

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дорошев В. П., Ямный В. Е. Предельный динамический диапазон функциональных АЦП.— Автометрия, 1984, № 2, с. 112—115.
2. Левин Л. С., Плоткин М. А. Основы построения цифровых систем передачи.— М.: Связь, 1975.

Поступило в редакцию 27 июня 1984 г.

УДК 681.121.4

А. Л. АЛИМОВ

(Ленинград)

## ЦИФРОВАЯ КОРРЕКЦИЯ ПОКАЗАНИЙ ТОПЛИВОИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Одной из важнейших частей топливоизмерительной системы летательного аппарата является система измерения запаса топлива на борту. В качестве первичных измерителей в современных системах обычно используются электроемкостные датчики уровня [1]. На количество и положение датчиков в топливном баке, а также их статические характеристики накладываются достаточно жесткие технологические ограничения, что приводит к появлению методических погрешностей измерения. По литературным данным [2], основная доля погрешности (от 50 до 60%) приходится на ошибки измерения, связанные с изменением пространственного положения топлива в баке при эволюциях летательного аппарата. Эти ошибки представляют собой систематическую погрешность, зависящую от объема  $V$  топлива в баке и вектора  $n$  топливной вертикали, т. е. вектора, перпендикулярного поверхности топлива, принимаемой за плоскость. Уменьшение систематической погрешности возможно путем использования различных корректирующих устройств. В настоящей работе рассмотрим возможности цифровой коррекции показаний топливоизмерительной системы.

1. Исходными данными для коррекции является систематическая погрешность  $\delta = \delta(V, n)$ , представляющая собой функцию объема  $V$  и вектора  $n$  топливной вертикали. При цифровой коррекции необходимо перейти от непрерывной зависимости  $\delta$  от  $V$  и  $n$  к ее дискретной аппроксимации. Предположим, что объем  $V$  принимает набор значений  $\{V_1, \dots, V_N\}$ , а вектор  $n$  — значения  $\{n_1, \dots, n_L\}$ . Данные для коррекции, т. е. значения  $\delta = \delta(V_i, n_j) = \delta_{ij}$ , должны храниться в памяти бортового вычислительного устройства. Общий объем необходимой для этого памяти пропорционален величине  $M = N \times L$ . Для обеспечения необходимой точности значения  $N$  и  $L$  следует выбирать достаточно большими, особенно это касается величины  $N$ . В типичных ситуациях  $N \gg L$ . При этих условиях значение величины  $M$  существенно превышает допустимый объем памяти запоминающего устройства, который может быть отведен для хранения данных коррекции. В связи с этим возникает проблема сжатия и компактного хранения данных коррекции. Стандартный путь решения задачи заключается в разработке специальных методов кодирования исходных данных. Однако еще до этапа кодирования можно попытаться уменьшить объем необходимых для коррекции данных, используя их информационную избыточность.

Информационная избыточность связана с тем обстоятельством, что выбор исходной сетки переменных  $(V, n)$  производится из общих соображений относительно точности коррекции и не учитывает, во-первых, индивидуальные особенности поведения функции  $\delta = \delta(V, n)$  и, во-вторых, наличие допустимой точности коррекции  $\varepsilon = \varepsilon(V, n)$ . При коррекции вместо точного значения  $\delta(V, n)$  можно использовать произвольное значение  $\delta'$ , удовлетворяющее условию  $|\delta(V, n) - \delta'| \leq \varepsilon(V, n)$ . Систематический учет этого обстоятельства приводит к следующей конструкции. Предположим, что задан набор функций  $\{\varphi_1(V), \dots, \varphi_k(V)\}$  такой, что для любого вектора  $n$  найдутся номер  $i(n)$  и соответствующая функция  $\varphi_{i(n)}(V)$ , для которой выполняется условие

$$|\delta(V, n) - \varphi_{i(n)}(V)| \leq \varepsilon(V, n). \quad (1)$$

Если такой набор функций существует и  $K \ll M$ , то в памяти бортового вычислительного устройства достаточно хранить информацию о наборе функций  $\{\varphi_1, \dots, \varphi_k\}$  и способе перехода от вектора  $n$  к номеру  $i(n)$ . Переядем теперь к формализации поставленной задачи.

2. Рассмотрим исходное семейство  $\Phi = \{f(x, \alpha), \alpha \in A\}$  произвольных непрерывных функций, заданных на одном и том же интервале  $[a, b]$ . Параметр  $\alpha$  принадлежит некоторому конечному множеству  $A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ . Сокращение необходимого объема памяти для хранения семейства  $\Phi$  можно ожидать, если предположить, что для каждой из функций семейства  $f(x, \alpha)$  задана допустимая точность ее воспроизведения или, иначе говоря, допустимая величина ее искажения  $\varepsilon(x, \alpha)$ . Последнее означает, что любая непрерывная функция  $g(x)$ , удовлетворяющая условию

$$|f(x, \alpha) - g(x)| \leq \varepsilon(x, \alpha), \quad x \in [a, b],$$

считается правильно воспроизводящей функцию  $f(x, \alpha)$ . При этом возникает принципиальная возможность одновременного правильного воспроизведения нескольких функций семейства  $\Phi$  одной и той же функцией  $g(x)$ . Набор функций, восстановляемый с заданной точностью одной и той же функцией, будем называть классом сходства. Таким образом, исходное семейство  $\Phi$  может быть разбито на конечное число классов сходства  $\Phi_k$ ,  $k = \overline{1, m}$ . Представляет интерес разбиение семейства  $\Phi$  на минимально возможное число классов сходства. Достигаемое при этом сокращение объема памяти запоминающего устройства пропорционально величине  $n/m$ , которую естественно назвать коэффициентом сжатия. Чем больше эта величина, тем меньше необходимый объем памяти запоминающего устройства.

Выясним теперь условия, при которых набор функций может принадлежать одному классу сходства. Пусть набор функций  $\{f(x, \alpha), \alpha \in I \subset A\}$  образует класс сходства. Тогда существует непрерывная функция  $g_I(x)$  такая, что для любого  $\alpha \in I$  выполняется неравенство

$$|f(x, \alpha) - g_I(x)| \leq \varepsilon(x, \alpha), \quad x \in [a, b], \quad \alpha \in I. \quad (2)$$

Из неравенства (2) вытекает следующее простое свойство: для любых  $\alpha, \beta \in I$  справедливо неравенство

$$|f(x, \alpha) - f(x, \beta)| \leq \varepsilon(x, \alpha) + \varepsilon(x, \beta), \quad x \in [a, b], \quad \alpha, \beta \in I. \quad (3)$$

Оказывается, что свойство (3) является характеристическим для любого класса сходства, а именно: если произвольное семейство функций  $\{f(x, \alpha), \alpha \in I \subset A\}$  обладает тем свойством, что для любой пары функций из этого семейства выполняется условие (3), то это семейство образует класс сходства, т. е. существует функция  $g_I(x)$ , быть может не единственная, удовлетворяющая условию (2) для любого  $\alpha \in I$ . Доказательство основано на прямой проверке того факта, что любая функция  $g(x)$ , удовлетворяющая условию

$$\max_{\alpha \in I} |f(x, \alpha) - g(x)| \leq g(x) \leq \min_{\alpha \in I} |f(x, \alpha) + g(x)|, \quad x \in [a, b],$$

одновременно удовлетворяет и условию (2), т. е. может быть взята в качестве функции  $g_I(x)$ .

3. Перейдем к разбиению исходного семейства  $\Phi$  на классы сходства. Такие разбиения заведомо существуют, например тривиальное, при котором в каждый из классов входит только одна функция исходного семейства. Интерес представляют оптимальные разбиения, т. е. разбиения, содержащие минимально возможное число классов сходства. Задача построения оптимального разбиения сводится к некоторой задаче теории графов.

Введем неориентированный граф  $G = (E, V)$ . Каждой функции  $f(x, \alpha)$  исходного семейства  $\Phi$  сопоставим вершину  $e_\alpha$  графа  $G$ . Вершины  $e_\alpha$  и  $e_\beta$  связаны дугой  $v_{\alpha\beta}$ , если для функций  $f(x, \alpha)$  и  $f(x, \beta)$  выполняется условие (3), т. е. эти функции принципиально могут попасть в один класс сходства. В силу доказанного характеристического свойства семейства  $\Phi$  с любым классом сходства сопоставляется соответствующее семейство вершин графа  $G$ , каждые две из которых смежны, т. е. класс сходства отождествляется с полным подграфом графа  $G$ . Следовательно, разбиение исходного семейства функций на классы сходства эквивалентно разбиению графа на полные подграфы. Полученная задача двойственна задаче о раскраске графа. Действительно, рассмотрим граф  $G$ , двойственный графу  $G$ , и его некоторую раскраску. Вершины, раскрашенные одним цветом, не смежны в графе  $G$ , следовательно, порождают полный подграф графа  $G$ . Поэтому любая раскраска графа  $G$  однозначно определяет разбиение графа  $G$  на полные подграфы. Минимальная раскраска  $G$  эквивалентна минимальному разбиению исходного графа  $G$ . Литература, посвященная раскраске графа, весьма обширна (см., например, [3]). В силу экспоненциальной сложности задачи точные алгоритмы раскраски оказываются неэффективными уже при числе вершин графа порядка нескольких десятков, в то время как в рассматриваемой нами задаче число вершин — порядка нескольких сотен. Поэтому предпочтительными оказываются алгоритмы сокращенного перебора типа метода ветвей и границ и эвристические алгоритмы.

В задаче коррекции показаний при некоторой нумерации исходных функций  $f(x, \alpha)$  матрица смежности графа  $G$  имеет характерную структуру типа ленточной. Для разбиения таких графов на полные подграфы удобным и достаточно эффективным оказался следующий эвристический алгоритм. Каждая из вершин исходного графа анализируется только один раз, и на основании этого анализа она либо включается в один из уже образованных классов, либо порождает новый класс. Порядок просмотра всех вершин графа задается следующим образом. На каждом шаге алгоритма есть некоторый набор частично сформированных классов и множество еще нерасклассифицированных вершин. В этом множестве ищется вершина, имеющая минимальную степень по отношению к уже сформированным классам. Если степень этой вершины равна нулю, то образуется новый класс, содержащий на данном шаге только эту вершину. Если же степень не равна нулю, то вершина включается в один из смежных с нею классов. Если таких классов несколько, то выбирается тот из них, который имеет минимальную степень по отношению к еще нерасклассифицированным вершинам. На начальном этапе работы алгоритма долж-

но быть задано некоторое независимое множество вершин исходного графа  $G$ . Каждый из исходных классов включает одну из вершин этого независимого множества языке Фортран и применялись для решения задачи сжатия данных, необходимых при коррекции показаний топливоизмерительной системы летательного аппарата. Достигаемый при этом коэффициент сжатия лежит в диапазоне 2...30 и зависит от свойств исходного семейства функций  $\delta(V, n)$  и выбранной дискретной сетки временных  $(V, n)$ . Дальнейшее увеличение коэффициента сжатия возможно за счет выбора специальной параметризации функций  $g_i$ , представляющих каждый из классов.

Отметим обратное влияние результата классификации на выбор исходной дискретной сетки. Если результирующие классы содержат малое число исходных функций, а тем более всего одну, то это может означать, что в соответствующей области изменения параметра  $n$  исходная дискретная сетка слишком груба. В этой области полезно провести дополнительные измерения и после чего повторить разбиение на классы сходства. Таким образом можно уточнить необходимую дискретизацию систематической погрешности  $\delta(V, n)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Браславский Д. А. Приборы и датчики летательных аппаратов.— М.: Машиностроение, 1970.
2. Скрипниченко С. Ю. Экономичность полета самолета.— М.: Транспорт, 1982.
3. Шнейдер А. А. Классификация и анализ эвристических алгоритмов раскраски вершин графа.— Кyбернетика, 1984, № 4, с. 15—22.

Поступило в редакцию 29 октября 1984 г.