3. **Водоватов Н. А., Высоцкий М. Г., Есепкина Н. А., Рогов С. В.** Экспериментальное исследование оптической обработки сигналов в кольцевых решетках.— В кн.: Квант. электроника: Труды ЛПИ. Л., 1979, № 336, с. 62—65.
4. **Гринев А. Ю., Воронин Е. Н.** Неплоские антенные решетки с формированием приемных лучей методами когерентной оптики.— В кн.: Радиоголография и оптическая обработка информации в микроволновой технике. Л.: Наука, 1980, с. 118—135.
5. **Гринев А. Ю., Воронин Е. Н.** Когерентно-оптическая обработка сигнала круговых антенных решеток с использованием ультразвуковых модуляторов света.— В кн.: Проектирование антенн и устройств СВЧ с использованием ЭВМ. (Труды МАИ.) М., 1980, с. 33—39.
6. **Есепкина Н. А. и др.** Гибридные оптико-цифровые системы обработки информации с помощью приборов с зарядовой связью.— Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, № 8, с. 1622—1630.
7. **Vander Lugt A.** Signal detection by complex spatial filtering.— IEEE Trans. Inform. Theory, 1964, v. 10, N 2, p. 139—145.

Поступила в редакцию 7 января 1983 г.

УДК 621.391.156 : 681.332

В. П. ИВАНЧЕНКОВ, О. В. ОРЛОВ

(Томск)

ОПЕРАТОРНОЕ ОПИСАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЧАСТИЧНО-КОГЕРЕНТНЫМ ИСТОЧНИКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

В настоящее время в области оптической обработки информации все больше внимания уделяется дифракционным оптическим вычислительным системам (ОВС) с некогерентными и частично-когерентными источниками излучения. В основу построения такого класса систем положены волновые законы распространения и преобразования случайных электромагничных полей в свободном пространстве и в различных оптических элементах [1—3].

Для решения многих практических задач математическое описание частично-когерентных и некогерентных ОВС достаточно проводить в рамках скалярной теории частичной когерентности. Но и в этом случае даже при анализе простейших устройств возникают существенные трудности, связанные с необходимостью выполнения трудоемких преобразований для определения тех или иных статистических характеристик преобразуемых случайных полей.

В данной работе для преодоления указанных проблем рассматриваются вопросы разработки операторного описания центрированных частично-когерентных систем, базирующегося на алгебраических методах. Следует отметить, что операторные методы находят достаточно широкое признание при исследовании когерентных ОВС, математические модели которых обычно описываются относительно простыми соотношениями по сравнению с частично-когерентными системами [4, 5]. Развитие этих методов для частично-когерентного излучения позволяет получить еще более ощутимые результаты при анализе и синтезе оптических вычислительных систем.

Основные определения. Описание оптических систем будем производить для полихроматического света, рассматривая его как общий случай частично-когерентного излучения. Результаты для частных случаев излучения (монохроматический излучатель, пространственно-некогерентный объект и т. д.) могут быть получены для конкретных систем из уточнения соотношений для общего случая.

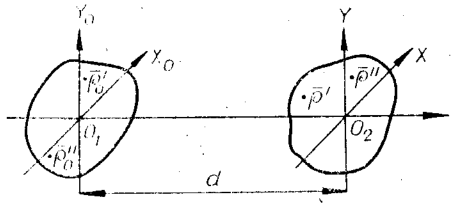

Рис. 1.

Известно, что при передаче функции взаимной спектральной плотности (ВСП) в случае полихроматического излучения либо функции взаимной пространственной когерентности (ВК) в случае монохроматического излучения через оптическую систему эти функции преобразуются в соответствии с импульсным откликом этой системы [6]. Любую оптическую систему можно рассматривать как определенную совокупность оптических элементов, разделенных свободным пространством. К числу основных элементов относятся оптические транспаранты, сферические и цилиндрические линзы. В системе координат на рис. 1 уравнение распространения ВСП в пространстве для параксиального приближения имеет вид [7]

$$\gamma_2(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \frac{\nu^2}{c^2d^2}\int \gamma_1(\bar\rho_0', \bar\rho_0''; \nu)\exp\left\{j\frac{\pi\nu}{cd}\left[(\bar\rho' - \bar\rho_0')^2 - (\bar\rho'' - \bar\rho_0'')^2\right]\right\} d\bar\rho_0' d\bar\rho_0'', \qquad (1а)$$

где $\gamma_1(\bar\rho', \bar\rho''; \nu)$; $\gamma_2(\bar\rho', \bar\rho''; \nu)$ — функции ВСП во входной и выходной плоскостях системы соответственно. Выражение (1а) может быть представлено также и в другой форме:

$$\gamma_2(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \frac{\nu^2}{c^2d^2}\exp\left[j\frac{\pi\nu}{cd}(\bar\rho'^2 - \bar\rho''^2)\right]\int \gamma_1(\bar\rho_0', \bar\rho_0''; \nu)\times$$
$$\times\exp\left[j\frac{\pi\nu}{cd}(\bar\rho_0'^2 - \bar\rho_0''^2)\right]\exp\left[-j\frac{2\pi\nu}{cd}(\bar\rho_0'\bar\rho' - \bar\rho_0''\bar\rho'')\right] d\bar\rho_0' d\bar\rho_0''. \qquad (1б)$$

Можно ввести коэффициент пропускания по ВСП $T(\bar\rho', \bar\rho''; \nu)$ оптического транспаранта, который связан с его коэффициентом пропускания по комплексной амплитуде $t(\rho; \nu)$ следующим образом:

$$T(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = t(\bar\rho'; \nu)\,t^*(\bar\rho''; \nu). \qquad (2)$$

Поскольку тонкая сферическая линза с фокусным расстоянием f эквивалентна транспаранту с коэффициентом пропускания по комплексной амплитуде $t(\bar\rho; \nu) = \exp\left(j\frac{2\pi\nu}{c}h\right)\exp\left[-j\frac{\pi\nu}{cf}\rho^2\right]$, где $h = \text{const}$ [8], то ее коэффициент пропускания по ВСП будет иметь вид

$$T(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \exp\left[-j\frac{\pi\nu}{cf}(\bar\rho'^2 - \bar\rho''^2)\right]. \qquad (3)$$

Коэффициент пропускания по ВСП идеальной цилиндрической линзы также является квадратичной фазовой функцией, например,

$$T_x(x', x''; \nu) = \exp\left[-j\frac{\pi\nu}{cf}(x'^2 - x''^2)\right]$$

для линзы, ориентированной вдоль оси Y.

Введем операторы:

1. Оператор фурье-преобразования (фурье-оператор) F:

$$Fg(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \int g(\bar\rho_0', \bar\rho_0''; \nu)\exp\left[-j2\pi(\bar\rho_0'\bar\rho' + \bar\rho_0''\bar\rho'')\right] d\rho_0' d\rho_0''. \qquad (4)$$

2. Квадратичный фазовый оператор Ψ:

$$\Psi[a]\,g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \exp\left[j\frac{\pi}{c}\nu a(\bar\rho'^2 - \bar\rho''^2)\right]g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu), \qquad (5)$$

где a — параметр Ψ. Оператор Ψ на первый взгляд обладает свойствами функции, но его операторная природа станет очевидной, если учесть, что среди аргументов экспоненты должны быть аргументы функции, стоящей справа от Ψ.

3. Оператор масштаба V:

$$V[a]g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = g(a\bar\rho', a\bar\rho''; \nu); \quad (6а)$$

$$\tilde V[a]g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = g(a\bar\rho', -a\bar\rho''; \nu). \quad (6б)$$

4. Оператор свертки $\otimes$:

$$g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) \otimes h(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \int g(\bar\rho_0', \bar\rho_0''; \nu)\, h(\bar\rho' - \bar\rho_0', \bar\rho'' - \bar\rho_0''; \nu)\, d\bar\rho_0' d\bar\rho_0''. \quad (7)$$

С помощью введенных операторов, которые являются основными, уравнение (1а) может быть записано в более простой форме:

$$\gamma_2(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = P[d]\gamma_1(\bar\rho', \bar\rho''; \nu), \quad (8)$$

где через $P[d]$ обозначен оператор распространения ВСП в свободном пространстве:

$$P[d] = (\nu^2/c^2d^2)\,\Psi[1/d]\otimes \quad (9а)$$

или

$$P[d] = (\nu^2/c^2d^2)\,\Psi[1/d]\tilde v[\nu/cd]F\Psi[1/d]. \quad (9б)$$

Из (9а) легко получить еще одну форму записи оператора P:

$$P[d] = F^{-1}\Psi[-c^2d/\nu^2]F. \quad (9в)$$

Оператор сферической линзы, связывающий функции ВСП до и после линзы, т. е. определяемый отношением $\gamma_2(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = L[f]\gamma_1(\bar\rho', \bar\rho''; \nu)$, согласно (3) запишется как

$$L[f] = \Psi[-1/f]. \quad (10а)$$

Можно также определить оператор сферической линзы, учитывающий конечные размеры ее апертуры и аберрации, в виде

$$L^T[f]g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = L[f]T(\bar\rho', \bar\rho''; \nu)g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu), \quad (10б)$$

где T — функция, описывающая влияние апертуры или аберрации линзы на ВСП.

Получить операторы для систем, содержащих цилиндрические линзы, несколько сложнее. Для этого сначала определим два оператора $\Psi[1;\ a]$ и $\Psi[2;\ a]$, где индексы 1 и 2 показывают, на какую из пространственных переменных действует оператор:

$$\Psi[1;\ a]\,g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \exp\left[j\frac{\pi}{c}\nu a\left(x'^2 - x''^2\right)\right] g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu); \quad (11а)$$

$$\Psi[2;\ a]\,g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \exp\left[j\frac{\pi}{c}\nu a\left(y'^2 - y''^2\right)\right] g(\bar\rho', \bar\rho''; \nu). \quad (11б)$$

Очевидно, что

$$\Psi[1;\ s]\Psi[2;\ s] = \Psi[2;\ s]\Psi[1;\ s] = \Psi[s]. \quad (12)$$

Обозначая через $L[\alpha;\ f]$ оператор передачи цилиндрической линзы с фокусным расстоянием f, ориентированной под углом α к оси Y, получим

$$L[0;\ f] = \Psi[1;\ -1/f],\quad L[\pi/2;\ f] = \Psi[2;\ -1/f]. \quad (13)$$

По аналогии с (11) определим операторы:

$$F[1]g(x', y'; x'', y''; \nu) = \int g(\tilde x', \tilde y'; \tilde x'', \tilde y''; \nu)\times$$
$$\times \exp[-j2\pi(\tilde x'x' + \tilde x''x'')]d\tilde x'd\tilde x''; \quad (14)$$

$$V[1;\ a]g(x', y'; x'', y''; \nu) = g(ax', y'; ax'', y''; \nu); \quad (15)$$

$$\tilde V[1;\ a]g(x', y'; x'', y''; \nu) = g(ax', y'; -ax'', y''; \nu). \quad (16)$$

Такие же операторы можно составить и для второй координаты. С помощью выражений (11), (13) несложно получить форму оператора передачи цилиндрической линзы, ориентированной под углом α к оси Y:

$$L[\alpha;\ f] = K[-\sin 2\alpha/f]\Psi[1;\ -\cos^2\alpha/f]\Psi[2;\ -\sin^2\alpha/f], \tag{17}$$

где K — новый оператор, определяемый соотношением

$$K[a]g(\bar{\rho}',\ \bar{\rho}'';\ \nu) = \exp[(j\pi/c)\nu a(x'y' - x''y'')]g(\bar{\rho}',\ \bar{\rho}'';\ \nu). \tag{18}$$

Используя выражения (9), (11), (14)—(16), можно легко определить вид операторов $P[1,\ d]$ и $P[2,\ d]$. Кроме того, из этих выражений следует, что для них, как и для операторов F и V, также выполняются соотношения, аналогичные (12).

Свойства операторов. Следующие свойства операторов легко выводятся из определения и свойств преобразования Фурье:

$$\Psi[0] = 1; \tag{C1}$$

$$\Psi[a]\Psi[b] = \Psi[a+b]; \tag{C2}$$

$$\Psi^{-1}[a] = \Psi[-a] = \Psi^*[a]; \tag{C3}$$

$$V[1] = 1; \tag{C4}$$

$$V[a]V[b] = V[ab]; \tag{C5}$$

$$V^{-1}[a] = V[1/a]; \tag{C6}$$

$$V[a]\tilde{V}[b] = \tilde{V}[ab]; \tag{C7}$$

$$\tilde{V}[a]\tilde{V}[b] = V[ab]; \tag{C8}$$

$$V[a]g = (V[a]g)V[a]; \tag{C9}$$

$$gV[a] = V[a](V[1/a]g); \tag{C10}$$

$$V[b]\Psi[a] = \Psi[b^2a]V[b]; \tag{C11}$$

$$\Psi[a]V[b] = V[b]\Psi[a/b^2]; \tag{C12}$$

$$FF^{-1} = 1; \tag{C13}$$

$$FF = V[-1]; \tag{C14}$$

$$F^{-1} = V[-1]F = FV[-1]; \tag{C15}$$

$$V[a]F = (1/a^4)FV[1/a]; \tag{C16}$$

$$FV[a] = (1/a^4)V[1/a]F; \tag{C17}$$

$$Fg = (Fg)\otimes F; \tag{C18}$$

$$Fg\otimes = (Fg)F; \tag{C19}$$

$$F\Psi[a] = (c^2/\nu^2a^2)\Psi[-c^2/\nu^2a]\otimes F; \tag{C20}$$

$$V[a]q\otimes = a^4\{V[a]q\}\otimes V[a]; \tag{C21}$$

$$g\otimes V[a] = (1/a^4)V[a]\{V[1/a]g\}\otimes. \tag{C22}$$

Отметим, что свойства операторов $\tilde{V}$ и V совпадают. Оператор свободного пространства P также обладает рядом свойств, основными из которых являются следующие:

$$P[0] = 1; \tag{C23}$$

$$P[a]P[b] = P[a+b] \text{ — свойство каскадности;} \tag{C24}$$

$$P^{-1}[d] = P[-d] \text{ — свойство эквивалентности;} \tag{C25}$$

$$V[b]P[d] = P[d/b^2]V[b]; \tag{C26}$$

$$P[d]V[b] = V[b]P[b^2d]; \tag{C27}$$

$$\{P[d_1]\Psi[1/d_2]\} = d_2^2/(d_1+d_2)^2\,\Psi[1/(d_1+d_2)]; \tag{C28}$$

$$P[d_1]\Psi[1/d_2] = \frac{(d_1+d_2)^2}{d^4d_2^2}\Psi\left[\frac{1}{(d_1+d_2)}\right]V[d_2/(d_1+d_2)]\,P\left[\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)^{-1}\right]; \tag{C29}$$

$$P[d]\Psi[-1/d] = (1/\lambda^2d^2)\Psi[1/d]\tilde{V}[1/\lambda d]F; \tag{C30}$$

$$P[d]g = (1/\lambda^4d^4)\Psi[1/d]\{\tilde{V}[1/\lambda d]Fg\}\otimes\Psi[-1/d]P[d]. \tag{C31}$$

Каждый оператор, за исключением оператора свертки, действует на все выражение, стоящее справа от него, поэтому вычисление выражения, состоящего из последовательности операторов, должно выполняться справа налево. Операция же свертки аналогична суммированию, т. е. она выполняется в последнюю очередь. Естественный порядок выполнения операторов или ограничение области действия какого-либо оператора можно изменить, если воспользоваться скобками, как, например, в свойствах (C18)—(C22). В (C9), (C10), (C18), (C19), (C21), (C22), C(31) в отличие от определений (4)—(7) предполагается, что за выражениями, приведенными в этих свойствах, имеется еще какая-либо по-

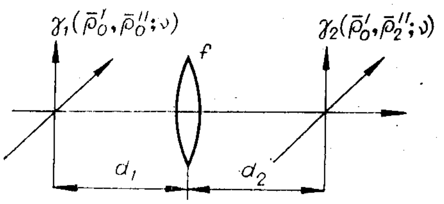

Рис. 2.

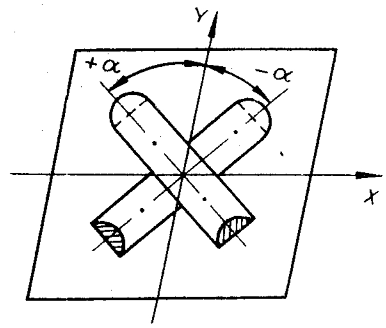

Рис. 3.

следовательность операторов и функций. Свойства операторов, введенных для цилиндрических линз, совпадают с (С1)—(С31) с точностью до показателя степени у постоянных множителей. Действие любой оптической системы, составленной из линз и участков свободного пространства, может быть описано общим оператором R, который преобразует ВСП входного оптического поля в ВСП выходного поля. В том случае, когда оптическая система содержит только цилиндрические линзы, общий оператор передачи системы R можно разделить:

$$R = R[1]R[2] = R[2]R[1]. \tag{19}$$

На примерах простых оптических устройств покажем порядок использования и эффективность применения предлагаемого операторного метода.

Формирование изображения в частично-когерентном свете. Для простой системы формирования изображения $1/d_1 + 1/d_2 = 1/f$ (рис. 2) согласно ранее введенной последовательности запишем ее общий оператор, включающий операторы основных элементов схемы:

$$R = P(d_2)L(f)P(d_1). \tag{20}$$

В данном случае общий оператор состоит из операторов участка свободного пространства d_2, сферической линзы с фокусным расстоянием f и участка пространства d_1. В соответствии с (9б), (10а) заменим в (20) эти операторы:

$$R = \frac{1}{\lambda^2 d_2^2}\frac{1}{\lambda^2 d_1^2}\Psi[1/d_2]\widetilde{V}[1/\lambda d_2]F\Psi[1/d_2]\Psi[-1/f]\Psi \times$$
$$\times [-1/d_1]\widetilde{V}[1/\lambda d_1]F\Psi[1/d_1]. \tag{21}$$

Далее (21) упрощается путем последовательного применения введенных ранее свойств:

$$R^{c1} = \frac{\nu^4}{c^4 d_1^2 d_2^2}\Psi[1/d_2]\widetilde{V}\left[\frac{\nu}{cd_2}\right]F\widetilde{V}\left[\frac{\nu}{cd_1}\right]F\Psi[1/d_1] =$$
$$\overset{c16}{=}\frac{c^4\nu^4 d_1^4}{c^4\nu^4 d_1^2 d_2^2}\Psi[1/d_2]\widetilde{V}\left[\frac{\nu}{cd_2}\right]FF\widetilde{V}\left[\frac{cd_1}{\nu}\right]\Psi[1/d_1] =$$
$$\overset{c14,c7,c8}{=}\frac{d_1^2}{d_2^2}\Psi[1/d_2]V\left[-\frac{d_1}{d_2}\right]\Psi[1/d_1] =$$
$$\overset{c11,c2}{=}\frac{d_1^2}{d_2^2}\Psi\left[1/d_2 + d_1/d_2^2\right]V\left[-\frac{d_1}{d_2}\right]. \tag{22}$$

Тогда выражение для ВСП будет иметь вид

$$\gamma_2(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = R\gamma_1(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = \frac{d_1}{d_2^2}\exp\left[j\frac{\pi\nu}{c}\left(\frac{1}{d_2} + \frac{d_1}{d_2^2}\right)\times\right.$$
$$\left.\times(\rho'^2 - \rho''^2)\right]\gamma_1\left(-\frac{d_1}{d_2}\bar\rho', -\frac{d_1}{d_2}\bar\rho''; \nu\right). \tag{23}$$

Функцию распределения интенсивности в выходной плоскости для случая спектрально-чистого источника излучения $\gamma_1(\bar{\rho}', \bar{\rho}''; \nu) = \Gamma_1(\rho', \rho'')c(\nu)$ запишем в виде

$$I_2(\bar{\rho}) = k\frac{d_1^2}{d_2^2} I_1\left(-\frac{d_1}{d_2}\bar{\rho}\right),$$

где $k = \int c(\nu)\,d\nu$; $I_1(\bar{\rho}) = \Gamma_1(\bar{\rho}, \bar{\rho})$; $c(\nu)$ — спектральная плотность излучения.

В частном случае монохроматического излучения взаимная когерентность на выходе системы примет следующий вид:

$$\Gamma_2(\bar{\rho}', \bar{\rho}'') = \frac{d_1^2}{d_2^2}\exp\left[j\frac{\pi}{\lambda_0}\left(\frac{1}{d_2}+\frac{d_1}{d_2^2}\right)(\bar{\rho}'^2 - \bar{\rho}''^2)\right]\Gamma_1\left(-\frac{d_1}{d_2}\bar{\rho}', -\frac{d_1}{d_2}\bar{\rho}''\right), \quad (24)$$

где $\Gamma_1(\bar{\rho}', \bar{\rho}'')$ — функция взаимной когерентности во входной плоскости системы. При этом распределение интенсивности

$$I_2(\bar{\rho}) = \frac{d_1^2}{d_2^2} I_1\left(-\frac{d_1}{d_2}\bar{\rho}\right).$$

Выражение (24) достаточно широко известно в оптике. Однако получение его традиционным путем для такой простой системы требует проведения довольно сложных интегральных преобразований [9]. Использование аппарата операторной алгебры позволяет упростить все преобразования, обеспечивая в то же время лучшее понимание конечных и промежуточных результатов.

Анаморфотная система. Для иллюстрации операторного метода применительно к системам с цилиндрической оптикой рассмотрим простую комбинацию двух линз, имеющих ориентацию относительно оси $Y \pm \alpha$ (рис. 3). Оператор передачи такой системы

$$R = L[\alpha;\ f]L[-\alpha;\ f] = K[-\sin 2\alpha/f]\Psi[1;\ -\cos^2\alpha/f]\times$$
$$\times\Psi[2;\ -\sin^2\alpha/f]K[\sin 2\alpha/f]\Psi[1;\ -\cos^2\alpha/f]\Psi[2;\ -\sin^2\alpha/f] =$$
$$= \Psi[1;\ -2\cos^2\alpha/f]\Psi[2;\ -2\sin^2\alpha/f] = L[1;\ f/2\cos^2\alpha]L[2;\ f/2\sin^2\alpha]. \quad (25)$$

Из (25) следует, что данная оптическая система обладает изменяемыми фокусными расстояниями. Например, если выбрать угол α такой, что $\mathrm{tg}^2\alpha = 2$ или $\mathrm{tg}^2\alpha = 1/2$, то фокусное расстояние для одной оси координат окажется вдвое бóльшим, чем для другой оси. Одно из применений такой оптической системы — формирование изображения вдоль одной из координат и выполнение преобразования Фурье вдоль другой. Возможность плавного изменения параметров рассматриваемой комбинации двух цилиндрических линз может оказаться полезным и в ряде других приложений.

Преобразование Фурье. В качестве третьего примера рассмотрим типичную оптическую систему, реализующую пространственное преобразование Фурье в когерентном свете (рис. 4). Оператор передачи данной системы будет иметь вид

$$R = P[d_1]TP[\Delta]L[f]P[d_0].$$

Путем последовательного применения свойств (С31), (С24), (С29), (С2) и снова (С24) получим

$$R = \frac{k^2\nu^4}{c^4 d_1^4 (d_1+\Delta)^4 f^2}\Psi\left[\frac{1}{d_1}\right]\left\{\left(\tilde{V}\left[\frac{\nu}{cd_1}\right]FT\right)\otimes\Psi\left[\frac{1}{k}-\frac{1}{d_1}\right]\times\right.$$
$$\left.\times V\left[-\frac{f}{k}\right]P\left[d_0+\frac{1}{\dfrac{1}{d_1+\Delta}-\dfrac{1}{f}}\right]\ldots\right\}, \quad (26)$$

где $k = d_1 + \Delta - f$, а многоточие определяет местоположение функции,

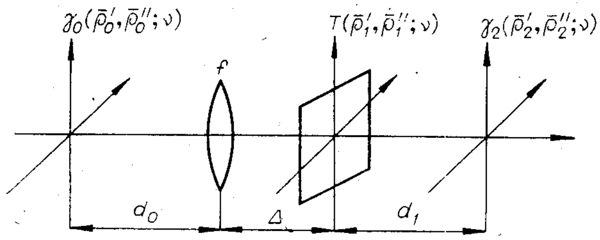

Рис. 4.

на которую должен действовать оператор. При выполнении равенства $1/d_0 + 1/(d_1 + \Delta) = 1/f$ оператор R согласно свойству (С23) примет вид

$$R = \frac{\nu^4}{c^4 d_1^4 d_0^2 (d_1 + \Delta)^2} \Psi\left[\frac{1}{d_1}\right]\left\{\left(\tilde{V}\left[\frac{\nu}{cd_1}\right] FT\right) \otimes \Psi \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{1}{k} - \frac{1}{d_1}\right] V\left[-\frac{d_0}{d_1 + \Delta}\right] \ldots \right\}. \qquad (27)$$

Таким образом, для ВСП на выходе имеем

$$\gamma_2(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) = r\nu^4 \Psi\left[\frac{1}{d_1}\right]\left\{\left(\tilde{V}\left[\frac{\nu c}{d_1}\right] FT\right) \otimes \Psi \times \right.$$

$$\left. \times \left[\frac{1}{k} - \frac{1}{d_1}\right] V\left[-\frac{d_0}{d_1 + \Delta}\right] \gamma_0(\bar\rho', \bar\rho''; \nu) \right\}. \qquad (28)$$

Здесь $r = \dfrac{1}{c^4 d_1^4 d_0^2 (d_1 + \Delta)^2}$. В частном случае спектрально-чистого пространственно-некогерентного источника, функция ВСП которого имеет вид $\gamma_0(\bar\rho_0', \bar\rho_0''; \nu) = I(\bar\rho_0')\,\delta(\bar\rho_0' - \bar\rho_0'')\,c(\nu)$, распределение интенсивности на выходе системы запишется таким образом:

$$I_2(\bar\rho) = \frac{1}{c^4 d_0^4 d_1^4} \int \left\{ \left| \tilde{t}\left(\frac{\bar\rho\nu}{cd_1}\right) \right|^2 \overset{\bar\rho}{\otimes} I\left(-\frac{d_0 \bar\rho}{d_1 + \Delta}\right) \right\} c(\nu)\, \nu^4 d\nu. \qquad (29)$$

Из выражения (29) видно, что распределение интенсивности в выходной плоскости оптической системы определяется пространственной сверткой квадрата модуля фурье-преобразования от коэффициента пропускания t по комплексной амплитуде с распределением интенсивности источника на входе. Причем результат свертки усредняется по временной частоте ν с весом $\nu^4 c(\nu)$. Преобразование Фурье

$$\tilde{t}\left(\frac{\bar\rho\nu}{cd_1}\right) = \int t(\bar\rho_0') \exp\left(-j2\pi \frac{\nu}{cd_1} \bar\rho\rho_0\right) d\bar\rho_0$$

зависит в данном случае от временной частоты ν. Выражение (29) позволяет просто оценить влияние спектра источника на пространственное преобразование Фурье.

Для монохроматического источника выражение (29) упрощается и приводится к виду

$$I_2(\bar\rho) = \frac{1}{\lambda_0^4 d_0^4 d_1^4} \left| \tilde{t}\left(\frac{\bar\rho}{\lambda_0 d_1}\right) \right|^2 \otimes I\left(-\frac{d_0 \bar\rho}{d_1 + \Delta}\right), \qquad (30)$$

который можно интерпретировать как сглаженную оценку спектра мощности сигнала t, записанного на оптический транспарант.

Приведенные примеры описания простых оптических систем следует рассматривать как иллюстрацию применения предлагаемого операторного метода. Ценность такого описания при анализе и синтезе частично-когерентных систем возрастает по мере усложнения их структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Rhodes W. T.** Incoherent spatial filtering.— Opt. Eng., 1980, v. 3, N 3, p. 323—330.
2. **Иванченков В. П., Посконный Г. И.** Спектральный анализ сигналов в оптико-электронных системах с пространственно-некогерентным источником излучения.— Автометрия, 1983, № 2, с. 52—57.
3. **Потатуркин О. И., Хоцкин В. И.** Голографический метод обработки изображений в пространственно-некогерентном монохроматическом свете.— В кн.: Оптическая обработка информации. Л.: ФТИ, 1979, с. 61—66.
4. **Nazarathy M., Shamir J.** Fourier optics described by operator algebra.— JOSA, 1980, v. 70, N 2, p. 150—159.
5. **Вандер Люгт.** Когерентная обработка информации.— ТИИЭР, 1977, т. 62, № 10, с. 5—28.
6. **Bonnet G.** Coherence partielle polychromatique: filtrage spatiotemporel et transformation de Fourier.— Nouvell Revue d'Optique Appliquec, 1976, t. 7, N 4, p. 235—258.
7. **Папулис А.** Теория систем и преобразований в оптике.— М.: Мир, 1971.
8. **Гудмен Дж.** Введение в фурье-оптику.— М.: Мир, 1970.
9. **Ахманов С. А., Дьячков Ю. Е., Чиркин А. С.** Введение в статистическую радиофизику и оптику.— М.: Наука, 1981.

Поступила в редакцию 13 сентября 1984 г.

УДК 535.36 : 535.33

В. Н. НАРВЕР, В. С. СКОБЛО

(Ленинград)

ОЦЕНКА МОЩНОСТИ СВЕТОВОГО СИГНАЛА, РАССЕЯННОГО СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЕЙ ОТ ДВУХ КОГЕРЕНТНЫХ ПУЧКОВ, В МАЛОУГЛОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Как известно, индикатриса рассеяния сферического объекта, сравнимого с длиной волны λ падающего поля, описывается медленно сходящимися рядами, полученными в теории Ми [1]. Эффективное суммирование таких рядов возможно либо в случае малых по сравнению с λ частиц (рассеяние Рэлея [2]), либо в случае больших «оптически мягких» частиц [3, 4]. Кусочно-линейная аппроксимация табличных значений индикатрис с последующим двойным интегрированием (для расчета принимаемой мощности сигнала) [5] требует больших ресурсов ЭВМ, не обеспечивая в то же время высокой точности.

В работе рассмотрена предложенная авторами аналитическая аппроксимация индикатрисы рассеяния сферической частицы с размерами, соизмеримыми с длиной волны, позволившая получить аналитические выражения для рассеянной мощности.

Пусть на сферическую частицу О радиусом a с относительным показателем преломления m_0 падают под углами θ и $-\theta$ к оси визирования z два гауссовых световых пучка *1* и *2* (рис. 1). Введем обозначения: ρ_i — радиус i-го пучка на уровне e^{-1} по интенсивности; j_i — интенсивность i-го пучка ($i=1, 2$); λ — длина световой волны. Рассеянный свет принимается в угле 2β, биссектриса которого составляет угол φ с осью z.

В случае симметрии системы, изображенной на рис. 1 (т. е. $\varphi=0$ — рассеяние «вперед» или $\varphi=\pi$ — рассеяние «назад»), мощность, рассеянная в угол 2β, охватываемый приемной оптикой, будет равна

$$P = G(|U_1|^2 + |U_2|^2)(1 + \mathrm{M}f), \tag{1}$$

где $G=G_i=\iint\limits_{s_0} I_i\, ds_0$; I_i — индикатриса рассеяния частицы О при паде-