ду исходным и квантованным полем падает. Максимальное значение коэффициента корреляции (9) при прочих равных условиях имеет место в случае линейной согласованности между условными средними m и уровнями v, когда

$$v_T = \alpha m_T + \beta. \tag{10}$$

При этом

$$C_{xv}^{12} = \rho_{12} \sqrt{D[m]/D[x]}. \tag{11}$$

На основе формул (6)—(9) можно также вывести, что при идентичном квантовании поля $x(r)$ в точках r_1, r_2 и выполнении условия (10) в более жестком виде $v_T = m_T$ шум квантования $\varepsilon(r) = x(r) - v(r)$ обладает нулевым средним и функциями ковариации

$$K_{\varepsilon\varepsilon}^{12} = (D[x] - D[m])\, \rho_{12};$$

$$K_{x\varepsilon}^{12} = K_{\varepsilon\varepsilon}^{12};$$

$$K_{v\varepsilon}^{12} = 0.$$

Отсюда

$$\begin{gathered} D[\varepsilon] = D[x] - D[m]; \\ C_{\varepsilon\varepsilon}^{12} = \rho_{12}; \\ C_{x\varepsilon}^{12} = \rho_{12} \sqrt{D[\varepsilon]/D[x]}; \\ C_{v\varepsilon}^{12} = 0. \end{gathered} \tag{12}$$

Следует обратить внимание на отличие формул (12) от результатов [6], полученных для нормальных случайных процессов. Во-первых, шумы квантования пальмовских полей не являются белыми и их корреляционная функция повторяет корреляционную функцию квантуемого поля. Во-вторых, с уменьшением отношения $D[\varepsilon]/D[x]$ коэффициент взаимной корреляции $C_{x\varepsilon}^{12}$ убывает гораздо медленнее, чем в нормальном случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Буймов А. Г.** К статистике пальмовских полей.— Автометрия, 1981, № 6, с. 13.
2. **Буймов А. Г., Буймова Н. А.** Статистика расфокусированных изображений.— В кн.: Корреляционно-экстремальные системы управления. Томск: ТГУ, 1981, вып. 6, с. 16.
3. **Буймов А. Г., Буймова Н. А.** Исследование автокорреляции изображений по размасштабированию, вращениям и сдвигам.— Автометрия, 1982, № 1, с. 84.
4. **Буймов А. Г., Буймова Н. А., Масликов В. И., Третьяков В. А.** Статистический анализ функций правдоподобия сигналов сравнения изображений в корреляционно-экстремальных системах.— В кн.: Корреляционно-экстремальные системы управления. Томск: ТГУ, 1982, с. 53.
5. **Антипин В. В., Буймов А. Г.** Статистический анализ ошибок совмещения изображений по методу наименьших квадратов в условиях окрашенного шума.— Автометрия, 1985, № 3.
6. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1.— М.: Сов. радио, 1974.

Поступило в редакцию
18 мая 1984 г.

УДК 621.391

П. А. БАКУТ, М. В. КУЗНЕЦОВ, В. И. МАНДРОСОВ

(Москва)

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ НЕРОВНОСТЕЙ И ФОРМЫ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПО ИХ КОГЕРЕНТНЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ

В работе [1] приводится распределение средней интенсивности поля в изображении неплоской шероховатой поверхности. Однако результаты этой работы требуют уточнения для случая пологих неровностей, когда $\gamma < h/R$, где γ — среднеквадратичный наклон неровностей; h — апертура оптической системы, формирующей изображение; R — расстояние от поверхности до оптической системы. В данной работе получены распределения средней интенсивности в изображениях шероховатых параболических поверхностей для широкого диапазона среднеквадратичных наклонов неровностей и предложен метод определения радиуса кривизны и среднеквадратичного наклона неровностей параболических поверхностей по зависимости размера изображения от разрешающей способности оптической системы, формирующей изображение.

Рассмотрим изображение поверхности, расположенной вблизи оси оптической системы, формирующей изображение, состоящей из собирающей линзы и расположенного в плоскости апертуры пространственного фильтра

$$G(\boldsymbol{\rho}) = q_0 \exp[-\rho^2/h^2],$$

где h — эффективный размер апертуры; $\boldsymbol{\rho}$ — радиус-вектор в плоскости апертуры; q_0 — максимальный коэффициент пропускания фильтра.

Если направление подсвета параллельно оси оптической системы, поле на апертуре можно записать в виде [2]

$$\mathscr{E}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{E_0}{i\lambda} \int K(\mathbf{r}_S) \frac{(\mathbf{n}\mathbf{n}_{\text{п}})}{R(\mathbf{n}\mathbf{N})} \exp\left\{\frac{4\pi i}{\lambda}\left[R(\mathbf{r}_S, \boldsymbol{\rho}) - (\mathbf{N}\mathbf{n}_{\text{п}})\,\xi(\mathbf{r}_S)\right]\right\} dS.$$

Здесь E_0 — амплитуда поля подсвечивающего излучения; $K(\mathbf{r}_S)$ — коэффициент отражения на поверхности; λ — длина волны подсвечивающего излучения; $\mathbf{n}$ — нормаль к шероховатой поверхности; $\mathbf{n}_{\text{п}}$ — единичный вектор, параллельный оси оптической системы; $\mathbf{N}$ — нормаль к средней поверхности S; $R(\mathbf{r}_S, \boldsymbol{\rho})$ — расстояние от средней поверхности до плоскости апертуры; $\mathbf{r}_S$ — радиус-вектор средней поверхности S; $\xi(\mathbf{r}_S)$ — случайная функция, описывающая неровности.

Введем предметную плоскость вблизи исследуемой поверхности, перпендикулярную оси оптической системы. Высоту средней поверхности над предметной плоскостью будем описывать функцией $Z(\mathbf{x})$, где $\mathbf{x}$ — радиус-вектор в предметной плоскости. Будем считать, что $\max Z(\mathbf{x}) \ll \min R(\mathbf{r}_S, \boldsymbol{\rho})$.

Если выполняется условие

$$d \ll \sqrt{\lambda R/4\pi}$$

(d — размер освещенной области поверхности, R — расстояние от предметной плоскости до плоскости апертуры), то поле в изображении можно записать в виде

$$E(\boldsymbol{\eta}) = \frac{E_0 \exp\left(\frac{4\pi i R}{\lambda}\right)}{\lambda z R} \int \frac{K(\mathbf{x})}{(\mathbf{n}\mathbf{N})} \exp\left\{\frac{4\pi i}{\lambda}\left[Z(\mathbf{x}) - (\mathbf{N}\mathbf{n}_{\text{п}})\,\xi(\mathbf{r}_S)\right]\right\} H(\mathbf{x}, \boldsymbol{\eta})\, d\mathbf{x}; \quad (1)$$

$$H(\mathbf{x}, \boldsymbol{\eta}) = \int_{\Omega} G(\boldsymbol{\rho}) \exp\left[\frac{2\pi i}{\lambda} \boldsymbol{\rho}\left(\frac{\mathbf{x}}{R} + \frac{\boldsymbol{\eta}}{z}\right)\right] d\boldsymbol{\rho},$$

где Ω — область апертуры; z — расстояние от линзы до плоскости изображения. Если неровности достаточно пологие, т. е. $\gamma \ll 1$, то можно считать $(\mathbf{n}\mathbf{N}) = 1$. Тогда из (1) для средней интенсивности поля в изображении имеем

$$J(\boldsymbol{\eta}) = \langle E(\boldsymbol{\eta})\, E^*(\boldsymbol{\eta})\rangle = \frac{E_0^2}{\lambda^2 z^2 R^2} \int\int K(\mathbf{x}_1) K(\mathbf{x}_2) \exp\left\{\frac{4\pi i}{\lambda}\left[Z(\mathbf{x}_1) - Z(\mathbf{x}_2)\right]\right\} \times$$

$$\times \left\langle \exp\left\{-\frac{4\pi i}{\lambda}\left[(\mathbf{N}_1\mathbf{n}_{\text{п}})\,\xi\left(\mathbf{r}_S^{(1)}\right) - (\mathbf{N}_2\mathbf{n}_{\text{п}})\,\xi\left(\mathbf{r}_S^{(2)}\right)\right]\right\}\right\rangle H(\mathbf{x}_1, \boldsymbol{\eta})\, H^*(\mathbf{x}_2, \boldsymbol{\eta})\, d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2. \quad (2)$$

Будем считать, что функция $\xi(\mathbf{r}_S)$ обладает следующими свойствами:

1) $\xi(\mathbf{r}_S)$ распределена по гауссовому закону;

2) $\langle \xi(\mathbf{r}_S)\rangle = 0$, $\left\langle \xi\left(\mathbf{r}_S^{(1)}\right) \xi\left(\mathbf{r}_S^{(2)}\right)\right\rangle = \sigma^2 \exp\left[-\frac{\left(\mathbf{r}_S^{(1)} - \mathbf{r}_S^{(2)}\right)^2}{l^2}\right]$,

где σ — среднеквадратичная высота неровностей; l — радиус корреляции неровностей;

3) $\sigma \gg \lambda$, $\sigma/l \gg \lambda/d$.

Если средняя поверхность достаточно плавная, т. е. $\rho_k \gg l$ (ρ_k — радиусы кривизны средней поверхности), то, учитывая вышеприведенные свойства функции $\xi(\mathbf{r}_S)$, получим [3]

$$\left\langle \exp\left\{-\frac{4\pi i}{\lambda}\left[(\mathbf{N}_1, \mathbf{n}_{\text{п}})\,\xi\left(\mathbf{r}_S^{(1)}\right) - (\mathbf{N}_2\mathbf{n}_{\text{п}})\,\xi\left(\mathbf{r}_S^{(2)}\right)\right]\right\}\right\rangle = \exp\left[-\frac{16\pi^2\sigma^2}{\lambda^2 l^2}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^2\right]. \quad (3)$$

Если средняя поверхность S — параболоид вращения с радиусом кривизны r, т. е. $Z(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2/2r$, то из (2), учитывая (3), найдем

$$J(\boldsymbol{\eta}) = \frac{q_0 \pi h^2 E_0}{\lambda^2 z^2 R^2} \int\int K(\mathbf{x}_1) K(\mathbf{x}_2) \exp\left[-\frac{16\pi^2\sigma^2}{\lambda^2 l^2}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^2\right] \times$$

$$\times \exp\left[\frac{2\pi i}{r\lambda}\left(\mathbf{x}_1^2 - \mathbf{x}_2^2\right)\right] \exp\left[-\frac{\pi^2 h^2}{\lambda^2}\left(\frac{\mathbf{x}_1}{R} + \frac{\boldsymbol{\eta}}{z}\right)^2\right] \exp\left[-\frac{\pi^2 h^2}{\lambda^2}\left(\frac{\mathbf{x}_2}{R} + \frac{\boldsymbol{\eta}}{z}\right)^2\right] d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2.$$

Если $K(\mathbf{x}) = 1$, $\lambda R/h \ll d$, то распределение средней интенсивности поля в изображении описывается выражением

$$J(\eta) = \frac{q_0^2 E_0^2 R^2}{z^2} r^2 f \exp\left[-\frac{\eta^2 f R^2}{z^2}\right]; \tag{4}$$

$$f = \frac{1}{r^2(4\gamma^2 + k^2/4R^2)}, \quad \gamma = \sigma/l.$$

В случае достаточно крутых неровностей, когда $\gamma \gg h/R$, выражение (4) преобразуется к виду

$$J(\eta) = \frac{q_0^2 E_0^2 R^2}{4z^2\gamma^2} \exp\left[-\frac{\eta^2 R^2}{4r^2\gamma^2 z^2}\right].$$

Это следует из соотношения, полученного в [1] для средней интенсивности поля в изображении.

Пусть изображение регистрируется фотоэлектронным приемником с пороговой интенсивностью $J_п$. Тогда будут зарегистрированы только те участки изображения, для которых $J(\eta) > J_п$. Учитывая (4), получим для площади изображения

$$S_и = \frac{\pi z^2}{R^2 f} \ln \frac{q_0^2 E_0^2 r^2 f R^2}{J_п z^2}. \tag{5}$$

При известном радиусе кривизны поверхности r выражение (5) дает однозначную зависимость площади изображения от среднего наклона неровностей. Таким образом, если определить площадь изображения, например, используя оптимальный алгоритм, предложенный в [4], можно оценить средний наклон неровностей γ.

Если радиус кривизны неизвестен, то один из способов оценивания параметров γ и r заключается в обработке нескольких изображений, полученных при различных апертурах оптической системы. Эту обработку проведем, используя метод наименьших квадратов [5]. Пусть получено N измеренных значений $S_{иi}(h_i)$, тогда методом наименьших квадратов γ и r определяются как корни системы уравнений

$$\sum_{i=1}^{N} S_{иi}(h_i) \frac{\partial S_и}{\partial \gamma}(h_i) = \sum_{i=1}^{N} S_и(h_i) \frac{\partial S_и}{\partial \gamma}(h_i);$$

$$\sum_{i=1}^{N} S_{иi}(h_i) \frac{\partial S_и}{\partial r}(h_i) = \sum_{i=1}^{N} S_и(h_i) \frac{\partial S_и}{\partial r}(h_i),$$

где $S_и(h_i)$ — площадь изображения, определяемая выражением (5). Если выбирать коэффициенты пропускания фильтра q_0 так, что интенсивность поля в изображении удовлетворяют условию $J(0) = eJ_п$, то оценки γ и r даются выражениями

$$r = \sqrt{\frac{2R^2 \sum_{i=1}^{N} (h_i^2 - \overline{h}^2)(S_{иi} - \overline{S}_и)}{\sum_{i=1}^{N} (h_i^2 - \overline{h}^2)}};$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{\overline{S}_и R^2}{4r^2 z^2} - \frac{\overline{h}^2}{4R^2}}.$$

Здесь

$$\overline{S}_и = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} S_{иi}; \quad \overline{h}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} h_i^2.$$

Погрешность таких оценок, зависящая от количества N измеренных значений $S_{иi}(h_i)$ и точности определения $S_{иi}(h_i)$, задается выражениями

$$\delta r = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial r}{\partial S_i}\right)^2 \delta^2 S_i}; \quad \delta\gamma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial S_i}\right)^2 \delta^2 S_i},$$

где δr, $\delta\gamma$, δS_i — ошибки определения r, γ, $S_{иi}(h_i)$ соответственно.

Если подсвет ведется когерентным излучением, то пятнистая структура изображения приводит к ухудшению точности определения площади изображения. В этом случае ошибка обусловливается не дискретной структурой регистрирующей среды, а пятнистой структурой изображения. Согласно [4], для ошибки определения

$S_{\text{и}i}(h_i)$ при когерентном подсвете при малом уровне шума справедливо соотношение

$$\delta S_i \sim S_{\text{и}i}(h_i)/M_i,$$

где M_i — количество пятен в изображении. В работе [3] показано, что размер пятна определяется размером элемента разрешения, т. е. $M_i = \frac{S_{\text{и}i}(h_i)\,h_i^2}{\lambda^2 z^2}$. Тогда $\delta S_i \sim \sim \frac{z^2\lambda^2}{h_i^2}$.

Таким образом, из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Распределение средней интенсивности поля в изображении шероховатой параболической поверхности зависит от радиуса кривизны средней поверхности, среднего наклона неровностей и от размера апертуры оптической системы, формирующей изображение.

2. При известном радиусе кривизны средней поверхности для получения оценки среднего наклона неровностей достаточно обработать одно изображение. При неизвестном радиусе кривизны средний наклон неровностей можно оценить, обработав несколько изображений, полученных при различных апертурах оптической системы, причем точность оценки определяется количеством обрабатываемых изображений, пятнистой структурой изображения при когерентном подсвете и дискретной структурой регистрирующей среды при подсвете белым светом.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Калинин С. П., Мандросов В. И.** Определение качества диффузных неплоских поверхностей по их когерентным изображениям.— В кн.: Труды II Всесоюз. научно-технической конференции «Применение ОКГ в приборостроении». М.: МВТУ, 1979.
2. **Басс Ф. Г., Фукс И. М.** Рассеяние волн на статистически неровной поверхности.— М.: Наука, 1972.
3. **Устинов Н. Д. и др.** Анализ качества лазерных изображений диффузных объектов.— Квант. электроника, 1978, т. 5, № 6, с. 1257.
4. **Галун С. А., Зюльков А. В., Трифонов А. П.** Оценка площади оптических изображений на фоне шумов.— Автометрия, 1983, № 1.
5. **Зайдель А. Н.** Ошибки измерения физических величин.— Л.: Наука, 1972.

Поступило в редакцию
30 марта 1984 г.

УДК 621.391.26

С. А. ПАВЛИЧЕНКОВ, В. И. ПРОТАСЕВИЧ, Ш. И. САДЫКОВ, А. Ф. СКОЧИЛОВ

(Казань)

АЛГОРИТМ, РЕАЛИЗУЮЩИЙ ОРИЕНТАЦИОННО-МАСШТАБНУЮ ИНВАРИАНТНОСТЬ В ПРОБЛЕМЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Методы когерентно-оптической обработки информации находят широкое применение в различных отраслях науки и техники, в частности, при разработке систем распознавания образов. Основным недостатком этих систем является их чувствительность к ориентации объекта и изменению его масштаба по отношению к эталону [1].

Наиболее перспективны в этом отношении гибридные оптико-электронные комплексы, позволяющие сочетать высокое быстродействие оптических методов с широкими возможностями электронных устройств различного назначения.

В данной работе для когерентных оптико-электронных систем приводится алгоритм, позволяющий распознавать объекты независимо от их ориентации и масштаба.

Рассмотрим объект, характеризуемый функцией пропускания $t_0(x, y)$. Распределение интенсивности, полученное в фурье-плоскости линзы прямого преобразования Фурье, расположенной вплотную к объекту, будет пропорционально квадрату модуля фурье-образа объекта:

$$I_0'(f_x, f_y) = A\,|T_0(f_x, f_y)|^2; \qquad T_0(f_x, f_y) = \mathcal{F}[t_0(x, y)], \tag{1}$$

где $\mathcal{F}[\ \ ]$ — оператор фурье-преобразования; f_x и f_y — пространственные частоты в