

ЛИТЕРАТУРА

1. Атутов С. Н. и др. Методы поляризационной спектроскопии в исследовании релаксационных характеристик системы вырожденных состояний.— *Автометрия*, 1979, № 4, с. 30.
2. Раутиан С. Г., Шалагин А. М. Нелинейные резонансы, индуцированные дезориентирующими столкновениями.— *Опт. и спектр.*, 1979, т. 46, вып. 6, с. 1162.
3. Атутов С. Н. и др. Методы поляризационной нелинейной спектроскопии в исследовании дезориентирующих столкновений.— *Опт. и спектр.*, 1980, т. 49, вып. 6, с. 1041.
4. Раутиан С. Г., Рудавец А. Г., Шалагин А. М. Ударное уширение спектральных линий и нелинейных резонансов вследствие анизотропных столкновений.— В кн.: *Нелинейная оптика: Труды 6-й Вавиловской конф.*, ч. 2. Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1979, с. 116.
5. Николаев Г. Н., Раутиан С. Г., Родионов Г. Д., Сапрыкин Э. Г. Экспериментальное обнаружение влияния анизотропных столкновений на поглощение света в неоне.— Новосибирск, 1985. (Препринт/АН СССР, Сиб. отд-ние, ИАиЭ СО АН СССР; 283).
6. Keller J.-C., Delsart C. Observation of Doppler — free laser-induced birefringence using interferences of polarized light.— *Opt. Commun.*, 1977, v. 20, N 1, p. 147.
7. Чайка М. П. Поглощение света парами со скрытым выстраиванием.— *Опт. и спектр.*, 1971, т. 31, вып. 5, с. 670.
8. Павлов А. В., Полищук В. А., Чайка М. П. Дихроизм в разряде постоянного тока в Ne.— *Опт. и спектр.*, 1980, т. 49, вып. 5, с. 998.

Поступила в редакцию 5 мая 1985 г.

УДК 621.391

А. Ц. САФРОНОВ, И. Н. ТРОИЦКИЙ

(Москва)

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ФАЗОМЕТРИИ В КОГЕРЕНТНОЙ ОПТИКЕ

С момента появления первых источников когерентного излучения проблема записи и восстановления волновых фронтов световых полей постоянно находилась в поле зрения многочисленных исследователей. Как известно, сложность данной проблемы обусловлена отсутствием приемных устройств, способных непосредственно регистрировать неэнергетические характеристики поля, поэтому впоследствии были разработаны методы, базирующиеся на принципах голографии и позволяющие косвенным путем регистрировать комплексную амплитуду поля.

Однако в последнее время значительно возрос интерес к проблеме не просто записи и восстановления комплексного поля, а выделения его чисто фазовой компоненты с целью анализа и отдельной обработки амплитудной и фазовой информации, закодированной в сигнале. В когерентной оптике подобная задача известна как «фазовая проблема».

Для ее решения были разработаны многочисленные методы [1], обладающие, однако, рядом недостатков, среди которых наиболее существенными выступают следующие:

1) выделение фазовой информации в большинстве случаев осуществляется в нереальном масштабе времени с привлечением электронно-вычислительных устройств;

2) в присутствии шумов сходимость большинства итерационных алгоритмов восстановления фазы нарушается;

3) найденные фазовые распределения дискретизированы по пространству и представлены в цифровой форме;

4) неоднозначность восстановления фазового фронта волны.

Предлагаемый метод фазометрии позволяет частично либо полностью устранить перечисленные недостатки. Это достигается путем использования в оптическом канале измерителя пространственно-временного модулятора света (ПВМС). Он осуществляет трансформацию фазового фронта волны и управляется сигналом обратной связи, который форми-

руется в процессе регистрации и последующей обработки распределения интенсивности поля в плоскости изображения. В качестве такого фазового ПВМС с коэффициентом пропускания $\tau = \exp[-i\varphi(\rho)]$ может быть использовано деформируемое зеркало с L пьезоэлектрическими приводами (L -степенями свободы) и плавно изменяющимся профилем отражающей поверхности (например, монолитные или пленочные зеркала).

Суть метода заключается в следующем. Пусть принимаемое световое поле имеет вид

$$\varepsilon(\rho, t) = \operatorname{Re}\{\varepsilon(\rho) \exp[i\omega_0 t]\} + n(\rho, t). \quad (1)$$

Здесь ω_0 — несущая частота сигнала; $\varepsilon(\rho) = \int_{\Omega_0} E(\mathbf{r}_1) H(\rho, \mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1$ — комплексная амплитуда поля объекта в плоскости апертуры Ω ($\rho \in \Omega$) площадью S ; $E(\mathbf{r}_1)$ — комплексная амплитуда поля в картинной плоскости Ω_0 ($\mathbf{r}_1 \in \Omega_0$); $n(\rho, t)$ — гауссовый шум со спектральной плотностью N_0 ; $\langle n(\rho, t)n(\rho_1, t_1) \rangle = N_0 \delta(\rho - \rho_1) \delta(t - t_1)$. Передаточная функция свободного пространства

$$H(\rho, \mathbf{r}) = \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda R} |\rho - \mathbf{r}|^2\right) (\lambda R) \text{ (для зоны Френеля)}$$

и
$$H(\rho, \mathbf{r}) = \exp\left(-\frac{i2\pi}{\lambda R} |\rho - \mathbf{r}|^2\right) (\lambda R) \text{ (для зоны Фраунгофера),}$$

где R — расстояние до объекта; λ — длина волны излучения.

После прохождения сигнала через узкополосный частотный фильтр (ω_0), линзу и фазовый ПВМС его интенсивность в плоскости изображения описывается функцией

$$J_n(\mathbf{r}) = \left| \int_{\Omega} \varepsilon_{0n}(\rho) \exp[-i\varphi(\rho)] H^*(\rho, \mathbf{r}) d\rho \right|^2, \quad (2)$$

где
$$\varepsilon_{0n}(\rho) \equiv \int_{(n-1)T_0}^{nT_0} \varepsilon(\rho, t) \exp(-i\omega_0 t) dt = \frac{T_0}{2} \varepsilon(\rho) + \int_{(n-1)T_0}^{nT_0} n(\rho, t) \times$$

$\times \exp(-i\omega_0 t) dt$ — сигнал на выходе частотного фильтра; T_0 — время накопления сигнала между ближайшими подстройками фазы ($\omega_0 \gg 1/T_0$); $N = T/T_0$ — общее число циклов подстройки фаз; n — номер цикла; $-i\varphi(\rho)$ — фазовый сдвиг, вводимый посредством ПВМС; * — знак комплексного сопряжения.

Пусть фазовый ПВМС подстраивается с целью максимизации в плоскости изображения интегрального критерия

$$\mathcal{F}_n = \int_{2\Omega_0} v_n(\mathbf{r}) J_n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (3)$$

где весовая функция

$$v_n(\mathbf{r}) = \left| \int_{\Omega} \varepsilon_{0n}(\rho) |H^*(\rho, \mathbf{r}) d\rho|^2. \quad (4)$$

Тогда по достижении глобального максимума $\widehat{\mathcal{F}}_n = \int_{2\Omega_0} v_n^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ будем

иметь (в среднем по всем шумовым реализациям) равенство $\varphi(\rho) = \arg \varepsilon(\rho)$. Это означает, что при $\widehat{\mathcal{F}}_n = \max_{\varphi} \mathcal{F}_n$ в пределах ПВМС с точностью до $2\pi k$ будет выставлен фазовый профиль, равный со знаком минус фазовому распределению поля объекта. С физической точки зрения в процессе подстройки происходит исключение из входного сигнала фазы поля объекта, и в результате в плоскости изображения формируется образ, соответствующий образу, который бы восстанавливался из чисто амплитудной голограммы с коэффициентом пропускания

$\tau_A = |\varepsilon_{0n}(\rho)|$ (разновидность голограммы интенсивностей). Величина $\widehat{\mathcal{F}}_n$ находится до начала процесса измерения фазы и впоследствии используется для сравнения с текущими значениями \mathcal{F}_n . При достижении глобального максимума, т. е. при совпадении \mathcal{F}_n с $\widehat{\mathcal{F}}_n$ ($J_n(\mathbf{r}) = v_n(\mathbf{r})$), подстройка фаз прекращается.

Описанный измеритель фактически имеет структуру адаптивного двухконтурного устройства, в котором осуществляется трансформация фазы входного поля с целью максимизации энергии сигнала в известном «контуре» в плоскости изображения. Поскольку «контур» (маска $v_n(\mathbf{r})$) формируется непрерывно во времени по мере поступления сигнала, то существует возможность измерения фаз и в случае нестационарного объекта.

которая имеет стандартный вид [2]

$$\widehat{\Psi}_n = \widehat{\Psi}_{n-1} + (\widehat{\mathcal{K}}_{n-1} + \widehat{\mathcal{K}}_n)^{-1} \mathbf{Z}_n(\widehat{\Psi}_{n-1}), \quad (5)$$

где

$$z_{ln}(\widehat{\Psi}_{n-1}) = \partial \mathcal{F}_n / \partial \varphi_l |_{\varphi = \widehat{\Psi}_{n-1}} = \\ = 2 \int_{2\Omega_0} v_n(\mathbf{r}) \operatorname{Re} \left[i \sum_{m \neq l}^L \exp(-i\widehat{\varphi}_{mn-1}) \varepsilon_{mn} \exp(i\widehat{\varphi}_{ln-1}) \varepsilon_{ln}^* \right] d\mathbf{r}; \quad (6)$$

$$\widehat{\mathcal{K}}_n = - \langle \|\partial^2 \mathcal{F}_n / \partial \varphi_l \partial \varphi_m\| \rangle |_{\varphi = \widehat{\Psi}_{n-1}} \quad (l, m = 1, \dots, L), \quad (7)$$

где $\varepsilon_{ln} \exp(-i\widehat{\varphi}_{ln-1}) = \int_{\Delta_l} \varepsilon_{0n}(\rho) \exp(-i\widehat{\varphi}_{ln-1}) H^*(\rho, \mathbf{r}) d\mathbf{r}$ — значение

комплексной амплитуды поля в точке \mathbf{r} изображения, сформированного ячейкой Δ_l на $(n-1)$ -м временном интервале. Угловые скобки означают процесс усреднения по шумовым реализациям, а верхняя черта — по ансамблю объектов.

Покажем, что для каждой конкретной реализации поля объекта процедура (5)–(7) «останавливается» (т. е. $\mathbf{Z}_n = 0$) только при условии $\varphi(\rho) = \arg \varepsilon(\rho)$, которому соответствует глобальный максимум $\widehat{\mathcal{F}}_n$. Для упрощения анализа будем считать, что фон отсутствует, объект находится в дальней зоне и фаза его поля в пределах апертуры Ω с хорошей степенью точности аппроксимируется ступенчатой функцией

$$\psi(\rho) \equiv \arg \varepsilon(\rho) \approx \sum_{l=1}^L \psi_l \operatorname{rect}(\rho, \rho_l), \quad \text{где } \operatorname{rect}(\rho, \rho_l) = \begin{cases} 1, & \rho \in \Delta_l; \\ 0, & \rho \notin \Delta_l. \end{cases} \quad (8)$$

Если область Δ_l не превышает размеров одного элемента разрешения (элемента спекл-структуры), то подобное приближение правомерно. Поскольку методика расчета влияния остаточных фазовых «искажений», обусловленных ограниченным быстродействием и конечностью числа степеней свободы фазового ПВМС, достаточно подробно описана в [3], то этот вопрос не рассматривается. Подставив в (6) выражение (4) и проинтегрировав по \mathbf{r} в пределах $2\Omega_0$, будем иметь

$$z_{ln}(\widehat{\Psi}_{n-1}) = 2 \left(\frac{T_0}{2} \right)^4 \operatorname{Re} \left[i \sum_{m \neq l}^L \int_{\Delta_l} d\rho_1 \int_{\Delta_m} d\rho_2 \int_{\Omega} d\rho_3 \int_{\Omega} d\rho_4 \times \right. \\ \left. \times |\varepsilon(\rho_1)| |\varepsilon(\rho_2)| |\varepsilon(\rho_3)| |\varepsilon(\rho_4)| \exp(i\psi_l - i\widehat{\varphi}_{ln-1} - i\psi_m + i\widehat{\varphi}_{mn-1}) \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \int_{2\Omega_0} H(\rho_1, \mathbf{r}) H^*(\rho_2, \mathbf{r}) H(\rho_3, \mathbf{r}) H^*(\rho_4, \mathbf{r}) d\mathbf{r} \Big] = \quad (9) \\ & = C \operatorname{Re} \left[i \sum_{m \neq l}^L \int_{\Delta_l} d\rho_1 \int_{\Delta_m} d\rho_2 \Phi(\rho_2 - \rho_1) |\varepsilon(\rho_1)| |\varepsilon(\rho_2)| \times \right. \\ & \left. \times \exp(i\psi_l - i\hat{\varphi}_{lm-1} - i\psi_m + i\hat{\varphi}_{mn-1}) \right], \quad l = 1, \dots, L, C - \text{const.} \end{aligned}$$

При выводе (9) использовался тот факт, что в условиях высокого углового разрешения ($M_0 = S_0 S / (\lambda R)^2 \gg 1$, S_0 — площадь области Ω_0)

$$\int_{2\Omega_0} H(\rho_1, \mathbf{r}) H^*(\rho_2, \mathbf{r}) H(\rho_3, \mathbf{r}) H^*(\rho_4, \mathbf{r}) d\mathbf{r} \propto \delta(\rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4). \quad (10)$$

Поскольку $\Phi(\rho_2 - \rho_1) \equiv \int_{\Omega} |\varepsilon(\rho_4 - \rho_1 + \rho_2)| |\varepsilon(\rho_4)| d\rho_4 > 0$, то из (9) следует, что при $\hat{\varphi}_{lm-1} = \psi_l$ ($l = 1, \dots, L$) градиент \mathbf{Z}_n обращается в нуль и \mathcal{F}_n достигает своего глобального максимума $\hat{\mathcal{F}}_n$.

Однако в присутствии фона на каждом шаге измерения как \mathcal{F}_n , так и вектор $\mathbf{z}_n = \{z_{1n}, \dots, z_{Ln}\}$ оказываются случайными. При этом, как показано в [3], скорость сходимости рекуррентной процедуры типа (5) — (7) в меньшей степени подвержена влиянию шума, чем точность измерения фаз σ_φ . Нижняя граница для σ_φ может быть найдена на основе привлечения методов теории статистических решений [3]. Для случая диффузно рассеивающего объекта, когда помимо фона наблюдается ярко выраженная случайность поля объекта, имеет место оценка

$$\begin{aligned} \min \sigma_\varphi^2 & \approx \mathcal{H}_{ii}^{-1} \equiv (-\langle \partial^2 \ln F[\varepsilon(\rho, t) / \varphi] / \partial \varphi_i^2 \rangle)^{-1} = \quad (11) \\ & = \frac{T^2 S}{8(\lambda R)^2 N_0^2} \int_{\Omega_0} \{u^2(\mathbf{r}) / [1 + u(\mathbf{r}) T / (4N_0)]\} d\mathbf{r}, \end{aligned}$$

где \mathcal{H}_{ii} — диагональный элемент информационной матрицы Фишера; $F[\varepsilon(\rho, t) / \varphi]$ — функционал плотности вероятностей, соответствующий приближению диффузного рассеяния, в рамках которого поле объекта имеет статистические характеристики вида $\overline{E(\mathbf{r}_1)} = 0$, $\overline{E(\mathbf{r}_1) E^*(\mathbf{r}_2)} = u(\mathbf{r}_1) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ (δ — дельта-функция Дирака). В частности, для объекта постоянной яркости ($u(\mathbf{r}_1) = u - \text{const}$)

$$\sigma_\varphi^2 \approx (q + M_0) / (2q^2), \quad (12)$$

где $q \equiv \frac{T}{4N_0} \int_{\Omega} |\varepsilon(\rho)|^2 d\rho = \frac{T M_0 u}{4N_0}$ — отношение сигнал/шум. Отсюда сле-

дует, что в рамках классического приближения, когда квантовые эффекты регистрации не учитываются, точность оценивания фазы уменьшается с уменьшением отношения q .

Поскольку для любых комплексных амплитуд ε_1 и ε_2 справедливо равенство $2 \operatorname{Re}(\varepsilon_1 \varepsilon_2^*) = |\varepsilon_1 + \varepsilon_2|^2 - |\varepsilon_1|^2 - |\varepsilon_2|^2$, то согласно (6) входной сигнал анализируется в $3L$ каналах. В каждом из них выделяется сигнал от соответствующей ячейки Δ_l (или их совокупности), который затем проходит некогерентный оптический коррелятор и квадратично детектируется на оси оптической системы в плоскости $\{\mathbf{r}\}$. В том случае когда регистрация осуществляется матричным детектором с весовой функцией $v_n(\mathbf{r})$, необходимость в корреляторе отпадает.

Во втором случае измеритель является одноканальным устройством, в котором пробные фазовые возмущения вводятся последовательно каждым пьезопроводом в отдельности (рисунок).

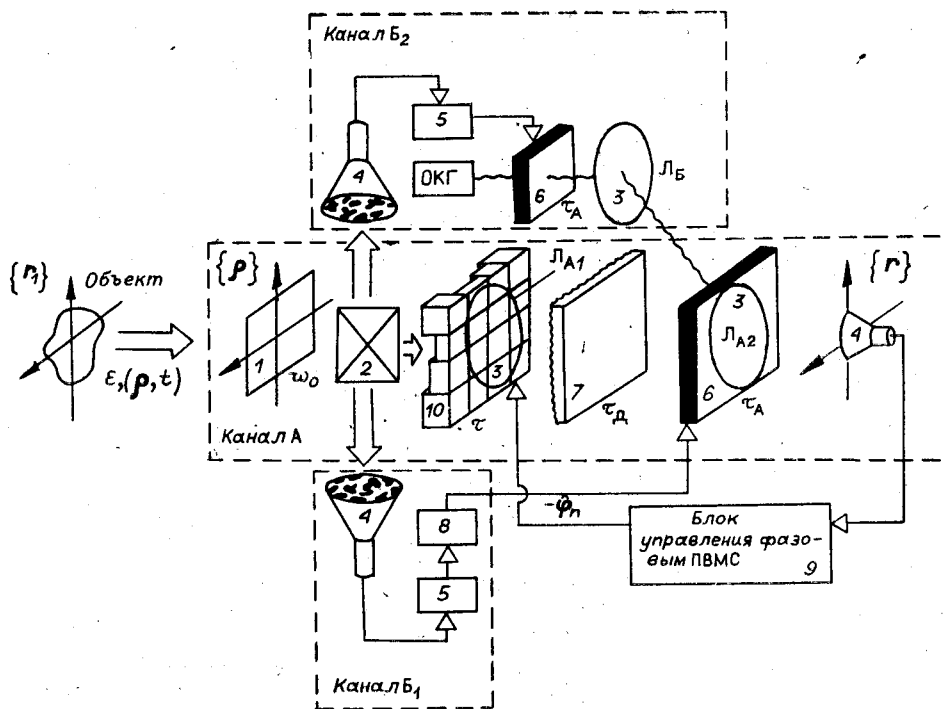


Схема фазового измерителя:

1 — частотный фильтр; 2 — расщепитель пучка; 3 — линзы Л_{А1}, Л_{А2}, Л_Б; 4 — квадратичные детекторы; 5 — блок извлечения квадратного корня; 6 — амплитудные модуляторы (τ_A); 7 — диффузная пластинка (τ_D); 8 — блок быстрого преобразования Фурье; 9 — блок управления фазовым ПВМС; 10 — фазовый ПВМС.

Основная функция центрального канала А заключается в формировании величины \mathcal{F}_n . Для этого в нем предусмотрен фазовый ПВМС, линза и некогерентный оптический коррелятор, включающий диффузно рассеивающую пластинку (τ_D), амплитудный ПВМС и квадратичный детектор, выход которого связан с блоком управления фазового ПВМС. Вспомогательные каналы (Б_{*i*}, *i* = 1, 2) выполняют функции по формированию маски $v_n(r)$, которая реализуется на амплитудном ПВМС. Для этого в каждом канале Б_{*i*} предусмотрен детектор, регистрирующий пространственное распределение интенсивности поля в апертурной плоскости Ω , устройство извлечения квадратного корня и блок, где осуществляется фурье-преобразование зарегистрированного модуля поля.

В зависимости от того, насколько быстро перемещается исследуемый объект, требуемое фурье-преобразование реализуется либо на ЭВМ (канал Б₁), либо в реальном масштабе времени посредством просвечивания амплитудного ПВМС ($\tau_A = |e_{0n}(\rho)|$) плоской монохроматической волной, которая затем преобразуется линзой Л_Б и направляется на фоточувствительную площадку амплитудного ПВМС (модулятор типа PROM), расположенного в канале А.

Предложенный метод позволяет одновременно получать как саму фазовую голограмму (киноформ [4]) на фазовом ПВМС, так и ее цифровой аналог на выходе ЭВМ.

В том случае, когда объект неподвижен и в канале распространения присутствуют оптические неоднородности, метод дает возможность изучать пространственно-временные характеристики функции фазовых искажений $\varphi_n(\rho, t)$ посредством анализа ее временных разверток, снимаемых с выхода ЭВМ. При этом структура алгоритма измерения оказывается инвариантной по отношению к форме и статистическим характеристикам отражающей поверхности объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П. А., Троицкий И. Н., Демин А. А., Сафронов А. Н. Современное состояние фазовой проблемы в оптике.—Зарубеж. радиоэлектроника, 1978, № 11, с. 3.
2. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем.— М.: Сов. радио, 1977.
3. Матвеев И. Н., Сафронов А. Н., Троицкий И. Н., Устинов Н. Д. Адаптация в информационных оптических системах.— М.: Радио и связь, 1984.
4. Троицкий И. Н., Сафронов А. Н., Демин А. А. Киноформ: синтез и применение.— Зарубеж. радиоэлектроника, 1978, № 9, с. 3.

Поступила в редакцию 18 июня 1984 г.

УДК 512.643 : 519.613.2 : 519.254

В. М. ЕФИМОВ, В. Г. ПОЛОСЬМАК, А. Л. РЕЗНИК

(Новосибирск)

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОБРАЩЕНИЯ ЛЕНТОЧНЫХ МАТРИЦ

Решение многих задач при обработке сигналов связано с обращением симметрических ленточных матриц. Примером может служить оценивание по методу максимума правдоподобия сдвига между двумя последовательностями отсчетов с использованием интерполяции. Стандартные компьютерные методы обращения приводят к существенным временным затратам, которые оказываются неприемлемыми при экспресс-анализе сигналов. В связи с этим представляют интерес аналитические методы обращения матриц указанного типа. Кроме того, использование предварительных аналитических преобразований может служить базой для построения ускоренных компьютерных алгоритмов обращения. Ниже рассматриваются три метода обращения, в основе которых лежит процедура составления соответствующих разностных уравнений.

Разностные уравнения для прямого вычисления определителей и миноров. Рассмотрим трехдиагональную симметрическую матрицу размером $n \times n$ с определителем

$$\Delta(n) = \det \begin{pmatrix} 1\alpha_1 00 & \dots & 0 \\ \alpha_1 1\alpha_1 0 & \dots & 0 \\ 0\alpha_1 1\alpha_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0\alpha_1 1\alpha_1 \\ \dots & \dots & 00\alpha_1 1 \end{pmatrix}.$$

Непосредственной проверкой (раскрывая определитель) можно убедиться, что определитель такой матрицы удовлетворяет разностному уравнению

$$\Delta(n) = \Delta(n-1) - \alpha_1^2 \Delta(n-2). \quad (1)$$

Решение этого уравнения очевидно:

$$\Delta(n) = \frac{1}{z_1 - z_2} (z_1^{n+1} - z_2^{n+1}), \quad (2)$$

где z_1 и z_2 — корни квадратного уравнения

$$z^2 - z + \alpha_1^2 = 0. \quad (3)$$