9. **Akaike H.** Information theory and extension of maximum likelihood principle.— In: Proc. 2nd Symp. Inf. Theory. Budapest: Akademia Kiado, 1973, p. 267—281.
10. **Воскобойников Ю. Е.** Построение дескриптивных приближений для сглаживания и дифференцирования экспериментальных данных.— Автометрия, 1983, № 3, с. 3—9.

Поступила в редакцию
13 июля 1984 г.

УДК 681.2.08

В. В. БРОСТЮК, М. И. КИСЕЛЕВ
(Москва)

УСТРАНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСКАЖЕНИЙ В РЕЖИМЕ ДИСКРЕТНЫХ ОТСЧЕТОВ

Достижение все большей точности в измерениях, необходимых для проведения экспериментальных исследований, связано с преодолением трудностей, которые вызываются возрастанием уровня динамических (инерционных и диссипативных) искажений измеряемого воздействия. Эти искажения возникают за счет неидеальности аппаратной функции измерительного прибора и имеют место даже в том случае, когда на аппаратную функцию не накладываются какие-либо ограничения с целью фильтрации внешней помехи.

В сложившейся ситуации истинная информация о поле измеряемой физической величины может быть получена из решения обратной задачи теории измерений. Такая возможность детально проанализирована в [1] для линейного приближения и в [2] для общего случая с учетом нелинейности измерительных приборов. Существенными для данного подхода являются необходимость точного знания аппаратной функции прибора и сложная математическая обработка результатов измерений, требующая больших затрат времени и применения высокопроизводительных вычислительных машин. Однако в большинстве случаев аппаратная функция известна лишь приближенно [3], а строгость результатов, получаемых при решении некорректно поставленных обратных задач, во многом зависит от наличия априорной информации [4].

В настоящей работе предлагается иной подход, который может оказаться эффективным для ряда важных частных задач. При этом динамические искажения исключаются не последующей математической обработкой, а специальной организацией процедуры измерений при наличии адиабатических инвариантов в измерительной системе [5, 6].

В качестве исходной модели первичного преобразователя возьмем осциллятор с затуханием:

$$\ddot{x} + 2\varepsilon\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t), \tag{1}$$

где $x(t)$ — наблюдаемая величина, характеризующая отклонение осциллятора от положения равновесия; ε — коэффициент затухания; ω_0 — собственная циклическая частота осциллятора; $f(t)$ — внешнее воздействие.

Следует отметить, что в данную модель линейного осциллятора заложена простейшая схема диссипативного процесса: сила трения пропорциональна скорости.

Общее решение уравнения (1) хорошо известно:

$$x(t) = e^{-\varepsilon t}(x_0 \cos\Omega_0 t + \dot{x}_0 \sin\Omega_0 t) + \frac{1}{\Omega_0}\int_0^t f(\tau)\, e^{-\varepsilon(t-\tau)} \sin\Omega_0 (t-\tau)\, d\tau. \tag{2}$$

Здесь x_0 и $\dot{x}_0$ — начальные значения. Неизвестная зависимость $f(t)$ должна «восстанавливаться» из интегрального уравнения (2), что и приведет к обратной задаче.

Существенно новые возможности открываются, если, следуя [7], перейти в (1) к новым канонически сопряженным переменным «действие — фаза» — J, Φ. При этом уравнения движения записываются в виде

$$\dot{J}(t) = \frac{\dot{\psi}(t)}{\Omega_0^2} \sqrt{2m\Omega_0 J(t)} \sin\Phi(t); \tag{3}$$

$$\dot{\Phi}(t) = \Omega_0 - \frac{\dot{\psi}(t)}{\Omega_0^2} \sqrt{\frac{m\Omega_0}{2J(t)}} \cos\Phi(t), \tag{4}$$

где $\psi(t) = f(t)e^{\varepsilon t}$; m — параметр, характеризующий инертные свойства осциллятора (масса, момент инерции, индуктивность и т. п.).

Если вернуться к исходной переменной $x(t)$, то решение уравнения (1) получается в новой форме:

$$x(t) = \frac{f(t)}{\Omega_0^2} + \sqrt{\frac{2J(t)}{m\Omega_0}} e^{-\varepsilon t} \sin\Phi(t). \tag{5}$$

Принципиально важное отличие данного представления решения от (2) заключается в том, что здесь аналитически разделены непосредственный отклик осциллятора на внешний сигнал — первое слагаемое — и динамические искажения — второе слагаемое в правой части (5).

Заметим, что затухающий экспоненциальный множитель во втором слагаемом (5) не приводит к самопроизвольному уменьшению со временем динамических искажений вследствие компенсирующего влияния стоящей под знаком радикала переменной действия $J(t)$.

Для выделения полезной составляющей отклика $f(t)$ в [7] предлагается ввести второй осциллятор, идентичный первому и запускаемый в противофазе с ним. Если реакция осцилляторов на внешнее воздействие одинакова (этому способствует выдвигаемое требование адиабатической инвариантности величины действия: $J(t) = J_0 + \Delta J(t)$, причем $\Delta J(t) \ll J_0$, $J_0 = \mathrm{const}$), то, формируя фиктивные разностный и суммарный осцилляторы, можно получать в дискретные моменты времени t_n, определяемые по показаниям разностного осциллятора, отсчеты $f(t_n)$, пропорциональные показаниям суммарного.

Однако это не единственная возможность извлечения полезной неискаженной информации из (5). Указанный вывод следует хотя бы из того, что член, содержащий динамические искажения, умножается на $\sin\Phi(t)$. А поскольку синус — знакопеременная функция, существуют такие точки на оси времени, когда синус обращается в нуль и в этих точках выполняется строгое равенство $x(t_n) = f(t_n)/\Omega^2$.

Для определения этих точек запишем общее выражение для фазы из (4):

$$\Phi(t) = \Omega_0 t - \frac{1}{\Omega_0^2} \int_0^t \dot{\psi}(\tau) \sqrt{\frac{m\Omega_0}{2J(t)}} \cos\Phi(\tau)\, d\tau + \Phi_0. \tag{6}$$

Непосредственный анализ (6) затруднен, поскольку связан с интегрированием системы нелинейных уравнений (3) и (4). Поэтому целесообразно и в данном случае выдвинуть требование адиабатической инвариантности действия: $J(t) \approx J_0 = \mathrm{const}$. При этом уравнения (3) и (4) линеаризуются, и для определения фазовой переменной достаточно двух последовательных приближений:

$$\Phi(t) \simeq \Omega_0 t - \frac{1}{\Omega_0^2} \sqrt{\frac{m\Omega_0}{2J_0}} \int_0^t \dot{\psi}(\tau) \cos\Omega_0\tau d\tau + \Phi_0. \tag{7}$$

Как следует из анализа выражения (7), выполнение условий адиабатической инвариантности

$$\varepsilon \sim 0, \qquad \omega_0/\Omega_c \gg 1, \qquad x_0 \geqslant f(t)/\omega_0^2$$

(Ω_c — характерная частота внешнего воздействия; x_0 — начальное отклонение осциллятора от положения равновесия) приводит одновременно к тому, что изменение фазы определяется в основном регулярной составляющей $\Omega_0 t$, а вторым членом в (7) можно пренебречь, т. е. $\Phi(t) \simeq \simeq \omega_0 t + \pi/2$ (здесь учтено, что $\omega_0 = \Omega_0$ при $\varepsilon = 0$, а $\Phi_0 = \pi/2$ при запуске осциллятора с отличным от нуля смещением x_0). Тогда вместо (5) будет

$$x(t) = \frac{f(t)}{\omega_0^2} + \sqrt{\frac{2J_0}{m\omega_0}} \cos \omega_0 t. \tag{8}$$

Отсюда в моменты времени t_n, когда $\omega_0 t = \pi/2(2n+1)$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, справедливо

$$x(t_n) = f(t_n)/\omega_0^2, \tag{9}$$

т. е. оказывается возможным получение дискретных значений внешнего воздействия $f(t_n)$ при равномерном шаге квантования процесса по времени, равном половине периода собственных колебаний осциллятора: $\Delta t = \pi/\omega_0$. Динамические искажения в этих точках в данном приближении отсутствуют. Необходимая величина частоты собственных колебаний осциллятора ω_0 может быть определена в соответствии с величиной Δt, например, исходя из теоремы Котельникова или аналогичных ей, хотя в некоторых работах обосновывается желательность уменьшения величины Δt [8].

Таким образом, проведение измерений по описанной выше схеме позволяет решать в режиме реального времени задачи, связанные с измерением переменных внешних воздействий, и непосредственно, без дополнительной математической обработки, использовать полученную информацию для исследования динамических процессов.

При данном подходе устраняется информационная избыточность сдвоенных систем [7], а получение аналогичной полезной информации о внешнем сигнале оказывается возможным благодаря целенаправленному уменьшению общей энтропии системы «измерительный прибор — внешний сигнал» (предвнесение негэнтропии в систему). Это достигается в результате априорного анализа и последующего учета характера взаимодействия поля измеряемой физической величины с измерительным прибором, а также заданием закона движения осциллятора с предварительным возбуждением, обеспечивающим необходимое значение адиабатически инвариантной величины действия.

В принципе подобный способ устранения информационной избыточности или активного внесения негэнтропии методически близок, например, эффекту, получаемому при применении стробоскопа.

Рассмотренный метод измерений адиабатически инвариантными системами может быть также использован и для получения информации о первой производной входного воздействия. Это достигается использованием двух последовательно связанных осцилляторов, образующих в совокупности адиабатически инвариантную систему, причем второй осциллятор выполняет дополнительно функцию усиления сигнала. Практически данная схема реализуется, например, в магнитоэлектрическом сейсмографе, сейсмометр и гальванометр которого образуют индуктивно связанную систему [9]:

$$\begin{aligned} &\ddot{x} + 2\varepsilon_x \dot{x} + \omega_{0x}^2 x = f(t) + h\dot{y}; \\ &\ddot{y} + 2\varepsilon_y \dot{y} + \omega_{0y}^2 y = K\dot{x}, \end{aligned} \tag{10}$$

где x, y — переменные, соответствующие сейсмометрической и гальванометрической степеням свободы; h, K — коэффициенты связи ($h \ll 1$, $K \gg 1$).

В [10] показано, что, задавая частоты собственных колебаний ω_{0x} и ω_{0y} в определенной пропорции, например $\omega_{0y} = 3\omega_{0x}$, и обеспечивая малую величину коэффициентов ε_x и ε_y, можно получать дискретные отсчеты первой производной сигнала $\dot{f}(t_n)$, усиленные в $K \gg 1$ раз:

$$y(t_n) \simeq -\frac{1}{9}\frac{K}{\omega_1^4}\dot{f}(t_n);$$
$$\omega_1 \approx \omega_{0x} - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_x^2}{\omega_{0x}}. \qquad (11)$$

Восстановление при необходимости самого сигнала возможно применением методов численного интегрирования по полученному массиву данных $\{\dot{f}(t_n)\}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Марчук Г. И., Дробышев Ю. П.** Некоторые вопросы линейной теории измерений.— Автометрия, 1967, № 3, с. 24—30.
2. **Маергойз М. Д., Рудько Б. Ф.** О некоторых математических вопросах нелинейной теории измерений.— Автометрия, 1976, № 2, с. 3—10.
3. **Краус М., Вошни Э.** Измерительные информационные системы.— М.: Мир, 1975.
4. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1979.
5. **Абгарян А. Л., Богданов В. В., Киселев М. И.** О качественной теории измерительных систем.— Метрология, 1975, № 10, с. 13.
6. **Абгарян А. А., Богданов В. В., Киселев М. И.** О качественной теории измерительных систем с адиабатическими инвариантами.— Метрология, 1975, № 11, с. 45.
7. **Киселев М. И., Кузиванов В. А.** О возможности измерений в геофизике слабодемпфированными системами.— ДАН СССР, 1980, т. 253, № 4, с. 853—856.
8. **Гальперин М. В.** Квантование времени в информационных системах.— М.: Энергоатомиздат, 1983.
9. **Аппаратура** и методика сейсмометрических наблюдений в СССР/Под ред. В. Т. Архангельского и др.— М.: Наука, 1974.
10. **Бростюк В. В., Киселев М. И., Кузиванов В. А.** О возможности применения высокодобротных сейсмометров.— ДАН СССР, 1982, т. 265, № 5, с. 1097—1100.

Поступила в редакцию
11 июня 1984 г.

УДК 531.714

Л. К. РЕЗНИК

(Ленинград)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЧЕТКОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК ИЗМЕРЯЕМЫХ ВЕЛИЧИН

Введение. Автоматизация измерений и испытаний привела к интеграции операций проведения измерений и обработки их результатов в рамках измерительно-вычислительных комплексов (ИВК), являющихся ядром автоматизированных измерительных систем (АИС), и к освобождению от их выполнения человека-оператора. В АИС измерительными операциями управляет ЭВМ, обладающая значительной вычислительной мощностью, но, разумеется, не имеющая тех знаний и профессиональной интуиции, которыми часто умело пользуется опытный экспериментатор. Объединение при проведении измерений высокой производительности ЭВМ и опыта экспериментатора ведет к повышению эффективности функционирования всей системы в целом.