

М. Б. БЕЛОСТОЦКИЙ, Ю. П. РЕДЬКО

(Харьков)

АНАЛИЗ ПРОХОЖДЕНИЯ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОГО КОЛЕБАНИЯ ЧЕРЕЗ ФИЛЬТР

Измерение мгновенного значения частоты вращения цифровым способом широко применяется в технике управления. Источником сигнала в таких системах является во многих случаях индуктивный датчик частоты вращения [1], на выходе которого получают сигнал в виде частоты следования импульсов электрического напряжения. На полезный (информативный) сигнал накладываются помехи и паразитные модуляции, связанные, например, в системах управления турбинами с периодическими поперечными перемещениями ротора в подшипниках, синхронными качаниями и т. д.

Принцип измерения частоты вращения цифровым способом состоит в измерении промежутков времени между моментами прохождения через нуль выходного напряжения индуктивного (или другого подобного) преобразователя. С целью ослабления влияния помех на точность измерения на выходе такого преобразователя частот устанавливается пассивный фильтр.

В идеализированном виде рассматриваемая задача сводится к следующему. На вход пассивного фильтра Φ (см. рисунок) подается частотно-модулированное колебание $x_1(t)$ с моментами прохождения через нуль t_k ; на выходе фильтра получают напряжение $x_2(t)$ с моментами прохождения через нуль t'_k .

Пусть время между моментами прохождения через нуль входного и выходного сигналов фильтра — T_k и T'_k соответственно. Представляет интерес отличие в информативных измерениях $\delta(t_k)$ и $\delta(t'_k)$ по отношению к периоду T_0 несущей частоты, вызванное модуляцией входного сигнала и влиянием фильтра.

Пусть частота $\omega(t)$ входного напряжения $x_1(t)$ изменяется по закону

$$\omega(t) = \omega_0 + m \cos \Omega t, \quad (1)$$

где ω_0 — несущая частота; m и Ω — амплитуда и частота модуляции, причем $m \ll \omega_0$, $\Omega \ll \omega_0$. Тогда напряжение представлено [2]

$$x_1(t) = \sin(\omega_0 t + \beta \sin \Omega t). \quad (2)$$

Здесь $\beta = m/\Omega$ — индекс модуляции.

Амплитуда $x_1(t)$ принята равной единице, так как интересны только моменты прохождения этого напряжения через нуль. Моменты времени t_k , когда производится отсчет измеряемого периода, можно найти из уравнения

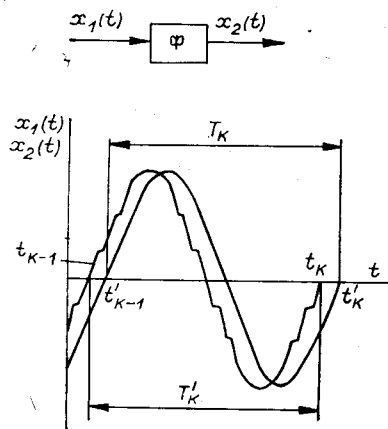
$$\omega_0 t_k + \beta \sin \Omega t_k = k\pi, \quad (3)$$

где $k = 1, 2, \dots$

Время T_k после предыдущего отсчета определяется из условия

$$t_{k-1} = t_k - T_k, \quad (4)$$

поскольку предшествующий отсчет произведен также в момент прохождения



через нуль входного сигнала $x_1(t)$, т. е.

$$\omega_0 t_{k-1} + \beta \sin \Omega(t_{k-1}) = (x - p)\pi \quad (5)$$

(p — число полупериодов, за которое осуществляется измерение).

Вычитая из (3) выражение (5) и учитывая (4), получаем уравнение относительно T_k :

$$\omega_0 T_k + \beta 2 \sin(\Omega T_k / 2) \cos(t_k - T_k / 2) = p\pi. \quad (6)$$

Естественно, что результат отсчета T_k зависит от момента его получения. (В дальнейшем индекс k может быть опущен.)

Введя в рассмотрение изменение периода при модуляции частоты $\delta(t) = T_k - T_0$ и учитывая, что $\delta(t) \ll T_0$, из уравнения (6) можно найти приближенное выражение

$$\delta(t) = -T_0 \frac{m_* \cos \Omega \left(t - \frac{T_0}{2} \right)}{1 + m_* \cos \Omega (t - T_0)}, \quad (7)$$

где $m_* = m/\omega_0$.

Сравнение (7) с (4) показывает, что отсчет информативного изменения периода в момент времени t дает запаздывающую на $T_0/2$ информацию о значении частоты и имеют место нелинейные искажения.

Относительная приведенная погрешность $\Delta\delta_*$ может быть оценена по выражению

$$\Delta\delta_* \leq \frac{m_*^2 \Omega_* p \pi}{2(1 - m_*)^3} + \frac{\Omega_*^2 (p\pi)^2}{24(1 - m_*)}, \quad (8)$$

где $\Omega_* = \Omega/\omega_0$, и при $m_* = 0,4$; $\Omega_* = 0,4$; $p = 2$ не превышает 2%.

Рассмотрим теперь колебания на выходе линейного фильтра с известными амплитудно-частотной $a(\omega)$ и фазочастотной $\varphi(\omega)$ характеристиками. Входное частотно-модулированное колебание (2) представимо в виде

$$x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \sin \omega_n t. \quad (9)$$

Здесь $\omega_n = \omega_0 + n\Omega$. (10)

Выходное напряжение $x_2(t)$ [3] — сумма преобразованных по амплитуде и фазе гармоник (9):

$$x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n a_n \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (11)$$

где a_n и φ_n — значения амплитуд почастотной и фазочастотной характеристик, вычисленных в точке ω_n .

Выражение (11) преобразуется к форме

$$x_2(t) = A(t) \sin[\omega_0 t + \Psi(t)], \quad (12)$$

где

$$A(t) = [A_1^2(t) + A_2^2(t)]^{1/2}; \quad (13)$$

$$\Psi(t) = \arctg A_2(t)/A_1(t), \quad (14)$$

причем

$$A_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) a_n \cos(n\Omega t + \varphi_n); \quad (15)$$

$$A_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) a_n \sin(n\Omega t + \varphi_n). \quad (16)$$

Ввиду того что $A(t) > 0$, моменты времени t'_k обращения в нуль $x_2(t)$ удовлетворяют уравнению

$$\omega_0 t'_k + \Psi(t'_k) = k\pi, \quad (17)$$

а T'_k — уравнению, полученному из (17) аналогично (6):

$$\omega_0 T'_k + \Psi(t'_k) - \Psi(t'_k - T'_k) = p\pi. \quad (18)$$

Информативное изменение $\delta(t')$ для произвольного момента времени отсчета t' можно получить из (18) путем разложения в ряд Тейлора по степеням $\delta(t')$ и удержания степеней, не выше первой,

$$\delta(t') = -(\Psi(t') - \Psi(t' - T_0)) / (\omega_0 + \Psi'(t' - T_0)). \quad (19)$$

Если частотные характеристики фильтра в окрестности точки ω_0 линейны, т. е.

$$a(\omega_0 + \Delta\omega) = a(\omega_0) + a'(\omega_0)\Delta\omega; \quad (20)$$

$$\varphi(\omega_0 + \Delta\omega) = \varphi(\omega_0) + \varphi'(\omega_0)\Delta\omega, \quad (21)$$

то, учитывая малость Ω , из (12) — (14), (19) получаем выражение

$$\delta(t') = -(T_0 \Psi'(t' - T_0/2)) / (\omega_0 + \Psi'(t' - T_0)), \quad (22)$$

причем относительная приведенная погрешность выражения $\delta(t')$ не превышает величины

$$\Delta\delta_* = -\frac{m_*^2 \Omega_* p \pi C_1}{2(1 - m_*^2)(1 - m_* C_2)}, \quad (23)$$

где

$$C_1 = (1 + \tau_m)^2 (1 + 2\tau_m)^2 / [2 - (1 - \tau_m)^2]^2; \quad (24)$$

$$C_2 = (1 + \tau_m)^2 / (2 - (1 + \tau_m)^2); \quad (25)$$

$$\tau = a'(\omega_0) / a(\omega_0). \quad (26)$$

В частном случае постоянства $a(\omega)$ в окрестности ω_0 из (22) получаем формулу

$$\delta(t') = -\frac{T_0 m_* \cos \Omega(t' - T_0/2 + \varphi')}{1 - m_* \cos \Omega(t' - T_0/2 + \varphi')} \quad (27)$$

с погрешностью, не превышающей

$$\Delta\delta_* \leq \frac{m_*^2 \Omega_* p \pi}{2(1 - m_*)^3}. \quad (28)$$

Анализ выражений (2), (7), (22) и (27) позволяет сделать следующие выводы.

Измерение изменения периода частотно-модулированных колебаний сопровождается появлением нелинейных искажений. Только переход к дискретной форме представления информации вызывает запаздывание измеряемой величины на половину периода дискретизации. Линейный фильтр приводит к дополнительным искажениям (появление высших гармоник) и дополнительному запаздыванию в измерении, равному производной от фазочастотной характеристики фильтра в точке несущей частоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новицкий П. В., Кнорринг В. Г., Гутников В. С. Цифровые приборы с частотными датчиками. — Л.: Энергия, 1970.
2. Артым А. Д. Теория и методы частотной модуляции. — М.: Госэнергоиздат, 1961.
3. Белостоцкий М. Б., Редько Ю. П. Определение эквивалентной динамической характеристики фильтрового измерительного элемента частоты. — Автометрия, 1977, № 4, с. 95—98.

Поступила в редакцию 12 ноября 1984 г.