положении, что $\xi(k)$ — гауссовый случайный процесс. Оценка ρ_1^2 в этом смысле более робастна (устойчива).

Предположим, например, что случайный процесс $\xi(k)$ описывается соотношением

$$\xi(k) = \exp \eta(k) - \exp(\sigma^2/2),$$

где $\{\eta(k),\ k = 0,\ \pm 1,\ \ldots\}$ — гауссовый стационарный процесс со средним 0 и с корреляционной функцией $r(k) = \mathbf{E}\eta(j+k)\eta(j)$, причем $r(0) = \sigma^2$. В этом случае говорят, что $\xi(k)$ — логарифмически нормальный стационарный случайный процесс.

Пользуясь свойствами логарифмически нормального распределения (см., например, [8]), нетрудно показать, что

$$R(0) = \mathbf{E}\xi^2(0) = e^{\sigma^2}\left(e^{\sigma^2} - 1\right),$$

$$\mathbf{E}\rho_1^2 = \frac{1}{m^2}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\mathbf{E}[\xi(j)\xi(k)]^2 = m^{-2}e^{2\sigma^2}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\left[e^{2\sigma^2+4r(j-k)} - \right.$$

$$\left. - 4e^{\sigma^2+2r(j-k)} + 4e^{r(j-k)} + 2e^{\sigma^2} - 3\right]$$

и

$$\mathbf{E}\rho_1^2 - R^2(0) = m^{-2}e^{2\sigma^2}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\left\{e^{2\sigma^2}\left[e^{4r(j-k)} - 1\right] - \right.$$

$$\left. - 4e^{\sigma^2}\left[e^{2r(j-k)} - 1\right] + 4\left[e^{r(j-k)} - 1\right]\right\},$$

причем $\mathbf{E}\rho_1^2 - R^2(0) = O(m^{-1})$, если только $\sum_{j=0}^{\infty}|r(j)| < \infty$.

Что же касается оценки ρ_2^2, то она здесь оказывается непригодной, так как $\mathbf{E}\xi^4(0) \neq 3R^2(0)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1.— М.: Сов. радио, 1974.
2. **Мирский Г. Я.** Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения.— М.: Энергоиздат, 1982.
3. **Романенко А. Ф., Сергеев Г. А.** Вопросы прикладного анализа случайных процессов.— М.: Сов. радио, 1968.
4. **Жовинский А. Н.** Оценивание интервала корреляции с позиции теории проверки гипотез.— Радиотехника и электроника, 1975, т. 20, № 9, с. 1962—1964.
5. **Кулешов Е. Л.** Оценивание интервала корреляции.— Автометрия, 1984, № 2, с. 100—102.
6. **Алексеев В. Г.** Об оценках некоторых функционалов от спектральной плотности гауссовских случайных процессов.— Теория вероятностей и ее применения, 1980, т. 25, № 2, с. 271—277.
7. **Монин А. С., Яглом А. М.** Статистическая гидромеханика. Ч. I.— М.: Наука, 1965.
8. **Прохоров А. В.** Логарифмически нормальное распределение.— В кн.: Математическая энциклопедия, т. 3. М.: Сов. энциклопедия, 1982, с. 408.

Поступила в редакцию 21 января 1985 г.

УДК 621.391.81

В. А. ПОНОМАРЕВ

(Устинов)

СТРУКТУРА СИСТЕМЫ ДИСКРЕТНЫХ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Широкое применение спектрального разложения по дискретным экспоненциальным функциям (ДЭФ) в задачах цифровой обработки стационарных процессов и систем объясняется в основном двумя причинами. Во-первых, ДЭФ так же, как характеристики стационарных случайных процессов и систем (авто- и взаимно корреляционные функции, импульсная переходная функция), обладают фундаментальным свойством спектральный анализ дискретных сигналов большой длительности необходимо проводить в реальном масштабе времени.

Применение алгоритмов БПФ по основанию 2 для решения этих задач наталкивается на существенный недостаток данных алгоритмов: процесс вычислений можно начинать только после поступления более половины отсчетов исходного дискретного сигнала.

Задача данной работы — исследование структуры системы дискретных экспоненциальных функций с целью разработки алгоритма прямого и обратного дискретного преобразования Фурье последовательностей большой длительности в реальном масштабе времени.

Пусть задан дискретный сигнал $x(n)$, $n=\overline{0, M-1}$, который может быть представлен в виде вектора M-мерного линейного пространства

$$\mathbf{X}_M = [x(0),\ x(1),\ \ldots,\ x(M-1)]^{\text{т}}, \tag{1}$$

где $M=2^p$, $p=1, 2, \ldots$; т — символ транспонирования.

Дискретное преобразование Фурье $\mathbf{X}_M$ в матричной форме определяется как

$$\mathbf{S}_M = F_M \mathbf{X}_M / M, \tag{2}$$

где $\mathbf{S}_M = [s(0),\ s(1),\ \ldots,\ s(M-1)]^{\text{т}}$ — вектор коэффициентов разложения вектора $\mathbf{X}_M$ в дискретном базисе Фурье; F_M — матрица ДЭФ размерностью $M \times M$:

$$\{\operatorname{def}(k, n)\} = F_M = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} 0 & 1 & \ldots & (M-1) \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (M-1) \end{array} & \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & W_m^1 & \ldots & W_M^{(M-1)} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ 1 & W_M^{(M-1)} & \ldots & W_M^{(M-1)(M-1)} \end{array}\right]_n^n \end{array},$$

$$W_M = \exp\left(-j\,\frac{2\pi}{M}\right).$$

Так как матрица F_M симметрична и унитарна, то обратное ДПФ определяется сопряженной матрицей $F_M^* = F_M^{-1}$:

$$\mathbf{X}_M = F_M^* \mathbf{S}_M = F_M^{-1} \mathbf{S}_M. \tag{3}$$

Соотношениями (2) и (3) задаются в матричной форме прямое и обратное ДПФ соответственно. Как уже отмечалось, применение алгоритмов БПФ по основанию два для вычисления прямого (или обратного) ДПФ требует, чтобы на входе алгоритма имелось более половины отсчетов дискретного сигнала $x(n)$ (или $s(n)$). Это свойство алгоритмов БПФ, естественно, ограничивает применение их в системах обработки сигналов большой длительности в реальном масштабе времени, так как запаздывание в начале вычислений не может быть скомпенсировано быстродействием алгоритмов БПФ.

Пусть число отсчетов $\mathbf{X}_M$, $M=2^p$, $p=1, 2, \ldots$, дискретного сигнала (1) равно

$$M = Nr, \quad N = 2^{p_1}, \quad r = 2^{p_2}, \quad p_1 + p_2 = p, \quad p_1,\ p_2 = 1, 2, \ldots. \tag{4}$$

Матрица ДЭФ F_M в этом случае может быть представлена следующим образом:

$$
\{\mathrm{def}\,(k,n)\} = F_{Nr} = \begin{array}{r} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ (Nr-1) \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 0 & 1 & \dots & (Nr-1) \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & 1 & \dots & 1 \\
1 & W_N^{1/r} & \dots & W_N^{\frac{Nr-1}{r}} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
1 & W_N^{\frac{Nr-1}{r}} & \dots & W^{\frac{(Nr-1)(Nr-1)}{r}}
\end{bmatrix}_{k}^{n}
\end{array},
$$

$$
W_N = \exp\left(-j\,\frac{2\pi}{N}\right). \qquad (5)
$$

Обозначим множество номеров строк матрицы F_{Nr} через E:

$$
E = \{0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ Nr-1\}. \qquad (6)
$$

Применив к множеству номеров строк E матрицы F_{Nr} отношение сравнимости по модулю r [3], получим r подмножеств классов вычетов по модулю r, мощность каждого из которых равна r:

$$
\begin{aligned}
&E_0 = \{0,\ r,\ \dots,\ r(N-1)\};\\
&E_1 = \{1,\ r+1,\ \dots,\ r(N-1)+1\};\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&E_{r-1} = \{r-1,\ 2r-1,\ \dots,\ Nr-1\};\\
&E_i \neq \varnothing;\quad E_i \bigcap_{i\neq j} E_j = \varnothing;\quad \bigcup_{i=0}^{r-1} E_i = E.
\end{aligned} \qquad (7)
$$

Используя полученное разбиение, переупорядочим множество строк матрицы F_{Nr} и представим ее в виде блочной матрицы

$$
A_{r,\text{бл}} = \begin{array}{r} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ (r-1) \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 0 & 1 & \dots & (r-1) \end{array} \\
\begin{bmatrix}
A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1r} \\
A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2r} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
A_{r1} & A_{r2} & \dots & A_{rr}
\end{bmatrix}_{k}^{n}
\end{array}, \qquad (8)
$$

где A_{ij}, $i,\ j=1,\ 2,\ \dots,\ r$,— матрицы размером N, номера строк которых являются классами вычетов по модулю r.

Проанализируем структуру блочной матрицы (8). С учетом соотношений (5) и (7) несложно установить, что матрицы A_{i1}, $i=1,\ 2,\ \dots,\ r$, образующие первый столбец блочной матрицы $A_{r,\text{бл}}$, представляются в общем виде следующим образом:

$$
A_{i,1} = \begin{array}{r} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ (N-1) \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 0 & 1 & \dots & (N-1) \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & W_N^{(i-1)/r} & \dots & W_N^{\frac{(i-1)}{r}(N-1)} \\
1 & W_N^{1+\frac{(i-1)}{r}} & \dots & W_N^{\left[1+\frac{(i-1)}{r}\right](N-1)} \\
\vdots & \vdots & \dots & \vdots \\
1 & W_N^{\left[N-1+\frac{(i-1)}{r}\right]} & \dots & W_N^{\left[N-1+\frac{(i-1)}{r}\right](N-1)}
\end{bmatrix}_{k}^{n}
\end{array},\quad i=1,\ \dots,\ r, \qquad (9)
$$

а матрицы A_{ij}, $j=1,\ 2,\ \dots,\ r$, $i=1,\ \dots,\ r$, образующие строки блочной матрицы $A_{r,\text{бл}}$, могут быть получены как кронекеровские произведения матрицы $A_{i,1}$, $i=1, \ldots, r$, на строки C_j $(j=1, 2, \ldots, r)$ матрицы ДЭФ размерностью $r\times r$:

$$F_r = \begin{array}{c@{\;}c} & \begin{matrix} 0 & 1 & \ldots & (r-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (r-1)_k \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & W_r^1 & \ldots & W_r^{(r-1)} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ 1 & W_r^{(r-1)} & \ldots & W_r^{(r-1)(r-1)} \end{bmatrix}^{n} \end{array}, \quad W_r = \exp\left(-j\,\frac{2\pi}{r}\right). \tag{10}$$

Следовательно, блочная матрица (8) с учетом (9) и (10) преобразуется к виду

$$A_{r,\text{бл}} = \begin{array}{c@{\;}c} & \begin{matrix} 0 & 1 & \ldots & (r-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (r-1)_k \end{matrix} & \begin{bmatrix} A_{11} & A_{11} & \ldots & A_{11} \\ A_{21} & W_r^1 A_{21} & \ldots & W_r^{(r-1)} A_{21} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ A_{r1} & W_r^{(r-1)} A_{r1} & \ldots & W_r^{(r-1)(r-1)} A_{r1} \end{bmatrix}^{n} \end{array}, \tag{11}$$

где $A_{ij} = A_{i1} \otimes C_j$, $\otimes$ — символ кронекеровского произведения; $G_j = [1, W_r^{(j-1)}, \ldots, W_r^{(j-1)(r-1)}]$, $i = 1, 2, \ldots, r$, $j = 1, 2, \ldots, r$.

Рассмотрим структуру матрицы F_M^* обратного ДПФ. Представляя число отсчетов S_M согласно соотношению (4), матрицу F_M^* запишем в виде

$$\{\mathrm{def}^*(k, n)\} = F_{Nr}^* = \begin{array}{c@{\;}c} & \begin{matrix} 0 & 1 & \ldots & (Nr-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (Nr-1)_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & W_N^{-1/r} & \ldots & W_N^{-\frac{Nr-1}{r}} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ 1 & W_N^{-\frac{Nr-1}{r}} & \ldots & W_N^{-\frac{(Nr-1)(Nr-1)}{r}} \end{bmatrix}^{k} \end{array}. \tag{12}$$

Аналогичным образом применяя к множеству строк матрицы F_{Nr}^* отношение сравнимости по модулю r, находим r подмножеств классов вычетов по модулю r, мощность каждого из которых равна r (7). Переупорядочивая строки матрицы F_{Nr}^*, согласно полученному разбиению, представим ее в виде блочной матрицы

$$B_{r,\text{бл}} = \begin{array}{c@{\;}c} & \begin{matrix} 0 & 1 & \ldots & (r-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (r-1)_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \ldots & B_{1r} \\ B_{21} & B_{22} & \ldots & B_{2r} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ B_{r1} & B_{r2} & \ldots & B_{rr} \end{bmatrix}^{k} \end{array}, \tag{13}$$

где

$$B_{i,1} = \begin{array}{c@{\;}c} & \begin{matrix} 0 & 1 & \ldots & (N-1) \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (N-1)_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^{-(i-1)/r} & \ldots & W_N^{-\frac{(i-1)}{r}(N-1)} \\ 1 & W_N^{-\left[1+\frac{(i-1)}{r}\right]} & \ldots & W_N^{-\left[1+\frac{(i-1)}{r}\right](N-1)} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \\ \cdot & \cdot & \ldots & \\ \cdot & \cdot & \ldots & \\ 1 & W_N^{-\left[N-1+\frac{(i-1)}{r}\right]} & \ldots & W_N^{-\left[N-1+\frac{(i-1)}{r}\right](N-1)} \end{bmatrix}^{k} \end{array}; \tag{14}$$

$$B_{ij} = B_{i1} \otimes D_j, \quad D_j = \left[1, W_r^{-(j-1)}, \ldots, W_r^{-(j-1)(r-1)}\right], \tag{15}$$
$$i = 1, 2, \ldots, r, \quad j = 1, 2, \ldots, r.$$

Блочная матрица (8) с учетом (14) и (15) преобразуется к виду

$$B_{r,\text{бл}} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ (r-1) \\ \scriptstyle n \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & 1 & \cdots & (r-1) \end{array}\ \scriptstyle k \\ \begin{bmatrix} B_{11} & B_{11} & \cdots & B_{11} \\ B_{21} & W_r^{-1} B_{21} & \cdots & W_r^{-(r-1)} B_{21} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ B_{r1} & W_r^{-(r-1)} B_{r1} & \cdots & W_r^{-(r-1)(r-1)} B_{r1} \end{bmatrix} \end{array}. \tag{16}$$

Сравнивая соотношения (9) и (14), а также строчные матрицы C_j (10) и D_j (15), нетрудно видеть, что блочные матрицы $A_{r\,\text{бл}}$ и $B_{r\,\text{бл}}$, определяющие соответственно прямое и обратное ДПФ, отличаются комплексной сопряженностью элементов. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать структуру матрицы $A_{r\,\text{бл}}$ (8) прямого ДПФ, так как распространение полученных результатов на обратное ДПФ сводится к переходу к комплексно-сопряженным значениям.

Представим вектор $\mathbf{X}_M$ (1) в виде блочного вектора $\mathbf{X}_r$:

$$\mathbf{X}_r = [\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \ldots, \mathbf{X}_{r-1}]^{\text{т}}. \tag{17}$$

Здесь $\mathbf{X}_i = [x(iN), x(iN+1), \ldots, x(iN+N-1)]^{\text{т}}$, $i = 0, 1, \ldots, r-1$. Тогда вычисление ДПФ вектора $\mathbf{X}_M$, согласно выражению (2), с учетом (11) и (17) можно найти как

$$\mathbf{S}_r = A_{r,\,\text{бл}} \mathbf{X}_r / M, \tag{18}$$

где $\mathbf{S}_r = [\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \ldots, \mathbf{S}_{r-1}]^{\text{т}}$ — вектор коэффициентов разложения блочного вектора $\mathbf{X}_r$: $\mathbf{S}_i = [s(i), s(r+i), \ldots, s(rN-r+i)]^{\text{т}}$, $i = 0, 1, \ldots, r-1$.

Отметим, что вычисление вектора $\mathbf{S}_r$ можно проводить в r этапов, каждый из которых состоит из r подэтапов. Действительно, при поступлении вектора $\mathbf{X}_0 = [x(0), x(1), \ldots, x(N-1)]^{\text{т}}$ на первом этапе определяем матричные произведения

$$\mathbf{Y}_{i,\,0} = A_{i,\,1} \times \mathbf{X}_0,$$

где $i = 1, 2, \ldots, r$ — номер подэтапа. На втором этапе при поступлении вектора $\mathbf{X}_1 = [x(N), x(N+1), \ldots, x(2N-1)]^{\text{т}}$ находим матричные произведения $\mathbf{Y}_{i,1} = A_{i,1} \mathbf{X}_1 W_r^{(i-1)}$, $i = 1, 2, \ldots, r$, и сумму векторов $\mathbf{Y}_{i,\,0}$ и $\mathbf{Y}_{i,\,1}$, $i = 1, \ldots, r$. Выполняя аналогично оставшиеся $r-2$ этапа, получим вектор $\mathbf{S}_r$ коэффициентов ДПФ вектора $\mathbf{X}_r$:

$$\mathbf{S}_r = [\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \ldots, \mathbf{S}_{r-1}]^{\text{т}}, \tag{19}$$

где $\mathbf{S}_{i-1} = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{r-1} \mathbf{Y}_{i,k}$; $\mathbf{Y}_{i,k} = A_{i,1} \mathbf{X}_k W_r^{(i-1)k}$; i; $k+1$ — номера подэтапов и этапов соответственно.

Естественно, поэтапное вычисление ДПФ вектора $\mathbf{X}_r$ будет эффективным только в том случае, когда матричные произведения (19) могут быть получены с помощью быстрых алгоритмов.

Рассмотрим более подробно структуру матрицы $A_{i,\,1}$ (9). В работе [4] введена система параметрических ДЭФ (ДЭФ-П), которые при значении параметра $\Theta = 0$ переходят в обычные ДЭФ:

$$F_{N,\Theta} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ (N-1) \\ \scriptstyle k \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 0 & 1 & \cdots & N-1 \end{array}\ \scriptstyle n \\ \begin{bmatrix} 1 & W_N^{\Theta} & \cdots & W_N^{\Theta(N-1)} \\ 1 & W_N^{1+\Theta} & \cdots & W_N^{(1+\Theta)(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & W_N^{(N-1+\Theta)} & \cdots & W_N^{(N-1+\Theta)(N-1)} \end{bmatrix} \end{array}, \tag{20}$$

где строки $F_{N,\,\Theta}$ — ДЭФ-П.

Можно показать, что система ДЭФ-П является полной системой, а разложение по этой базисной системе — параметрическое ДПФ (ДПФ-П) — задается следующими соотношениями:

$$S_N(k,\Theta)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\,W_N^{(k+\Theta)n},\ k=\overline{0,N-1};$$
$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1}S_N(k,\Theta)\,W_N^{-(k+\Theta)n},\ n=\overline{0,N-1},\ 0\leqslant\Theta<1. \qquad (21)$$

Для ДПФ-П существует быстрый алгоритм вычисления (БПФ-П), в основе которого лежит метод прореживания во времени. Суть алгоритма БПФ-П сводится к переформированию поворачивающих множителей стандартного БПФ в соответствии с выражением [4]

$$W_{N,i}^{\text{п}}=W_{N,i}W^{N\Theta/2^i}, \qquad (22)$$

где i — номер слоя БПФ; $W_{N,i}$ — поворачивающие множители стандартного БПФ.

Из сравнения матриц (9) и (20) нетрудно видеть, что $A_{i,1}+F_{N,\Theta}$ при $\Theta=0,\ 1/r,\ \ldots,\ (r-1)/r$, т. е. вычисления матричных произведений (19) могут быть получены методом БПФ-П. Следовательно, предлагаемый метод распараллеливания процесса вычисления ДПФ последовательности $x(n)$, $n=\overline{0,\ M-1}$, позволяет, с одной стороны, использовать быстрые алгоритмы вычисления ДПФ, с другой — начинать вычисления после поступления $N/2$ отсчетов исходного сигнала, что дает возможность резко уменьшить задержку в начале вычислений, так как $N<M$. На рисунке представлена блок-схема, иллюстрирующая процесс поэтапного вычисления ДПФ $\mathbf{X}_M$. Нахождение обратного ДПФ может быть выполнено согласно (14) и (15) заменой поворачивающих множителей в БПФ-П и F_r на комплексно-сопряженные значения.

Оценим эффективность предлагаемого метода вычисления ДПФ с точки зрения реализации его в реальном масштабе времени. Для M-точечного БПФ по основанию 2 общее число базовых операций равно $M\log_2 M/2$, так как преобразование включает в себя $\log_2 M$ этапов, на каждом из которых выполняется $M/2$ базовых операций. Следовательно, время вычислений ДПФ

$$T_1=(M\log_2 M/2)\,T_{\text{б}1}, \qquad (23)$$

где $T_{\text{б}1}$ — время выполнения базовой операции БПФ.

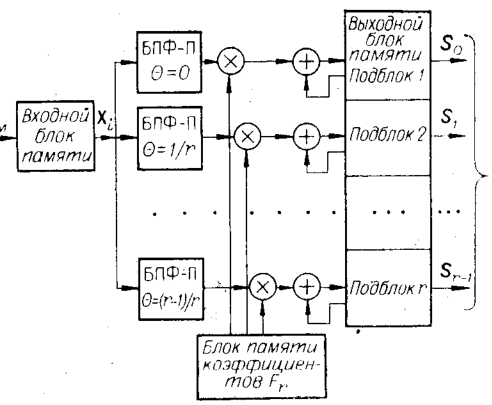
Так как вычисление ДПФ с помощью БПФ можно начинать лишь после поступления $M/2$ отсчетов, то его выполнение при работе в реальном масштабе времени должно быть закончено за время $M/f_{\text{кв}_1}$, где $f_{\text{кв}_1}$ — частота выборок сигнала. Следовательно, уравнение реализации реального масштаба времени имеет вид

$$T_{\text{б}1}\log_2 M/2=1/f_{\text{кв}_1}, \qquad (24)$$

а время задержки выдачи результатов $T_{\text{з}1}=T_1/2$. В предлагаемом методе время вычисления N-точечного ДПФ-П с помощью БПФ-П

$$T_2=(N\log_2 N/2)\,T_{\text{б}2}, \qquad (25)$$

где $T_{\text{б}2}$ — время выполнения базовой операции БПФ-П. При этом уравнение реализации реального масштаба времени в предлагаемом методе записывается как



$$T_{б2}\log_2 N/2 = 1/f_{кв_2}, \tag{26}$$

а время задержки результатов

$$T_{з2} = T_1/2 + NT_у \tag{27}$$

($T_у$ — время выполнения одного комплексного умножения).

Анализ уравнений (24) и (26) реализации реального масштаба времени позволяет сделать следующие выводы. В предлагаемом методе возможны три варианта повышения эффективности вычисления ДПФ, обеспечивающие реальный масштаб времени:

1) при $f_{кв_1} = f_{кв_2}$ время выполнения базовой операции может быть увеличено в $\log_2 M/\log_2 N$ раз;

2) при $T_{б1} = T_{б2}$ частота выборок сигнала повышается в $\log_2 M/\log_2 N$ раз;

3) при $f_{кв_1} = f_{кв_2}$, $T_{б1} = T_{б2}$ число отсчетов анализируемого сигнала может быть увеличено в r раз.

Кроме того, предлагаемый метод позволяет резко уменьшить время задержки (27) в получении коэффициентов ДПФ M-точечной последовательности.

Полученные результаты могут найти применение, например, в задачах виброакустической диагностики машин и механизмов [5]. При частоте выборок виброакустического сигнала $f_{кв} = 20$ кГц и длительности последовательности 1024 отсчета время выполнения базовой операции для обеспечения реального масштаба времени составляет $T_{б1} = 10$ мкс, а оптимальная длительность цикла обращения к памяти равна $T_{об} = T_{б1}/4 = 2{,}5$ мкс [2]. В настоящее время создание арифметических устройств (АУ) с $T_{б1} = 10$ мкс и запоминающих устройств с $T_{об} = 2{,}5$ мкс вполне реально. Однако в задачах виброакустической диагностики машин и механизмов одним из путей повышения надежности выделения информативных признаков является переход в ультразвуковой диапазон. Например, увеличение частоты выборки до 50 кГц приводит к необходимости базовую операцию выполнять за 4 мкс и иметь память с циклом обращения 1 мкс. Если реализация АУ с $T_{б1} = 4$ мкс не вызывает затруднений, то реализация ЗУ с $T_{об} = 1$ мкс и объемом 1024 слова будет стоить весьма дорого [2]. Применение же предлагаемого метода при $N256$, $r = 4$ позволяет, во-первых, выполнять базовую операцию за 5 мкс, во-вторых, использовать ЗУ объемом 256 слов и циклом обращения 1,25 мкс, создание которого вполне реально.

Таким образом, на основе анализа структуры систем дискретных экспоненциальных функций предложен метод получения коэффициентов дискретного преобразования Фурье последовательностей большой длительности в реальном масштабе времени. Предлагаемый метод позволяет распараллеливать процесс вычисления дискретного преобразования Фурье последовательности и совмещать процесс получения коэффициентов дискретного преобразования Фурье с поступлением отсчетов анализируемого дискретного сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пойда В. Н.** Спектральный анализ в дискретных ортогональных базисах.— Минск: Наука и техника, 1978.
2. **Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов.— М.: Мир, 1978.
3. **Трахтман А. М., Трахтман В. А.** Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах.— М.: Сов. радио, 1975.
4. **Пономарев В. А.** Усечение системы дискретных экспоненциальных функций во временной или частотной области.— Автометрия, 1983, № 1.
5. **Артоболевский И. И., Бобровницкий Ю. И., Генкин М. Д.** Введение в акустическую динамику машин.— М.: Наука, 1979.

Поступила в редакцию 7 января 1983 г.