

чину  $A$  с учетом характеристики преобразователя:  $A = A_0 F(x) \kappa$ , где  $\kappa = I_{s_0}(f)/I_{s_0}(f_r)$ ;  $f_r$  — частота резонанса, на которой  $I_{s_0}$  максимально.

Для оценки предложенной методики расчета АОД на парателлурите сопоставим параметры дефлектора, описанного в [1], с рассчитанными по данной методике. К сожалению, прямое сопоставление оказалось невозможным, так как в [1] не приведено ни одной из характерных частот дефлектора (имеется лишь упоминание, что частота антирезонанса преобразователя  $f_a$  составляет 85 МГц).

Допустим, что дефлектор имеет полосу, равную октаве (т. е.  $n = 2$ ), и среднюю частоту диапазона  $f_{cp} = 1/2(f_{min} + f_{max})$ , равную частоте  $f_r$  резонанса преобразователя. Последняя для ниобата лития примерно равна  $f_r \approx 0,8f_a$  [9].

Таким образом, было принято  $f_{cp} = 68$  МГц,  $f_{min} = 45$  МГц,  $f_{max} = 90$  МГц. Выполнив расчет согласно вышеприведенной методике, получим  $\alpha = \varphi_d = 6^\circ 06'$ ;  $\varphi_n = 4^\circ 30'$ .

Эти значения хорошо согласуются с данными [1]:  $\alpha = \varphi_d = 6^\circ 0'$ ;  $\varphi_n = 4^\circ 12'$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Yano T., Kawabuchi M., Fukumoto A. and Watanabe A. TeO<sub>2</sub> anisotropic Bragg light deflector without midband degeneracy.— Appl. Phys. Lett., 1975, v. 26, N 12, p. 689—691.
2. Брыжина М. Ф., Есаян С. Х. Анизотропный АО дефлектор на одноосных кристаллах с оптической активностью.— ЖТФ, 1977, т. 47, вып. 9, с. 1937—1943.
3. Тищенко Ю. П., Трубецкой А. В. Некоторые вопросы создания и исследования акустооптического дефлектора на монокристаллах TeO<sub>2</sub>.— Автометрия, 1979, № 4, с. 87—95.
4. Федоров Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах.— М.: Наука, 1965.
5. Сиротин Ю. П., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики.— М.: Наука, 1975.
6. Uchida N. Optical properties of single — crystal paratellurite (TeO<sub>2</sub>).— Phys. Rev., 1971, v. 4, N 10, p. 3736—3744.
7. Pharisean P. On the diffraction of light by progressive supersonic waves.— Proc. Indian Acad., 1956, v. 44, p. 165—170.
8. Harris S. E., Wallace R. W. Acousto-optic tunable filter.— JOSA, 1969, v. 59, N 6, p. 744.
9. Warner A. W., White D. L., Bonner W. A. Acousto-optic light deflectors using optical activity in paratellurite.— J. Appl. Phys., 1972, v. 43, N 11, p. 4489—4495.

Поступила в редакцию 21 ноября 1984 г.

УДК 535.241.13 : 534 : 621.373.826.032.265

С. В. БОГДАНОВ  
(Новосибирск)

### УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПОВТОРНОЙ ДИФРАКЦИИ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА РАБОЧУЮ ПОЛОСУ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ДЕФЛЕКТОРА

I. Хотя физические принципы работы акустооптических дефлекторов (АОД) в настоящее время полностью ясны, тем не менее имеется ряд вопросов, существенных для расчета АОД и проработанных пока еще недостаточно. К ним относится явление повторной дифракции света.

Возникновение повторной дифракции приводит к тому, что точки второго порядка дифракции могут попасть в рабочий диапазон частот АОД, а интенсивность дифрагированного света снижается. Соответственно на характеристике  $\eta = I_{диф}/I_{пад} = \eta(f)$  появляется «провал» в районе частот  $f_n$ , при которых существует повторная дифракция. (Поэтому частоту  $f_n$  часто называют частотой «провала».)

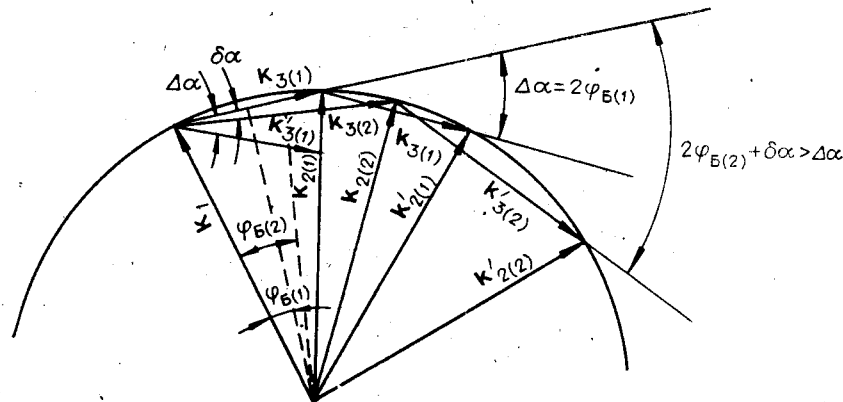


Рис. 1. Диаграмма волновых векторов при изотропной брэгговской дифракции:  
 $\Delta\alpha$  — растров диаграммы направленности преобразователя.

Наличие «ложных точек» и провал на рабочей характеристике приводят к сужению рабочей полосы частот АОД. Поэтому при проектировании АОД в рабочий частотный диапазон не должны попадать не только частоты ( $f_{\max} \sim 2f_n$ ), соответствующие точкам второго порядка дифракции, но и частоты  $f_n$ .

Повторная дифракция имеет место как при обычной, изотропной, так и при анизотропной дифракции. Особенно существенна она при широкополосной анизотропной дифракции, описанной в [4]. Действительно, уже первая попытка осуществить эту геометрию выявила наличие «провала» на рабочей характеристике дефлектора [2]. В этой же работе было дано и качественное его объяснение. Однако в последующих сообщениях [3—5] явление повторной дифракции более подробно нигде не обсуждалось.

До настоящего времени отсутствовали работы, в которых учитывалась конечная расходимость звука, оценивалась полоса частот повторной дифракции, обсуждалось влияние повторной дифракции на полосу рабочих частот АОД при различной геометрии его построения.

Все это побудило нас рассмотреть более подробно условия возникновения повторной дифракции в АОД на парателлурите.

II. Остановимся вначале на повторной дифракции в изотропном случае. Будем полагать, что для обеспечения рабочей полосы дефлектора преобразователь, возбуждающий звук, имеет растров диаграммы направленности  $\Delta\alpha^*$ . Волновые векторы звука обозначим через  $\mathbf{k}_z$  с различными добавочными индексами:  $\mathbf{k}_{z(1,2)}$  — волновой вектор для некоторой фиксированной частоты  $f_1$  или  $f_2$ ;  $\mathbf{k}_{zp}$  — волновой вектор при частоте повторной дифракции;  $\mathbf{k}_{zp}$  — волновой вектор при расчетной частоте  $f_p$ ;  $\mathbf{k}_z$  — волновой вектор звука, участвующий в повторной дифракции. Волновой вектор падающего света —  $\mathbf{k}_i$ ; волновой вектор дифрагированного света —  $\mathbf{k}_{2(1,2)}$ ; волновой вектор повторно дифрагированного света —  $\mathbf{k}'_{2(1,2)}$ . Эти обозначения будут выдерживаться по всей работе.

Рассмотрим диаграмму волновых векторов для обычного, изотропного, дефлектора, когда геометрическим местом концов волновых векторов  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  является одна и та же окружность (рис. 1).

При наименьшей частоте рабочего диапазона, когда волновой вектор  $\mathbf{k}_{z(1)}$  лежит на краю диаграммы направленности преобразователя, возможна повторная дифракция на симметрично расположенном векторе  $\mathbf{k}'_{z(1)}$ , так как в этом случае брэгговский угол  $\varphi_{B(1)} = \Delta\alpha/2$  и  $\mathbf{k}'_{z(1)}$  также лежит в пределах диаграммы направленности преобразователя (см. рис. 1). Однако при увеличении частоты направление  $\mathbf{k}_{z(2)}$  смещается к центру

\* Диаграмма направленности преобразователя зависит от частоты. В дальнейшем для простоты будем полагать, что  $\Delta\alpha$  соответствует расчетной частоте.

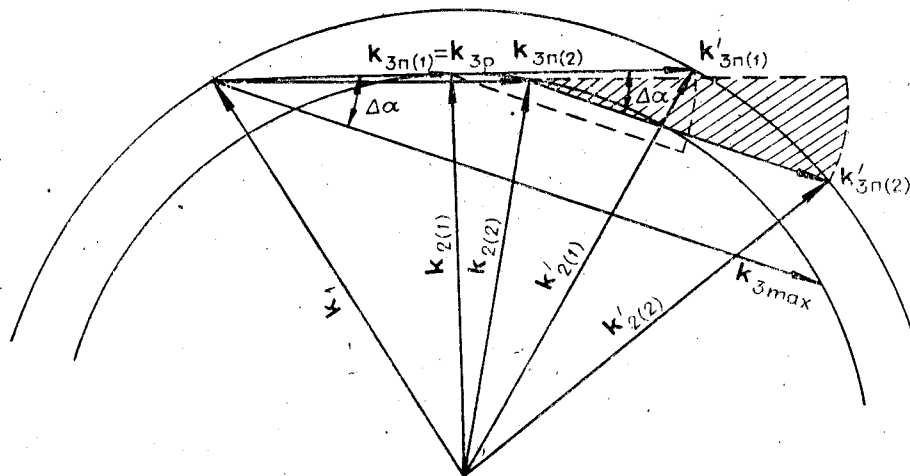


Рис. 2. Диаграмма волновых векторов при анизотропной брэгговской дифракции в одноосном кристалле.

Все волновые векторы лежат в плоскости (001).

диаграммы направленности на угол  $\delta\alpha$ , а брэгговский угол  $\varphi_{B(2)}$  становится больше  $\Delta\alpha/2$ . Если для первичной дифракции условия по-прежнему выполняются, так как  $\mathbf{k}_{3(2)}$  лежит в пределах диаграммы направленности, а интенсивность звука при этом даже возросла, то для повторной дифракции условия уже не выполняются, поскольку для нее  $\mathbf{k}_{3(2)}$ , расположенный под углом  $2\varphi_{B(2)} + \delta\alpha > \Delta\alpha$ , выходит за пределы диаграммы направленности преобразователя. Повторная дифракция может осуществляться лишь при интенсивности звука, меньшей, чем это соответствует краю диаграммы направленности, и ее можно не принимать во внимание.

III. Перейдем теперь к случаю анизотропной дифракции. Анизотропная дифракция характеризуется изменением поляризации дифрагированного света и, следовательно, отличем  $k_1 = 2\pi n_{\text{пад}}/\lambda_0 = k_0 n_{\text{пад}}$  от  $k_2 = 2\pi n_{\text{диф}}/\lambda_0 = k_0 n_{\text{диф}}$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ , а  $n_{\text{пад}}$  и  $n_{\text{диф}}$  — соответствующие показатели преломления,  $\lambda_0$  — длина волны света в вакууме. Поэтому геометрическим местом концов векторов  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  будут различные кривые и условие повторной дифракции оказывается существенно сложнее.

Рассмотрим вначале простейшую ситуацию — анизотропную дифракцию в одноосном кристалле, когда свет падает перпендикулярно оптической оси (в плоскости (001)). В этой же плоскости лежит и волновой вектор звука (рис. 2)\*. Будем считать кристалл положительным ( $n_e > n_o$ ) и падающий свет поляризованным вдоль оптической оси ( $n_{\text{пад}} = n_e$ ). Дифрагированный свет поляризован перпендикулярно оптической оси ( $n_{\text{диф}} = n_o$ ). В выбранной геометрии ни  $|\mathbf{k}_1|$ , ни  $|\mathbf{k}_2|$  не зависят от угла падения или дифракции. Для получения широкой полосы преобразователь, излучающий звук, должен быть ориентирован так, чтобы вектор  $\mathbf{k}_{3p}$  на расчетной частоте  $f_p$  (соответствующей примерно середине рабочего диапазона), выбранный на одной стороне диаграммы направленности преобразователя (на заданном уровне относительно максимума), был касателен к внутренней окружности — геометрическому месту векторов  $\mathbf{k}_2$ . В этом случае волновые векторы во всем рабочем диапазоне частот будут пересекать внутреннюю окружность (см. рис. 2).

Обратим внимание на то, что повторная дифракция осуществляется в некоторой полосе частот  $\Delta f_p$  (а не при некоторой фиксированной частоте, как это обычно считают), в пределах которой выполняются условия сохранения импульса (треугольник векторов  $\mathbf{k}_2$ ,  $\mathbf{k}'_3$ ,  $\mathbf{k}'_2$  замкнут). Это условие обеспечивается благодаря конечной расходимости падающе-

\* Именно эта ситуация рассмотрена в работе [2].

го света и звука. Поскольку расходимость звука в дефлекторе во много раз больше расходимости света, только она принимается во внимание. Повторная дифракция имеет место при любом векторе  $\mathbf{k}_3$ , лежащем в пределах диаграммы направленности преобразователя, для которого  $|\mathbf{k}_{3п}| = |\mathbf{k}_{3п}'|$ , а конец вектора  $(\mathbf{k}_{3п} + \mathbf{k}_{3п}')$  лежит на внешней кривой. Эта кривая является геометрическим местом концов волновых векторов света, поляризованного в направлении оптической оси (при повторной дифракции поляризация дифрагированного света изменяется еще раз и становится такой же, как и у падающего).

Легко видеть, что условия для повторной дифракции первый раз реализуются на «верхней» (см. рис. 2) границе диаграммы направленности преобразователя для волнового вектора звука  $\mathbf{k}_{3п(1)}$ , касательного к внутренней окружности, т. е. при  $\mathbf{k}_{3п(1)} = \mathbf{k}_{3р}$  и  $f_{п(1)} = f_p$ . По мере повышения частоты условия для повторной дифракции выполняются для волновых векторов, находящихся внутри диаграммы направленности, и, наконец, при частоте  $f_{п(2)}$  эти условия будут осуществляться для  $\mathbf{k}_{3п(2)}$ , лежащего на «нижней» границе диаграммы направленности и составляющего с  $\mathbf{k}_{3п(1)}$  угол  $\Delta\alpha$ .

Таким образом, если использовать приведенную геометрию для построения широкополосного дефлектора (т. е. работать при  $\mathbf{k}_3$ , близких к волновому вектору  $\mathbf{k}_{3р}$ , касательному к внутренней окружности), то где-то в середине рабочего диапазона будет наблюдаться «провал» на рабочей характеристике дефлектора  $\eta = \eta(f)$ . Это обстоятельство заставило отказаться от рассмотренной геометрии широкополосного анизотропного дефлектора.

Для построения широкополосного дефлектора, у которого частота повторной дифракции  $f_{п(1)}$  смещена на край рабочего диапазона (или вообще выходит за его пределы), необходимо нарушить симметрию геометрических мест концов волновых векторов  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  с тем, чтобы в пределах рабочей полосы частот выполнялось условие  $|\mathbf{k}_3| \neq |\mathbf{k}_3'|$ . Для этой цели используется следующая геометрия (рис. 3, а, б): в одноосном кристалле свет и звук распространяются в плоскости, содержащей оптическую ось и любую прямую в плоскости XY. Обычно в таких дефлекторах используют тетрагональные оптически активные кристаллы  $\text{TeO}_2$ , имеющие аномально низкую скорость сдвиговой волны, распространяющейся в направлении оси [110] и поляризованной вдоль [110]. В качестве «рабочей» плоскости принимается плоскость (110). Свет распространяется под небольшим углом  $\varphi$  к оптической оси, звук — под углом  $\alpha$  к оси [110]. Угол  $\alpha$  выбирается так, чтобы волновой вектор  $\mathbf{k}_{3р}$  (на расчетной частоте  $f_p$ ) в «верхней» части диаграммы направленности преобразователя был бы касателен к внутренней кривой (см. рис. 3, а,

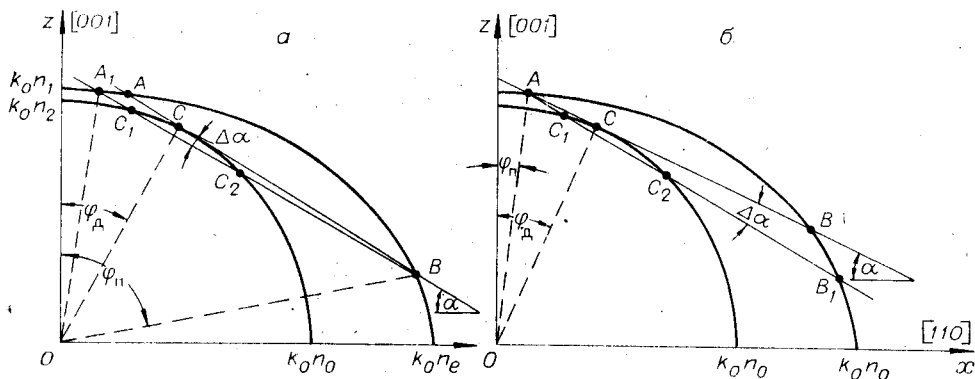


Рис. 3. Диаграмма волновых векторов при широкополосной анизотропной дифракции в  $\text{TeO}_2$ .

Все волновые векторы лежат в плоскости (110): а — высокочастотный случай, б — низкочастотный случай.

б)\*. Оптическая активность приводит к возникновению эллиптической поляризации света и различию показателей преломления для право- и левополяризованного света. Влияние оптической активности наиболее существенно для света, распространяющегося вдоль оптической оси, и быстро падает при увеличении угла  $\varphi$ . Внешняя кривая (несколько искаженный эллипс) — геометрическое место концов волновых векторов эллиптически левополяризованного света (при больших  $\varphi$  свет поляризован в плоскости падения), т. е. волновых векторов падающего и дважды дифрагированного света. Внутренняя кривая (несколько искаженная окружность) является геометрическим местом концов волновых векторов эллиптически правополяризованного света (при больших  $\varphi$  свет поляризован перпендикулярно плоскости падения), т. е. волновых векторов дифрагированного света.

Из рисунков видно, что широкополосная геометрия может быть осуществлена двумя способами: первый — будем называть его высокочастотным (см. рис. 3, а) — когда свет падает под углом  $\varphi = \angle ZOB$ , большим, чем угол дифракции  $\varphi_{\text{диф}}$ , а  $\mathbf{k}_{\text{зр}} = \mathbf{BC}$ ; второй — низкочастотный (см. рис. 3, б) — когда свет падает под углом  $\varphi = \angle ZOA$ , меньшим, чем угол дифракции  $\varphi_{\text{диф}}$ , и  $\mathbf{k}_{\text{зр}} = \mathbf{AC}$ .

Рассмотрим оба этих случая, пренебрегая для наглядности расхождением звука при повторной дифракции.

Первый случай (см. рис. 3, а). Поскольку внутренняя кривая — слегка искаженная окружность, а наружная кривая — слегка искаженный эллипс и  $(n_e - n_o) \gg (n_1 - n_2)$ , то  $BC = k_{\text{зр}} > k_{\text{зр}} = CA$  и повторная дифракция на расчетной частоте невозможна. По мере роста частоты  $k_3$  лишь увеличивается (вплоть до  $BC_1 = k_{3\text{max}}$ ), а  $k'_3$  — только уменьшается (до  $k'_{3\text{min}} = C_1A_1$ ). Поэтому во всей высокочастотной части рабочего диапазона ( $f \geq f_p$ ) повторная дифракция невозможна. Однако при уменьшении частоты  $k_3$  уменьшается до  $k_{3\text{min}} = BC_2$ , а  $k'_3$ , наоборот, увеличивается до  $k'_{3\text{max}} = C_2A_1$ . Следовательно, при некоторой частоте  $f_n < f_p$ , когда  $k_3 = k'_3$ , возможна повторная дифракция. Чтобы повторная дифракция была за пределами рабочего диапазона частот, необходимо потребовать, чтобы  $k_{3\text{min}} \geq k'_{3\text{max}}$  (на рис. 3, а  $k_{3\text{min}} = BC_2$ ,  $k'_{3\text{max}} = C_2A_1$ ) или  $k_{3\text{min}} \geq (k_{3\text{max}} - k_{3\text{min}}) + k'_{3\text{min}}$ . Откуда  $(k_{3\text{max}} - k_{3\text{min}}) \leq k_{3\text{min}} - k'_{3\text{min}}$ . Переходя к частотам, получим  $f_{\text{max}} - f_{\text{min}} \leq f_{\text{min}} - f'_{\text{min}}$ , где  $f'_{\text{min}} = k'_{3\text{min}}v_s/2\pi$  и  $f_{\text{max}} - f_{\text{min}} = \Delta f$ . Таким образом,  $\Delta f < f_{\text{min}}$  и  $f_{\text{max}} = f_{\text{min}} + \Delta f < 2f_{\text{min}}$ . Отсюда видно, что требование отсутствия повторной дифракции сужает полосу рабочих частот дефлектора, которая становится меньше октавы ( $f_{\text{max}} < 2f_{\text{min}}$ ). Это обстоятельство существенно ограничивает область использования подобных дефлекторов.

Второй, низкочастотный, случай (см. рис. 3, б). Здесь ситуация, обратная по отношению к только что рассмотренной: при расчетной частоте  $f_p$  модуль волнового вектора  $|\mathbf{k}_{\text{зр}}|$ , касательного к внутренней кривой, меньше величины  $k'_{\text{зр}}$ , необходимой для существования повторной дифракции ( $AC < CB$ ). Для такой  $f_p$  повторная дифракция невозможна.

При уменьшении частоты (вплоть до  $f_{\text{min}}$ )  $k_3$  только уменьшается, а  $k'_3$  растет, т. е. всюду в низкочастотной части рабочего диапазона частот выполняется соотношение  $k_3 < k'_3$  и повторная дифракция невозможна. Однако при увеличении частоты величина  $k_3$  растет (вплоть до  $k_{3\text{max}}$ ), а  $k'_3$  уменьшается вплоть до  $k'_{3\text{min}}$ . Поэтому при некоторой частоте  $f_n$  может оказаться, что  $k_3 = k'_3$  и возникает повторная дифрак-

\* Предполагается, что расчетная частота  $f_p$  больше  $f_{\text{кр}}$ , при которой волновой вектор  $\mathbf{k}_{\text{зр}}$  перпендикулярен оптической оси. Поэтому вся диаграмма волновых векторов расположена в первом квадранте.

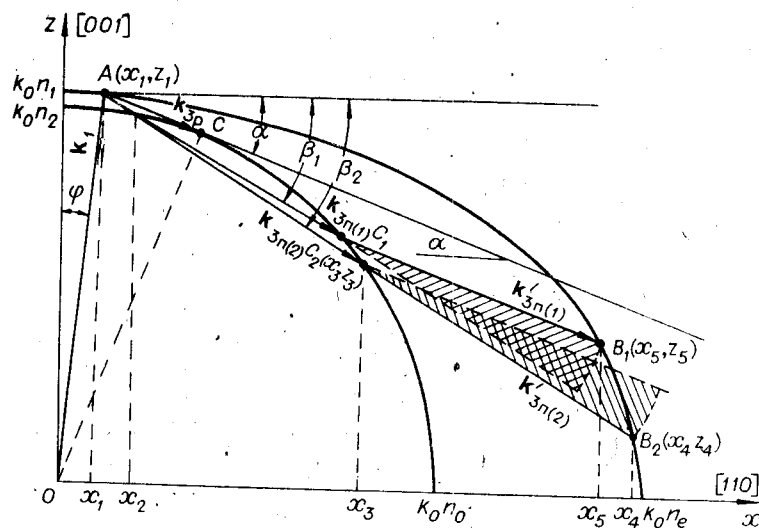


Рис. 4. Диаграмма волновых векторов при низкочастотной широкополосной анизотропной брэгговской дифракции в  $\text{TeO}_2$ .  
Диаграмма направленности преобразователя заштрихована.

ция\*. Для предотвращения этого необходимо, чтобы во всем рабочем диапазоне частот волновое число  $k_3$  было меньше  $k'_3$ , т. е.  $k_{3\max} \leq k'_{3\min}$  ( $k_{3\max} = AC_2$ ,  $k'_{3\min} = C_2B_1$ ). Из сопоставления рис. 3, а и 3, б можно сделать вывод, что  $BC_2$  (см. рис. 3, а) с уменьшением частоты уменьшается быстрее, чем уменьшается  $C_2B_1$  (см. рис. 3, б) с ростом частоты. Поэтому условия повторной дифракции в низкочастотном случае возникнут позднее, и, следовательно, диапазон АОД в этом случае будет шире. Изложенное тем более справедливо, если сравнивать не абсолютное значение  $\Delta f$ , а относительное —  $\Delta f/f_{\min}$ . Таким образом, низкочастотная схема обладает более широкой абсолютной и относительной полосами частот\*\*, и ее можно рекомендовать для практического использования.

Рассчитаем для низкочастотной схемы минимальное значение частоты повторной дифракции  $f_{п(1)}$  и найдем полосу частот  $\Delta f_{п}$ , в пределах которой она существует. Примем во внимание (подобно тому, как это сделано выше), что повторная дифракция может осуществляться при любом векторе  $\mathbf{k}_3$ , лежащем в пределах диаграммы направленности. Диаграмма волновых векторов, используемая для расчета, представлена на рис. 4.

IV. Как видно из рис. 4, повторная дифракция начнется на частоте  $f_{п(1)}$ , для которой волновой вектор  $\mathbf{k}_{3п(1)}$  направлен под углом  $\beta_1$  к оси  $x$ . При этом повторная дифракция будет осуществляться при волновом векторе  $\mathbf{k}'_{3п(1)}$ , расположенном на «верхнем» (см. рис. 4) краю диаграммы направленности преобразователя, т. е. при  $\mathbf{k}'_{3п(1)}$ , коллинеарном  $\mathbf{k}_{3р}$ . Закончится повторная дифракция при частоте  $f_{п(2)}$ , когда волновой вектор звука  $\mathbf{k}_{3п(2)}$  ориентирован под углом  $\beta_2$  к оси  $x$ . При этом повторная дифракция будет осуществляться для волнового вектора  $\mathbf{k}'_{3п(2)}$ , лежащего на «нижнем» краю диаграммы направленности преобразователя и составляющего с  $\mathbf{k}_{3р}$  угол  $\Delta\alpha_{\max}$ . Здесь  $\Delta\alpha_{\max}$  — раствор диаграммы направленности преобразователя, соответствующий принятому уровню повторной дифракции.

Чтобы определить волновое число  $k_{3п(1)}$ , выразим через него координаты точки  $B_1(x_5, z_5)$  и подставим их в уравнение внешней кривой — геометрическое место концов волновых векторов падающего и дважды

\* Вообще говоря, изменение  $k'_3$  при увеличении частоты определяется эксцентриситетом внешнего эллипса и углом наклона  $\alpha$ .

\*\* Этот же вывод можно получить, анализируя табл. 2 [5].

дифрагированного света. Как видно из рис. 4,

$$\begin{aligned}x_5 &= k_1 \sin \varphi + k_{3п(1)} \cos \beta_1 + k'_{3п(1)} \cos \alpha; \\z_5 &= k_1 \cos \varphi - k_{3п(1)} \sin \beta_1 - k'_{3п(1)} \sin \alpha.\end{aligned}$$

Воспользуемся аппроксимацией, предложенной в [2]:

$$\frac{x^2}{k_0^2 n_e^2} + \frac{z^2}{k_0^2 n_1^2} = 1, \quad (1)$$

где  $x = k \sin \varphi$ ;  $z = k \cos \varphi$ ;  $n_1 = n_0 + \delta$  и  $\delta$  — расщепление показателя преломления, вызванное оптической активностью при  $\varphi = 0$ . Перепишем (1) в виде

$$x^2 + a_1^2 z^2 - k_0^2 n_e^2 = 0. \quad (1a)$$

Здесь  $a_1 = n_e/n_1$ . Отметим, что при больших углах  $\varphi$  ( $\varphi \geq 5^\circ$ ) влияние оптической активности становится весьма малым и параметр  $a_1$  переходит в  $a_0 = n_e/n_0$ . Для точек  $B_1, B_2$  (см. рис. 4) это условие хорошо выполняется. Подставляя значения  $x_5$  и  $z_5$  в (1a) и учитывая, что  $|k_{3п(1)}| = |k'_{3п(1)}|$  и  $\beta_1 = \alpha + \Delta\alpha_1$ ,  $\Delta\alpha_1 \ll 1$ , находим

$$(k_1 \sin \varphi + 2k_{3п(1)} \cos \gamma_1)^2 + a_0^2 (k_1 \cos \varphi - 2k_{3п(1)} \sin \gamma_1)^2 - k_0^2 n_e^2 = 0,$$

где  $\gamma_1 = \alpha + \Delta\alpha_1/2$ . (Аналогичное выражение можно получить и для  $k_{3п(2)}$ , однако в этом случае  $\gamma_2 = \alpha + 1/2(\Delta\alpha_{\max} + \Delta\alpha_2)$ ). Решая квадратное уравнение и выбирая в решении перед корнем знак «плюс», отвечающий физическому смыслу задачи,  $k_{3п(1)}$  можно привести к виду

$$\begin{aligned}k_{3п(1)} &= \frac{k_1}{2b} \left[ a_0^2 \sin \gamma_1 \cos \varphi - \cos \gamma_1 \sin \varphi + \right. \\ &\quad \left. + a_0 \sqrt{\frac{k_0^2 n_0^2 b}{k_1^2} - \cos^2 (\gamma_1 - \varphi)} \right], \quad (2)\end{aligned}$$

где  $b = a_0^2 \sin^2 \gamma_1 + \cos^2 \gamma_1$ .

Зная угол  $\Delta\alpha_1$ , по выражению (2) определим точное значение  $k_{3п(1)}$  и  $f_{п(1)} = k_{3п(1)} v_s / 2\pi$ . Выражение (2) можно упростить, обозначив  $\frac{k_0^2 n_0^2 b}{k_1^2} = 1 + \Delta$  и полагая  $b \approx a_0^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ . Тогда

$$a_0 \sqrt{\frac{k_0^2 n_0^2 b}{k_1^2} - \cos^2 (\gamma_1 - \varphi)} = a_0 \sqrt{\Delta + \sin^2 (\gamma_1 - \varphi)} \approx a_0 c \sin (\gamma_1 - \varphi).$$

Здесь

$$c = \sqrt{1 + \Delta / \sin^2 (\alpha - \varphi)}.$$

После ряда преобразований получаем

$$\begin{aligned}k_{3п(1)} &= \frac{k_1}{2b} \left\{ [(a_0^2 + a_0 c) \sin \alpha \cos \varphi - (1 + a_0 c) \cos \alpha \sin \varphi] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \Delta\alpha_1 [(a_0^2 + a_0 c) \cos \alpha \cos \varphi + (1 + a_0 c) \sin \alpha \sin \varphi] \right\}. \quad (3)\end{aligned}$$

Повторяя расчеты, для  $k_{3п(2)}$  найдем

$$\begin{aligned}k_{3п(2)} &= \frac{k_1}{2b} \left\{ [(a_0^2 + a_0 c) \sin \alpha \cos \varphi - (1 + a_0 c) \cos \alpha \sin \varphi] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (\Delta\alpha_{\max} + \Delta\alpha_2) [(a_0^2 + a_0 c) \cos \alpha \cos \varphi + (1 + a_0 c) \sin \alpha \sin \varphi] \right\}. \quad (4)\end{aligned}$$

Зная волновые числа  $k_{3п(1)}$  и  $k_{3п(2)}$ , легко найти частоты начала и конца

повторной дифракции и определить полосу частот, в пределах которой она существует:

$$\Delta f_{\text{п}} = \frac{k_1 v_s}{8\pi b} [(a_0^2 + a_0 c) \cos \alpha \cos \varphi + (1 + a_0 c) \sin \alpha \sin \varphi] \times (\Delta \alpha_{\text{max}} + \Delta \alpha_2 - \Delta \alpha_1). \quad (5)$$

Чтобы воспользоваться полученными формулами, заметим, что рассматриваемая нами геометрия соответствует широкополосной дифракции, т. е. незначительное увеличение угла  $\beta$  приводит к заметному изменению волнового числа  $k_3$ , удовлетворяющего условиям дифракции. Поэтому без большой погрешности можно положить  $\beta_1 \approx \beta_2$  и  $\Delta \alpha_1 \approx \Delta \alpha_2$ . Тогда в (5) множитель  $(\Delta \alpha_{\text{max}} + \Delta \alpha_2 - \Delta \alpha_1) \approx \Delta \alpha_{\text{max}}$ .

Определим  $\Delta f_{\text{п}}$  при условии  $\Delta \alpha_{\text{max}} = \Delta \alpha_2$ , т. е. при условии  $\mathbf{k}_{3\text{п}(2)} \parallel \mathbf{k}'_{3\text{п}(2)}$ . Это условие соответствует равенству  $f_{\text{п}(2)} = f_a$  — частоте повторной дифракции, найденной без учета расходимости звука. Тогда линия  $AC_2B_2$  (см. рис. 4) — прямая, описываемая уравнением

$$z = z_0 - x \operatorname{tg} \beta_2. \quad (6)$$

Поэтому условие  $|\mathbf{k}_{3\text{п}(2)}| = |\mathbf{k}'_{3\text{п}(2)}|$  можно заменить равенством проекций этих векторов на ось  $X$ . Отсюда условие возникновения повторной дифракции принимает вид  $(x_3 - x_1) = (x_4 - x_3)$  или

$$x_1 + x_4 = 2x_3. \quad (6a)$$

Координаты выражаются через волновое число падающего света  $k_1$  и углы  $\alpha$ ,  $\varphi$ ,  $\beta_2$ . Соотношение (6a) дает уравнение для определения угла  $\beta_2$ , поскольку  $k_1$ ,  $\alpha$  и  $\varphi$  известны из предварительного расчета. Для определения координат необходимо найти точки пересечения прямой  $AB_2$  с наружной кривой, описываемой уравнением (1), и внутренней кривой (геометрическим местом волновых векторов дифрагированного света), уравнение которой, согласно [2], можно представить в виде

$$x^2 + a_2^2 z^2 - k_0^2 n_0^2 = 0, \quad (7)$$

где  $a_2 = n_0/n_2$ ,  $n_2 = n_0 - \delta$  и  $\delta$  — расщепление показателя преломления, вызванное оптической активностью при  $\varphi = 0$ .

Для определения параметра  $z_0$  уравнения прямой  $AB_2$  примем во внимание, что она проходит через точку  $A$  с координатами  $x_1 = k_1 \sin \varphi$ ;  $z_1 = k_1 \cos \varphi$ . Совместное решение (1a), (6), (7) позволяет найти координаты  $x_2$ ,  $x_3$  и  $x_4$ :

$$x_{1,4} = \frac{k_1 a_1^2 \sin \beta_2 \cos(\beta_2 - \varphi)}{a_1^2 \sin^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_2} \mp \frac{k_1 a_1 \cos \beta_2}{a_1^2 \sin^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_2} \times \sqrt{\frac{k_0^2 n_1^2}{k_1^2} (a_1^2 \sin^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_2) - \cos^2(\beta_2 - \varphi)}. \quad (8)$$

Решение для  $x_2$  и  $x_3$  отличается от  $x_{1,4}$  лишь заменой  $a_1$ ,  $n_1$ ,  $n_e$  на  $a_2$ ,  $n_2$ ,  $n_0$  соответственно. Соотношение  $x_1 + x_4 = 2x_3$  дает уравнение для определения  $\beta_2$ . Выполнив соответствующие расчеты, получаем

$$\cos^2(\alpha - \varphi) - \cos^2(\beta_2 - \varphi) = \frac{(a_1^2 - 1)^2 \sin^2 2\beta_2 \cos^2(\beta_2 - \varphi)}{4(a_1^2 \sin^2 \beta_2 + \cos^2 \beta_2)^2}. \quad (9)$$

(В (9) для точек  $C$  и  $C_2$  пренебрегается искажением, вызываемым оптической активностью, и принимается, что  $n_2 \approx n_0$ .) Обозначая правую часть (9) через  $F(\beta_2)$  и учитывая, что  $\beta_2 = \alpha + \Delta \alpha_2$  и  $\Delta \alpha_2 \ll 1$ , находим

$$\cos^2(\alpha - \varphi) - \cos^2(\beta_2 - \varphi) \approx \Delta \alpha_2 \sin 2(\alpha - \varphi) = F(\beta_2).$$

Разлагая  $F(\beta_2)$  в ряд, имеем  $\Delta \alpha_2 \sin 2(\alpha - \varphi) = F(\alpha) + \frac{\partial F}{\partial \beta_2} \Big|_{\beta_2 = \alpha} \Delta \alpha_2$ ,



откуда

$$\Delta\alpha_2 = \frac{F(\alpha)}{\sin 2(\alpha - \varphi) - \left. \frac{\partial F}{\partial \beta_2} \right|_{\beta_2 = \alpha}}$$

Подставив  $F(\alpha)$  в явном виде и используя приближение  $(a_1^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \approx b$ , получим

$$\Delta\alpha_2 = \Delta\alpha_{\max} = (a_1^2 - 1)^2 \sin^2 2\alpha \left\{ 8b^2 \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) - 2(a_1^2 - 1)^2 \times \right. \\ \left. \times \left[ \sin 4\alpha - \sin^2 2\alpha \operatorname{tg}(\alpha - \varphi) - \left( \frac{a_1^2 - 1}{b} \right) \sin^3 2\alpha \right] \right\}^{-1}. \quad (10)$$

Учитывая (10) и принимая во внимание, что  $\Delta\alpha_2 \approx \Delta\alpha_1$ , можно воспользоваться формулами (3)–(5) и найти все характерные частоты.

Таким образом, проведенный анализ позволяет выбрать конкретную геометрию широкополосной аномальной дифракции в парателлурите и оценить влияние повторной дифракции на характеристики дефлектора. При этом находится минимальная критическая частота  $f_{\Pi(1)} = k_{3n(1)} v_s / 2\pi$ , соответствующая появлению повторной дифракции, и определяется полоса частот, в которой она существует.

В заключение сопоставим значения частот  $f_d = f_{\Pi(2)}$ , найденные согласно данной работе, и [4, 5]. Расчет выполнен для дефлектора на  $\text{TeO}_2$ , работающего при длине волны света 0,5 мкм и имеющего угол падения света  $\varphi = 4^\circ 45'$  и угол между  $k_{3p}$  и осью [110]  $\alpha = 6^\circ 30'$ .

Результаты расчета сведены в таблицу. Как видно из таблицы, согласие наших результатов с данными [5] вполне удовлетворительное.

Величина	Данная работа, МГц	[4], МГц	[5], МГц
$f_{\Pi(1)}$	130	—	—
$\Delta f_{\Pi}$	8,0	—	—
$f_d = f_{\Pi(2)}$	138	156,5	133,5

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Dixon R. W. Acoustic diffraction of light in anisotropic media.—IEEE J. Quant. Electr., 1967, v. QE-3, p. 85–93.
2. Warner A. W., White D. L., Bonner W. A. Acousto-optic light deflectors using optical activity in paratellurite.—J. Appl. Phys., 1972, v. 43, p. 4489–4495.
3. Yano T., Kawabuchi M., Fukumoto A., Watanabe A.  $\text{TeO}_2$  anisotropic Bragg light deflector without midband degeneracy.—Appl. Phys. Lett., 1975, v. 26, N 12, p. 689–691.
4. Брижина М. Ф., Есаян С. Х. Анизотропный акустооптический дефлектор на одноосных кристаллах с оптической активностью.—ЖТФ, 1977, т. 47, вып. 9, с. 1937–43.
5. Тищенко Ю. Н., Трубецкой А. В. Некоторые вопросы создания и исследования акустооптического дефлектора на монокристаллах  $\text{TeO}_2$ .—Автометрия, 1979, № 1, с. 87–95.

Поступила в редакцию 16 февраля 1984 г.