Заключение. Предложенный подход применяется при разработке программного обеспечения конкретных систем синтеза визуальной обстановки [2], реальная эксплуатация которых показала работоспособность изложенной техники организации баз данных в системах реального времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Demos G., Brown M. D., Weinberg R. A.** Digital scene simulation: The synergy of computer technology and human creativity.— Proc. IEEE, 1984, N 1.
2. **Ковалев А. М., Талныкин Э. А.** Машинный синтез визуальной обстановки.— Автометрия, 1984, № 4.
3. **Башков Е. А., Казак А. В.** Генераторы изображения для авиатренажеров.— Зарубеж. радиоэлектроника, 1984, № 8.
4. **Талныкин Э. А.** Внутренний язык для описания визуальных моделей.— Автометрия, 1985, № 4.
5. **Зингер Б. Х., Талныкин Э. А.** Предварительная пространственная сортировка — основа алгоритма удаления невидимых поверхностей для систем отображения приоритетного типа.— Автометрия, 1983, № 6.
6. **Gouraud N.** Computer display of curved surfaces.— IEEE Trans., 1971, v. C-20, June.

Поступила в редакцию
13 февраля 1985 г.

УДК 519.219 : 519.237.5

А. Г. БУЙМОВ

(Томск)

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ НЕОДНОРОДНОГО ЯРКОСТНОГО ШУМА НА КОВАРИАЦИОННУЮ МАТРИЦУ ОШИБОК СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Введение. Предельная точность корреляционно-экстремальных систем, работающих по принципу совмещения изображений [1] и использующих фильтры Калмана [2], метод минимума квадратичного рассогласования [3] или максимума функции взаимной корреляции [4], соответствует точности метода наименьших квадратов. Это обусловлено известным из теории корреляционно-экстремальных систем фактом: установившиеся ошибки совмещения не превышают соответствующих дифференциальных радиусов корреляции изображений и допускают линеаризацию нелинейных зависимостей [1, 2]. При малом сдвиге λ прямоугольного $n = T_1 \times T_2$ растра относительно исходного положения $\lambda = 0$ для элементов матричного изображения x_{ij} можно записать

$$x_{ij}(\lambda) = x_{ij}(0) + \lambda^{\tau}\nabla x_{ij}, \quad i = \overline{1, T_1};\ j = \overline{1, T_2},$$

где ∇x_{ij} — градиент яркости изображения в точке ij при $\lambda = 0$; τ — знак транспонирования. Совмещение изображений $x_{ij}(\lambda)$ и $x_{ij}(0)$ методом наименьших квадратов в условиях аддитивного шума ε_{ij} представляет собой задачу $\sum\limits_{ij}(\lambda^{\tau}\nabla x_{ij} - \varepsilon_{ij})^2 = \min\limits_{\lambda}$, которая при математических ожиданиях $M(x_{ij}) = 0$ приводит к несмещенным оценкам (случайным ошибкам)

$$\hat{\lambda} = A_0^{-1} n^{-1} \sum_{ij} \varepsilon_{ij} \nabla x_{ij} \tag{1}$$

с минимальными дисперсиями. Предполагается, что обратная матрица

$A_0^{-1} = \left(n^{-1}\sum_{ij}\nabla x_{ij}\nabla^{\mathrm{T}}x_{ij}\right)^{-1}$ существует. Ковариационная матрица оценок (1)

$$C = n^{-2}A_0^{-1}\left(\sum_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}\rho_{ijkl}\nabla x_{ij}\nabla^{\mathrm{T}}x_{kl}\right)A_0^{-1}, \quad (2)$$

где σ_{ij}^2 и ρ_{ijkl} — тензоры дисперсий и коэффициентов корреляции шума. Анализ выражения (2) без упрощающих предположений невозможен. Обычно в подобных ситуациях принимается однородность и некоррелированность шума [5], т. е.

$$\sigma_{ij}^2 = \sigma^2; \quad \rho_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl}. \quad (3)$$

При этом $C = n^{-1}\sigma^2 A_0^{-1}$, или если ψ — выборочная дисперсия, $\varphi(\lambda)$ — автокорреляционная функция изображения, то $A_0 = \psi\nabla^2\varphi(0)$ и $C = n^{-1}\sigma^2\psi^{-1}[\nabla^2\varphi(0)]^{-1}$. Существование матриц A_0 и $\nabla^2\varphi(0)$ предполагает конечность градиентов яркости во всех точках изображения. На практике это предположение всегда выполняется благодаря эффекту расфокусировки изображений объективами, антеннами, экранами с конечным разрешением [6]. Существование обратных матриц можно обеспечить исключением из состава вектора λ функционально связанных параметров [7]. Таким образом, наиболее сильным и не всегда обоснованным ограничением при анализе ошибок является (3).

В данной работе исследуется структура ковариационной матрицы (2) при отказе от (3). Под вектором λ понимается вектор взаимных рассогласований изображений по местоположению (смещению вдоль осей декартовых координат), углу и масштабу.

Дисперсия ошибок совмещения. Эффект максимума при небелом шуме. В случае скалярного λ формула (2) определяет дисперсию ошибок совмещения

$$D = \frac{\lambda_0^2}{n\psi}\sum_{ijkl}\sigma_{ij}\rho_{ijkl}u_{ij}u_{kl}, \quad (4)$$

где $\lambda_0 = [-\partial^2\varphi(0)/\partial\lambda^2]^{-1/2}$ — дифференциальный радиус корреляции изображения по параметру λ; u_{ij} — тензор нормированных производных яркости в точке $\lambda = 0$, обладающих свойствами

$$\sum_{ij}u_{ij}^2 = 1; \quad \sum_{ij}u_{ij} = 0. \quad (5)$$

Последнее свойство эквивалентно требованию приведения изображений к постоянной суммарной яркости [3].

Рассмотрим (4) в нескольких конкретных случаях.

При хаотическом (белом) шуме, когда $\rho_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl}$, дисперсия (4) принимает вид $D = \mu_2\lambda_0^2/n\psi$. Здесь величина $\mu_2 = \sum_{ij}\sigma_{ij}^2u_{ij}^2$ в силу нормировки (5) неотрицательных весовых множителей u_{ij}^2 имеет смысл некоторой средней дисперсии шума и может быть приближенно оценена как $\mu_2 \simeq n^{-1}\sum_{ij}\sigma_{ij}^2$.

При синхронном шуме, который не искажает структуру изображения, а лишь изменяет его суммарную яркость, $\rho_{ijkl} \equiv 1$ и дисперсия (4) при условиях (5) обращается в нуль.

Максимальное значение дисперсии (4) при ограничениях

$$\rho_{ijij} = 1; \quad \sum_{ijkl}\rho_{ijkl} = ns_1; \quad \sum_{ijkl}\rho_{ijkl}^2 = ns_2, \quad (6)$$

позволяющих учесть размеры пространственных неоднородностей шума без конкретизации корреляционной функции, равно [8]

$$D^* = \frac{\mu_2\lambda_0^2}{n\psi}\left(1 - \frac{s_1 - 1}{n - 1} + \sqrt{(n-1)(s_2-1) - (s_1-1)^2}\right). \quad (7)$$

Корреляционный тензор шума, приводящий к дисперсии (7), находится методом множителей Лагранжа и имеет вид

$$\rho^*_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl} + (1 - \delta_{ik}\delta_{jl})\left[\frac{s_1 - 1}{n - 1} + \right.$$
$$\left. + \mu_2^{-1}\sigma_{ij}\sigma_{kl}u_{ij}u_{kl}\sqrt{(n-1)(s_2-1)-(s_1-1)^2}\right]. \qquad (8)$$

В общем случае корреляционные свойства шума могут быть описаны тензором

$$\rho_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl} + (1 - \delta_{ik}\delta_{jl})\,((s_1 - 1)/(n-1) + f_{ijkl}),$$

где величины f_{ijkl} не обязательно соответствуют (8), но с учетом ограничений (6) обладают свойствами

$$\sum_{ijkl}(1 - \delta_{ik}\delta_{jl})\,f_{ijkl} = 0;$$

$$\sum_{ijkl}(1 - \delta_{ik}\delta_{jl})\,f^2_{ijkl} = \frac{n}{n-1}\,[(n-1)(s_2-1)-(s_1-1)^2],$$

При этом дисперсия (4) может быть преобразована к виду

$$D = \frac{\mu_2\lambda_0^2}{n\psi}\left(1 - \frac{s_1 - 1}{n - 1} + r\sqrt{(n-1)(s_2-1)-(s_1-1)^2}\right). \qquad (9)$$

Здесь r имеет смысл выборочного коэффициента корреляции знакопеременной составляющей f_{ijkl} тензора ρ_{ijkl} с величинами $\sigma_{ij}\sigma_{kl}u_{ij}u_{kl}(1 - \delta_{ik}\delta_{jl})$. В случае (8) $r = 1$ и (9) совпадает с (7).

Для удобства интерпретации результатов (7)—(9) введем переменные $\tau_1 = k - i$, $\tau_2 = l - j$, определим среднюю корреляционную функцию шума

$$\rho(\tau_1, \tau_2) = (T_1 - |\tau_1|)^{-1}(T_2 - |\tau_2|)^{-1}\sum_{i=1}^{T_1-|\tau_1|}\sum_{j=1}^{T_2-|\tau_2|}\rho_{ij,i+\tau_1,j+\tau_2} \qquad (10)$$

и рассмотрим (10) в случае (8), приняв для простоты $\sigma^2_{ij} = \sigma^2$, $\forall ij$. При этом

$$\rho^*(\tau_1, \tau_2) = \delta_{0\tau_1}\delta_{0\tau_2} + (1 - \delta_{0\tau_1}\delta_{0\tau_2})\times$$
$$\times\left[\frac{s_1 - 1}{n - 1} + R(\tau_1, \tau_2)\,n^{-1}\sqrt{(n-1)(s_2-1)-(s_1-1)^2}\right], \qquad (11)$$

где $R(\tau_1, \tau_2)$ — нормированная выборочная корреляционная функция производных u_{ij}, ширина которой характеризует степень «размытости» контуров, точек и других высокочастотных составляющих пространственного спектра совмещаемых изображений. Очевидно, что в реальных условиях ситуация (11), необходимая для $r = 1$ в (9), маловероятна. Однако с приближением радиусов корреляции шума к ширине контурных линий изображения сходство между $\rho(\tau_1, \tau_2)$ и $R(\tau_1, \tau_2)$ увеличивается, r значимо отличается от нуля, контуры подвергаются наиболее сильным случайным деформациям и дисперсия ошибок (4) резко возрастает. Этот факт действительно имеет место. Он обнаружен экспериментально и описан в [9].

Ковариация ошибок. Приближенные формулы. Обозначим через B выражение в круглых скобках формулы (2) и заменой переменных $\tau_1 = k - i$, $\tau_2 = l - j$ приведем его к виду

$$B = \sum_{\tau_1=-(T_1-1)}^{T_1-1}\sum_{\tau_2=-(T_2-1)}^{T_2-1}(T_1 - |\tau_1|)(T_2 - |\tau_2|)\left\{(T_1 - |\tau_1|)^{-1}(T_2 - |\tau_2|)^{-1}\times\right.$$
$$\left.\times\sum_{i=1}^{T_1-|\tau_1|}\sum_{j=1}^{T_2-|\tau_2|}\sigma_{ij}\sigma_{i+\tau_1,j+\tau_2}\rho_{ij,i+\tau_1,j+\tau_2}\nabla x_{ij}\nabla^{\mathrm{T}}x_{i+\tau_1,j+\tau_2}\right\}. \qquad (12)$$

Далее предположим, что в пределах радиуса корреляции шума его дисперсия практически постоянна и σ^2_{ij}, $\rho_{ij,i+\tau_1,j+\tau_2}$, ∇x_{ij} при изменении ij меняются независимо. Тогда следует ожидать, что среднее арифметическое, записанное в виде двойной суммы по ij в (12), можно приближенно представить в виде произведения сомножителей μ_2, $\rho(\tau_1, \tau_2)$, имеющих смысл средней дисперсии и средней корреляционной функции шума, и выборочной ковариационной матрицы градиентов яркости

$$A_\tau = (T_1 - |\tau_1|)^{-1}(T_2 - |\tau_2|)^{-1} \sum_i \sum_j \nabla x_{ij} \nabla^\tau x_{i+\tau_1, j+\tau_2}. \quad (13)$$

При этом (2) переходит в

$$C = \frac{\mu_2}{n} A_0^{-1} \left(\sum_{\tau_1} \sum_{\tau_2} \left(1 - \frac{|\tau_1|}{T_1}\right)\left(1 - \frac{|\tau_2|}{T_2}\right) \rho(\tau_1, \tau_2) A_\tau \right) A_0^{-1}. \quad (14)$$

Заметим, что предположения, приведшие к последней формуле, в случае однородного шума выполняются автоматически и (14) является точным представлением (2). Формула (14) значительно проще (2). Она позволяет при исследовании точности оценок (1) отказаться от непосредственного использования выборки (∇x_{ij}, $i = \overline{1, T_1}$, $j = \overline{1, T_2}$) и ограничиться лишь той информацией об изображении, которая содержится в статистике (13).

Рассмотрим (13) в случае, когда вектор λ имеет смысл смещений λ_1 и λ_2 по осям i и j, поворота λ_3 и изменения масштаба λ_4 в плоскости изображения относительно его геометрического центра. При этом точка ij под действием $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)^\tau$ займет новое положение с координатами

$$\begin{pmatrix} z_1(i, j; \lambda) \\ z_2(i, j; \lambda) \end{pmatrix} = (1 + \lambda_4) \begin{pmatrix} \cos\lambda_3 & -\sin\lambda_3 \\ \sin\lambda_3 & \cos\lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i - \frac{T_1 + 1}{2} \\ j - \frac{T_2 + 1}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{T_1 + 1}{2} + \lambda_1 \\ \frac{T_2 + 1}{2} + \lambda_2 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

С учетом (15) и правил дифференцирования сложных функций матрицу (13) можно переписать в виде

$$A_\tau = \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} (T_1 - |\tau_1|)^{-1}(T_2 - |\tau_2|)^{-1} \sum_i \sum_j \frac{\partial^2}{\partial\lambda'_m \partial\lambda''_n} \Big(x_{i+\lambda'_1, j+\lambda'_2} \times$$

$$\times x_{i+\tau_1+\lambda''_1, j+\tau_2+\lambda''_2} \Big)_{\lambda'_m = \lambda''_n = 0} \frac{\partial}{\partial\lambda} z_m(i, j; 0) \frac{\partial}{\partial\lambda^\tau} z_n(i + \tau_1, j + \tau_2; 0). \quad (16)$$

Поскольку изменения яркости x и координат z при изменении ij независимы, можно предположить, что средние произведения в (16) распадаются на произведение соответствующих средних и, следовательно,

$$A_\tau \simeq -\psi \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} \frac{\partial^2 \varphi(\tau_1, \tau_2)}{\partial\tau_m \partial\tau_n} G_{mn}(\tau_1, \tau_2), \quad (17)$$

где по-прежнему ψ и $\varphi(\tau_1, \tau_2)$ — выборочные дисперсия и корреляционная функция изображения;

$$G_{mn}(\tau_1, \tau_2) = (T_1 - |\tau_1|)^{-1}(T_2 - |\tau_2|)^{-1} \sum_i \sum_j \frac{\partial z_m(i, j; 0)}{\partial\lambda} \times$$

$$\times \frac{\partial z_n(i + \tau_1, j + \tau_2; 0)}{\partial\lambda^\tau}. \quad (18)$$

Представление (17) можно также вывести, если пренебречь отличием матрицы (16) от своего математического ожидания, полученного усреднением по ансамблю изображений с той же корреляционной функцией, что и корреляционная функция отдельной реализации. Известны способы генерации таких ансамблей [10, 11].

Подстановка (15) в (18) и вычисление сумм в (17) приводят матрицу $A_\tau = \psi(a_{pq};\ p,\ q=\overline{1,4})$ к виду

$$\underset{(24)}{a_{13}} = -\underset{(42)}{a_{31}} = (\mp)\underset{(22)}{a_{11}}\frac{\tau_2}{2} + a_{12}\frac{\tau_1}{2};$$

$$\underset{(23)}{a_{14}} = -\underset{(32)}{a_{41}} = \underset{(22)}{a_{11}}\frac{\tau_1}{2}(\pm)a_{12}\frac{\tau_2}{2};$$

$$\underset{(44)}{a_{33}} = \underset{(22)}{a_{11}}\left[\frac{(T_2-|\tau_2|)^2-1}{12} - \frac{\tau_2^2}{4}\right] + \underset{(11)}{a_{22}}\left[\frac{(T_1-|\tau_1|)^2-1}{12} - \frac{\tau_1^2}{4}\right](\pm)a_{12}\frac{\tau_1\tau_2}{2};$$

$$\underset{(43)}{a_{34}} = (a_{11}-a_{22})\frac{\tau_1\tau_2}{4} + a_{12}\left[\frac{(T_1-|\tau_1|)^2-(T_2-|\tau_2|)^2}{12} + \frac{\tau_2^2-\tau_1^2}{4}\right];$$

$$a_{11} = -\ddot{\varphi}_{11}(\tau_1,\ \tau_2); \tag{19}$$

$$a_{22} = -\ddot{\varphi}_{22}(\tau_1,\ \tau_2);$$

$$a_{12} = a_{21} = -\ddot{\varphi}_{12}(\tau_1,\ \tau_2);$$

$$\ddot{\varphi}_{mn}(\tau_1,\ \tau_2) = \frac{\partial^2\varphi(\tau_1,\ \tau_2)}{\partial\tau_m\partial\tau_n}.$$

Формула (14) совместно с (19) позволяет определить ковариационную структуру ошибок совмещения изображений по местоположению, углу и масштабу на основе информации о функциях $\varphi(\tau_1,\ \tau_2)$, $\rho(\tau_1,\ \tau_2)$. Здесь, как и в [12], обнаруживается тот факт, что автокорреляция изображений по углу и масштабу функционально связана с $\varphi(\tau_1,\ \tau_2)$ и поэтому не требует специального исследования.

При $\tau = (\tau_1,\ \tau_2)^\tau = 0$ матрица A_τ равна

$$A_0 = -\psi\ \times$$

$$\times\begin{pmatrix} \begin{matrix}\ddot{\varphi}_{11}(0) & \ddot{\varphi}_{12}(0)\\ \ddot{\varphi}_{12}(0) & \ddot{\varphi}_{22}(0)\end{matrix} & 0 \\ 0 & \begin{matrix}\ddot{\varphi}_{11}(0)\frac{T_2^2-1}{12} + \ddot{\varphi}_{22}(0)\frac{T_1^2-1}{12} & \ddot{\varphi}_{12}(0)\frac{T_2^2-T_1^2}{12}\\ \ddot{\varphi}_{12}(0)\frac{T_2^2-T_1^2}{12} & \ddot{\varphi}_{22}(0)\frac{T_2^2-1}{12} + \ddot{\varphi}_{11}(0)\frac{T_1^2-1}{12}\end{matrix}\end{pmatrix}. \tag{20}$$

Отсюда видно, что в совпадающих точках изображения корреляция между производными яркости по $\lambda_1\lambda_2$ и производными по $\lambda_3\lambda_4$ исчезает, а между производными по λ_3 и λ_4 сохраняется только при одновременном выполнении условий $T_1 \neq T_2$ и $\ddot{\varphi}_{12}(0) \neq 0$. Предположение о существовании матрицы A_0 эквивалентно предположению, что пик корреляционной функции $\varphi(\tau)$ в окрестности $\tau = 0$ имеет форму эллиптического параболоида. Если при этом главные оси сечений $\varphi(\tau) = \mathrm{const}$ совпадают с τ_1, τ_2, то $\ddot{\varphi}_{12}(0) = 0$ и матрица A_0 становится диагональной.

Общие закономерности. Конкретный вид зависимостей элементов c_{ij} матрицы (14) от свойств шума может быть получен путем подстановки конкретных функций $\varphi(\tau)$, $\rho(\tau)$ в (14), (19) и (20).

В случае белого или квазибелого шума, когда его радиусы корреляции много меньше радиусов корреляции изображения, элементы матрицы A_τ меняются медленно по сравнению с $\rho(\tau)$. При этом (14) принимает вид

$$C = \frac{\mu_2}{n}A_0^{-1}s_{12} \tag{21}$$

где $s_1 = \sum\sum \left(1 - \frac{|\tau_1|}{T_1}\right)\left(1 - \frac{|\tau_2|}{T_2}\right)\rho(\tau_1, \tau_2)$ — интегральная площадь корреляции шума, как и в формуле (6).

Формулы (9), (11), (19), (20) и (21) позволяют отметить несколько общих закономерностей для дисперсий $D[\widehat{\lambda}_i] = c_{ii}$: прямую зависимость от энергетического отношения μ_2/ψ; обратную — от размеров изображе- корреляции $k_{ij} = c_{ij}/(c_{ii}c_{jj})$ не зависят ... радиусов корреляции шума определяются матрицей (20). При этом видно, что ошибки определения местоположения с угловыми и масштабными ошибками не коррелируют при любых T_1 и T_2. Если $T_1 = T_2$, то корреляция ошибок определения угловых и масштабных рассогласований также отсутствует. Коэффициенты корреляции ошибок местоположения зависят от формы и ориентации сечений $\varphi(\tau) = \text{const}$ в окрестности $\tau = 0$. Если $\ddot{\varphi}_{12}(0) = 0$, что имеет место при $\varphi(\tau_1, \tau_2) = \varphi_1(\tau_1)\varphi_2(\tau_2)$ и справедливо, в частности, для изотропных изображений, то $k_{12} = 0$. В других случаях k_{12} может принимать достаточно большие значения.

Для упрощения анализа коэффициентов k_{ij} при небелом шуме примем $T_1 = T_2 = T$ и $\ddot{\varphi}_{12}(0) = 0$. При этом матрица (20) становится диагональной, и коэффициенты k_{ij} полностью определяются матрицей в круглых скобках формулы (14). Согласно (19) при достаточно больших изображениях можно считать, что элементы a_{33} и a_{44} находятся в квадратичной зависимости от T, $a_{34} \sim T^0 \div T^1$, а остальные элементы матрицы A_τ от T не зависят. Это означает, что k_{12} от T не зависит, а другие коэффициенты корреляции с увеличением T стремятся к нулю. Иными словами, если T намного превышает радиусы корреляции изображения и шума, то матрица C, за исключением блока ковариации оценок местоположения, стремится к диагональному виду. Обнаруженная закономерность определяет условия, при которых совмещение изображений по местоположению, углу и масштабу может производиться автономно.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Белоглазов И. Н., Тарасенко В. П.** Корреляционно-экстремальные системы.— М.: Сов. радио, 1974.
2. **Белоглазов И. Н.** Оптимальная фильтрация в корреляционно-экстремальных системах, использующих изображения местности.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1977, № 2, с. 185.
3. **Буймов А. Г.** Предельная точность экстремального совмещения изображений. Связь с корреляционной структурой.— В кн.: Корреляционно-экстремальные системы обработки информации и управления. Томск: ТГУ, 1977, вып. 2, с. 15.
4. **Mostafavi H., Smith F. W.** Image correlation with geometric distortion.— IEEE Trans., 1978, v. AES-14, N 3, P. I, II, p. 487.
5. **Красовский А. А., Белоглазов И. Н., Чигин Г. П.** Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем.— М.: Наука, 1979.
6. **Буймов А. Г., Буймова Н. А.** Статистика расфокусированных изображений.— В кн.: Корреляционно-экстремальные системы обработки информации и управления. Томск: ТГУ, 1981, вып. 6, с. 15.
7. **Уилкс С.** Математическая статистика.— М.: Наука, 1967, с. 295.
8. **Буймов А. Г., Раводин О. М.** Зависимость точности совмещения радиолокационных карт местности от радиуса действия локатора.— Изв. вузов. Приборостроение, 1980, т. XXIII, № 5, с. 24.
9. **Решетников М. Т.** Применение моделей случайных полей при исследовании цифровых КЭС.— В кн.: Корреляционно-экстремальные системы обработки информации и управления. Томск.: ТГУ, 1980, вып. 5, с. 40.
10. **Воробьев Г. И., Потапов Е. С., Смирнов Ю. М., Сюзев В. В.** Имитация случайных процессов с требуемыми спектральными характеристиками в цифровых моделях

информационно-управляющих систем.— Автоматика и телемеханика, 1976, № 9, с. 22.
11. Антипин В. В., Буймов А. Г. Быстрая имитация случайных изображений в базисе Адамара.— В кн.: Корреляционно-экстремальные системы обработки информации и управления. Томск: ТГУ, 1978, вып. 3, с. 74.
12. Буймов А. Г., Буймова Н. А. Исследование автокорреляции изображений по размасштабированию, вращениям и сдвигам.— Автометрия, 1982, № 1, с. 84.

Поступила в редакцию 12 января 1983 г.

УДК 517.518.8

М. Ю. КАТАЕВ, А. А. МИЦЕЛЬ

(Томск)

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СОСТАВА ГАЗОВОЙ СМЕСИ ПО СПЕКТРАМ ПОГЛОЩЕНИЯ

Введение. Решение задачи концентрационного анализа газового состава многокомпонентной смеси по спектрам поглощения можно условно разбить на два этапа: идентификация смеси и извлечение количественной информации о концентрациях газов. Математические аспекты извлечения количественной информации из решения обратной задачи абсорбционного газоанализа многокомпонентных смесей рассматривались в [1, 2]. В данной работе излагается математическая постановка задачи идентификации газовой смеси из данных эксперимента, приводятся результаты численного и натурного эксперимента в условиях «обучения с учителем».

Идентификация газовой смеси. В математическом плане задача идентификации газового состава многокомпонентных смесей по спектрам поглощения сводится к задаче классификации объектов по входному вектору измерений и по известным признакам. В качестве признаков могут использоваться характерные особенности спектров поглощения газов *. Для идентификации газовых объектов, под которыми будем понимать набор определенных газов, воспользуемся байесовым критерием [3].

Пусть из измерений получен вектор объемных коэффициентов поглощения $y = \{y_1, \ldots, y_N\}^T$, который связан с вектором концентраций газов $x = \{x_1, \ldots, x_м\}^T$ линейным преобразованием [1, 4]

$$y = Kx + \beta, \tag{1}$$

где K — матрица коэффициентов поглощения на единицу массы размерностью ($N \times м$) (матрица эталонных спектров); β — N-мерный вектор неселективной (фоновой) составляющей поглощения. Пусть вектор наблюдений есть случайный вектор с заданной условной плотностью вероятности $P(y|\omega_l)$, характеризуемой параметрами: средним M_l и ковариационной матрицей V_l. Параметры M_l и V_l связаны с принадлежностью y к определенному классу газовых объектов ω_l, $l = 1, \ldots, n$. Задача идентификации сводится к проверке статистических гипотез

$$H_l : y \in \omega_l. \tag{2}$$

Для простоты рассмотрим случай двух классов, т. е. $l = 1, 2$. Байесово решающее правило для случая двух классов имеет вид [3]

$$h(y) = \ln [P(y|\omega_1)/P(y|\omega_2)] \gtrless \ln [P(\omega_2)/P(\omega_1)] \to y \in \begin{cases} \omega_1 \\ \omega_2 \end{cases}. \tag{3}$$

---

* В данной работе не затрагивается вопрос о выборе информативных признаков.