ДНИПа. В качестве тестовых примеров использован широко известный набор схем [7], на котором проводилось сравнение свойств различных отечественных и иностранных программ схемотехнического моделирования. В связи с тем, что при подобном сравнительном анализе было важно выявить, как увеличение количества подсхем, решаемых при помощи внутреннего НИПа, сказывается на изменении вычислительных затрат, то наибольший интерес представляли наборы последовательно соединенных инверторных каскадов. Все каскады и входные воздействия у схем одинаковые, отличие состоит в количестве каскадов. В каждом каскаде находится один транзистор. Модели транзисторов в тестовых примерах тождественны [8]. В базисе узловых напряжений модель транзистора может быть выделена в подсхему (равно как и целый инверторный каскад), т. е. для анализа схем можно применить ДНИП.

Эффективность применения ДНИПа по сравнению с одноуровневым НИПом рассматривалась в аспекте экономии машинной памяти и быстродействия. Величина выигрыша машинной памяти достаточно очевидна [5, 11, 12], необходимость учета разреженности матриц для внешнего НИПа и для второй программной реализации внутреннего НИПа с целью повышения быстродействия может быть выявлена из [2, 3].

Быстродействие метода определяется распределением линейных и нелинейных элементов по подсхемам. При выделении в подсхемы только линейных элементов НИП (6) сходится за одну итерацию и условие (8) всегда выполняется, так что сходимость ДНИПа квадратичная. Такое разбиение возможно, в частности, при моделировании токоуправляемых элементов (индуктивности, трансформаторы) в базисе узловых напряжений. При этом токи являются внутренними переменными подсхем. Об эффективности такого выделения линейных подсхем сообщается в [9].

Присутствие нелинейных элементов вне подсхем при условии, что они есть в подсхемах, заметно увеличивает время счета.

Наиболее заметная экономия машинного времени для временного анализа электронных схем была зафиксирована в случае выделения всех нелинейных элементов (транзисторов) в подсхемы и при использовании первого программного варианта реализации подсхем в программном комплексе (явное решение системы линейных уравнений для итераций (6)). Время анализа при использовании ДНИПа составляло от времени анализа при традиционном подходе (100%) для схем с одним транзистором порядка 100 (80—102) %, с тремя — 74, с пятью — 55,2, с семью — 51, с девятью — 39,2%.

Экономия машинного времени при использовании описанного выше второго варианта реализации подсхем на тестовых схемах существенно меньше.

В численных экспериментах не отмечено заметного преимущества от использования различного количества итераций для внутреннего и внешнего НИПов. Более сложно дело обстоит с выбором EPS^0 — с начальной точностью принятия решения для внутреннего НИПа и EPS — для внешнего НИПа. Численные эксперименты на вышеописанных схемах указывают на некоторое преимущество в смысле быстродействия использования $EPS^0 = \alpha EPS$, где $\alpha \in [0, 1;\ 1,0]$. Очевидно, выбор величины EPS^0 существенно связан с характером нелинейностей в описании элементов подсхем.

Необходимо отметить, что, хотя реализация многоуровневого (более двух) НИПа не вызывает принципиальных трудностей, выполнение неравенства (8) уже для третьего уровня из-за ограничения точности представления чисел в ЭВМ проблематично.

Суммируя вышеизложенное, можно отметить, что использование двухуровневых ньютоновских итераций при машинном анализе схем по факторов: неявного использования разбиения матрицы Якоби на блоки и работы только с ненулевыми блоками матрицы; в среднем меньших потерь времени при несходимости итеративного процесса.

Второй фактор, присущий ДНИПу как методу решения систем уравнений, связан с тем, что выполнение ДНИПа фактически распадается на выполнение последовательности внутренних НИПов, которая определена разбиением системы уравнений на подсистемы. При этом несходимость любого из внутренних НИПов является признаком завершения ДНИПа и его несходимости, т. е. якобианы и невязки оставшихся подсистем (подсхем) не формируются и итерации не выполняются.

ДНИП создает предпосылки для использования свойства латентности (временной разреженности) при анализе больших интегральных схем. Ожидается, что это даст возможность примерно на порядок сократить время анализа некоторых классов схем. Известно, например, что в больших переключательных схемах одновременно активны от 0,01 до 10% подсхем.

Для схем со слабовыраженным свойством латентности (например, полносвязные схемы с обратными связями) можно сократить вычислительные затраты, внося элементы схемы с малыми постоянными времени в отдельные подсхемы и интегрируя уравнения подсхем с разным шагом интегрирования.

Кроме того, есть возможность, практически недоступная при традиционном подходе, использовать информацию о характере нелинейности уравнения подсхемы для ускорения его решения [10].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тьюарсон Р.** Разреженные матрицы.— М.: Мир, 1977.
2. **Ефименко В. В., Загоруйко А. С., Стукалин Ю. А.** Об эффективности учета разреженности матриц при анализе схем на ЭВМ.— Автометрия, 1978, № 4, с. 21—25.
3. **Стукалин Ю. А.** Использование комбинированного метода решения линейных алгебраических уравнений при анализе схем на ЭВМ.— В кн.: Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ. (Тез. конф.). Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1979.
4. **Rabbat N. B. G., Sagiovanni-Vincentelly A. L., Hsuen H. Y.** A multilevel newton algorithm with macromodelity and latency for the analysis of large — scale nonlinear circuits in the time domain.— IEEE Trans. on Circ. and Syst., 1979, v. CAS-26, N 9, p. 733—740.
5. **Гурарий М. М., Русаков С. Г.** Метод оптимального расчета параметров больших интегральных схем при иерархическом представлении их математических моделей.— Упр. сист. и маш., 1976, № 4, с. 115—119.
6. **Безносов Г. П., Ефименко В. В., Загоруйко А. С., Стукалин Ю. А.** Пакет программ численного анализа электронных схем и систем из конечных элементов.— В кн.: Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ. (Материалы Всесоюз. конф.). Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1974, с. 42—45.
7. **Барманов Ю. Н. и др.** Результаты исследования ряда программ анализа электронных схем.— Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1981, т. 24, с. 27—37.

8. **Чахмахсазян Е. А. и др.** Машинный анализ интегральных схем.— М.: Сов. радио, 1974.
9. **Стукалин Ю. А.** Моделирование на ЭЦВМ токоуправляемых элементов при узловом методе анализа схем.— В кн.: Автоматизация проектирования радиоэлектронной аппаратуры на промышленных предприятиях. (Тез. докл. научн.-техн. конф., 22—24 ноября 1977 г.). Запорожье: Запорож. машиностроит. ин-т им. В. Я. Чубаря, 1977, с. 17—18.
10. **Jimenez A. J., Director S. W.** New families of algorithms for solving nonlinear circuit equations.— IEEE Trans. on Circ. and Syst., 1978, v. CAS-25, N 1, p. 1—7.
11. **Бахов В. А., Ильин В. Н., Фролкин В. Т.** Алгоритмы расчета нелинейных схем методом подсхем с использованием итераций по Ньютону.— Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1974, т. XVII, № 6, с. 5—15.
12. **Гурарий М. М., Ермак В. В., Зарудный Д. И., Русаков С. Г.** Применение метода многополюсных подсхем в программах анализа электрических характеристик больших интегральных схем.— Упр. сист. и маш., 1973, № 5, с. 55—58.

Поступила в редакцию 19 апреля 1984 г.

УДК 620.179.13

А. Н. МАЛОВ, Д. И. ПУНДА
(Куйбышев)

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕПЛОВИЗИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ БЕСКОНТАКТНОЙ ДИАГНОСТИКИ ИЗДЕЛИЙ ПОДШИПНИКОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Основным достоинством тепловизионных систем, широко применяемых в настоящее время в науке и технике, является возможность визуализации тепловых полей тел, нагретых до комнатной температуры и выше [1—4]. При наличии соответствующих моделей и методик расчета анализ этих полей позволяет получить информацию о внутреннем состоянии и объемной структуре исследуемого объекта. Функциональные возможности тепловизионной интроскопии существенно возрастают при проведении так называемого активного теплового контроля (АТК) — визуализации теплового поля объекта, нагреваемого внешним источником энергии. АТК позволяет выявить дефекты типа нарушений сплошности в однородных и композитных материалах [5—8]. Во многих практически интересных ситуациях нагрев контролируемого образца может осуществляться и за счет диссипации энергии его собственного движения или механического напряжения, возникающих в процессе эксплуатации, в тепловую энергию. При этом оказывается возможным наблюдение процесса развития усталостных трещин [9] и колебательных мод твердотельных образцов [10].

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы оценить возможности тепловизионных систем для контроля изделий подшипниковой промышленности и классификации дефектов колец подшипников по степени их влияния на изнашивание последних.

Целесообразность применения тепловизионного контроля для оценки качества изделий данного типа обусловливается большей информативностью «теплового» изображения по сравнению с оптическим, поскольку дефекты, ухудшающие эксплуатационные характеристики подшипников (трещины, раковины, остатки абразива, геометрические отклонения и т. п.), приводят, как правило, к повышению трения и дополнительным механическим напряжениям, а следовательно, и к большему нагреву дефектных участков по сравнению с бездефектными. Таким образом, при регистрации теплового поля поверхности подшипника непосредственно будут выделяться участки, наиболее опасные для его работы. В противоположность этому оптический метод контроля, широко используемый в промышленности, требует наличия дополнительной теории, связы-