

венно; параметр же  $p_{\max}$  будет изменяться от 1/8 до 1/2. Такое ограничение позволило при исследовании восстановления изображения устранить дополнительные искажения, обусловленные размерами апертуры. Эти искажения увеличиваются по мере увеличения размеров апертуры [1, 2].

При моделировании восстановления изображения с синтезированной фурье-голограммы в качестве исходного объекта был взят прямоугольник с единичным пропусканием и соотношением сторон  $X_{\max} : Y_{\max} = 1 : 4$ , смещенный относительно оси  $x$  на величину  $X_{\max}$ . На рис. 2 приведены сечения интенсивности восстановленных изображений по оси  $x$  при  $y = 0$ . Из рис. 2 видно, что при увеличении размеров рабочей зоны ячейки и соответственно увеличении максимального допустимого смещения  $p_{\max}$  наблюдается ухудшение качества восстанавливаемого изображения, что проявляется в спаде интенсивности внешнего, наиболее удаленного от оптической оси края. Увеличение  $p_{\max}$  до 1/2 (что соответствует рабочей зоне  $\Delta\xi \times \Delta\eta$ ) приводит к падению интенсивности на краю изображения до уровня 0,3. При соблюдении условий корректности кодирования, т. е. когда рабочая зона составляет  $(1/3)\Delta\xi \times (1/3)\Delta\eta$ , наблюдается спад интенсивности лишь до уровня 0,9.

Таким образом, соблюдение условий корректности кодирования, заключающихся в ограничении размеров рабочей зоны ячейки до  $(1/3)\Delta\xi \times (1/3)\Delta\eta$  и обеспечении набега фазы восстанавливющей волны, равного 6 $\pi$  в пределах всей ячейки дискретизации, позволяет значительно уменьшить искажения восстановленного изображения по сравнению с общепринятой методикой, когда в пределах всей ячейки обеспечивается набег фазы 2 $\pi$ . Однако ограничение размеров рабочей зоны ячейки приводит к значительному снижению дифракционной эффективности голограммы. Для повышения дифракционной эффективности голограмм следует воспользоваться методикой проекционного интерферометрического копирования [6]. Копия при этом записывается в виде объемной фазовой фурье-гологramмы, что позволяет в десятки раз увеличить дифракционную эффективность.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Акаев А. А., Майоров С. А. Когерентные оптические вычислительные машины.—Л.: Машиностроение, 1977.
2. Ярославский Л. П., Мерзликов Н. С. Цифровая голография.—М.: Наука, 1982.
3. Майоров С. А., Очин Е. Ф., Романов Ю. Ф. Оптические аналоговые вычислительные машины.—Л.: Энергоатомиздат, 1983.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1972.
5. Голубкова М. Н. и др. Сравнительный анализ трех методов бинарного кодирования комплексных пространственно-частотных фильтров для когерентного оптического процессора.—Электрон. моделирование, 1982, т. 4, № 1.
6. Майоров С. А., Очин Е. Ф., Романов Ю. Ф., Троиценко А. Ю. Повышение дифракционной эффективности и устранение высших порядков дифракции при восстановлении изображений с синтезированных фурье-голограмм.—Изв. вузов. Сер. Приборостроение, 1982, т. 25, № 10.

Поступила в редакцию 9 апреля 1984 г.

УДК 681.7

А. Б. АЛЕКСАНДРОВ, Ю. Г. ДОЛОТИН  
(Владимир)

#### АЛГОРИТМ РАБОТЫ ПЕРЕДАЮЩЕЙ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Одной из основных особенностей передачи и приема оптических сигналов в свободной атмосфере является влияние турбулентных неоднородностей показателя преломления, действующих на пространственно-

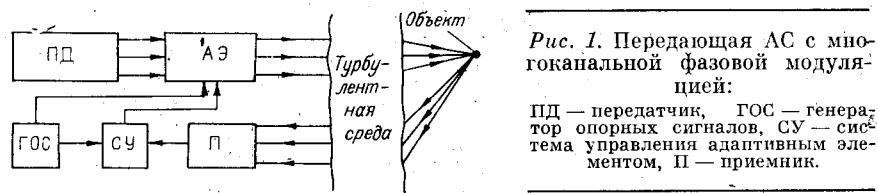


Рис. 1. Передающая АС с многоканальной фазовой модуляцией:

ПД — передатчик, ГОС — генератор опорных сигналов, СУ — система управления адаптивным элементом, П — приемник.

временную структуру сигналов. Оптическая неоднородность атмосферы, с одной стороны, ограничивает разрешающую способность приемников оптических информационных систем, а с другой — накладывает ограничения на использование коллимированных и сфокусированных пучков для передачи сообщений. Наиболее перспективным, если не единственным возможным, путем устранения указанных ограничений является использование техники передачи и приема оптических сигналов, получившей название активной, или адаптивной, оптики (АО). Это обстоятельство способствовало появлению заметного теоретического и прикладного интереса к вопросам компенсации атмосферных искажений методами АО и принесло первые практические результаты [1].

Настоящая работа посвящена анализу простейшей адаптивной передающей системы и синтезу алгоритма ее работы.

**Постановка задачи.** Описанные в литературе передающие адаптивные системы (АС), исключая системы, базирующиеся на обращении волнового фронта методами нелинейной оптики, могут быть отнесены к двум классам, отличающимся методами извлечения информации о фазовых искажениях, вносимых турбулентной атмосферой. Один из классов образован системами с многоканальной фазовой модуляцией, другой — системами с измерением волнового фронта.

Работа систем обоих классов основана на применении адаптивного элемента (АЭ), представляющего собой, как правило, деформируемое зеркало с конечным числом степеней свободы. Управляя в пределах нескольких длин волн деформациями зеркала, можно вносить дополнительные фазовые сдвиги, компенсируя влияние турбулентных неоднородностей показателя преломления атмосферы.

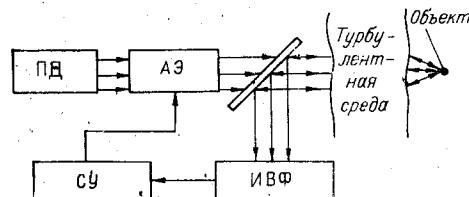
В представленной на рис. 1 системе с многоканальной фазовой модуляцией принцип компенсации турбулентных искажений заключается в изменении по заранее установленному закону волнового фронта излучения передающей системы и оцениванию результата этого изменения по интенсивности отраженного сигнала. Например, в системе, описанной в [2], на каждый элемент деформируемого зеркала подается опорный сигнал, вызывающий гармоническое колебание фиксированной частоты, и выделение в принимающем сигнале соответствующей гармонической составляющей позволяет выработать сигнал управления данным элементом.

В системе, изображенной на рис. 2, непосредственно измеряется пространственное распределение фазы волны, пришедшей от облучаемого объекта, и по результату измерения осуществляется необходимая деформация зеркала. Пример такой системы приведен в [3].

В настоящей работе для анализа была выбрана АС с измерением волнового фронта, которая характеризуется менее жесткими требованиями, накладываемыми на инерционность АЭ и дальность действия системы в целом.

Рис. 2. Передающая АС с измерением волнового фронта:

ИВФ — измеритель волнового фронта.



Основным критерием эффективности работы передающей АС можно считать величину интенсивности доставленного на облучаемый объект сигнала. Действительно, все характеристики информационных систем являются монотонными функциями отношения сигнала/шум, и независимо от характера решаемой задачи увеличение энергетической эффективности системы имеет непосредственное практическое значение.

Интенсивность излучения, прошедшего через турбулентную среду, можно определить из выражения

$$I(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} \int E(\rho) E^*(\rho') G_0(\mathbf{r}; \rho) G_0^*(\mathbf{r}; \rho') \exp\{i[\psi(\rho) - \psi(\rho')]\} d\rho d\rho', \quad (1)$$

где  $E(\rho)$  — распределение поля на выходной апертуре;  $G_0(\mathbf{r}, \rho)$  — функция Грина свободного пространства;  $\psi(\rho)$  — случайный набег фазы за время прохождения излучением слоя турбулентной среды;  $\Omega$  — поверхность апертуры.

Из (1) видно, что если приемное устройство вместе с устройством обработки будет достаточно точно строить оценки искажения фазы волнового фронта принимаемого излучения  $\hat{\psi}(\rho)$ , а АЭ компенсировать эти искажения, то интенсивность излучения на объекте определится из выражения

$$I_a(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} \int E(\rho) E^*(\rho') G_0(\mathbf{r}; \rho) G_0^*(\mathbf{r}; \rho') \exp\{i[\psi(\rho) - \hat{\psi}(\rho) - \psi(\rho') + \hat{\psi}(\rho')]\} d\rho d\rho' \quad (2)$$

и при достаточно хорошей оценке  $\hat{\psi}(\rho) \approx \psi(\rho)$  будет близка к интенсивности в однородной среде.

Выражение (2) справедливо в области атмосферной изопланатичности, т. е. на множестве точек  $\mathbf{r}$  в плоскости объекта, для которых справедливо соотношение

$$\psi(\mathbf{r}; \rho) \approx \psi(\rho). \quad (3)$$

Считая объект точечным, представим поле на апертуре АС в виде аддитивной смеси регулярного сигнала и шума:

$$U(\rho; t) = U_c(\rho; t) + n(\rho; t), \quad (4)$$

где

$$U_c(\rho; t) = U_{co}(\rho; t) \exp[i\psi(\rho)], \quad (5)$$

$n(\rho; t)$  — нормальный белый шум,

$$\begin{aligned} \langle n(\rho; t) \rangle &= 0; \quad \langle n(\rho; t) n(\rho'; t') \rangle = 0; \\ \langle n(\rho; t) n^*(\rho'; t') \rangle &= N_0 \delta(\rho - \rho') \delta(t - t'), \end{aligned} \quad (6)$$

$U_{co}(\rho; t)$  — поле сигнала в отсутствие искажений.

Эффективная работа АС может быть обеспечена при оптимальной оценке фазы волнового фронта принимаемого сигнала.

**Синтез алгоритма оценки фазы.** Функционал отношения правдоподобия (ФОП) для выбранной модели смеси сигнала с шумом имеет вид [4]

$$\Lambda = \exp \left\{ \frac{1}{N_0} \operatorname{Re} \int_0^T \int_{\Omega} U_c^*(\eta; t) U(\eta; t) d\eta dt - \frac{E}{N_0} \right\}. \quad (7)$$

Здесь

$$E = \frac{1}{2} \int_0^T \int_{\Omega} |U_c(\eta; t)|^2 d\eta dt \quad (8)$$

— энергия принимаемого сигнала.

Разобьем приемную апертуру  $\Omega$  на  $N$  ячеек ( $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_N$ ) так, чтобы в пределах каждой ячейки случайный набег фазы можно было

считать постоянным:

$$\psi(\eta) \approx \psi_k = \text{const} \text{ при } \eta \in \Omega_k. \quad (9)$$

С учетом (5) дискретное представление ФОП записется таким образом:

$$\Lambda = \exp \left\{ \frac{1}{N_0} \operatorname{Re} \sum_{j=1}^N \exp [-i\psi_j] \int_0^T \int_{\Omega_j} U_{0j}^*(\eta; t) U_j(\eta; t) d\eta dt - \frac{E}{N_0} \right\}. \quad (10)$$

Явный вид ФОП позволяет, решая систему уравнений

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \psi_k} = 0 \Big|_{\psi_k = \hat{\psi}_k}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (11)$$

строить оценку максимального правдоподобия фазового фронта:

$$\exp [i(\hat{\psi}_k + m_k \pi)] = \frac{\int_0^T \int_{\Omega_k} U(\eta; t) U_{rk}^*(\eta; t) d\eta dt}{\left| \int_0^T \int_{\Omega_k} U(\eta; t) U_{rk}^*(\eta; t) d\eta dt \right|}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2; \\ k = 1, 2, \dots, N, \quad (12)$$

$$\hat{\psi}_k = \arctg \frac{\operatorname{Im} \int_0^T \int_{\Omega_k} U(\eta; t) U_{rk}^*(\eta; t) d\eta dt}{\operatorname{Re} \int_0^T \int_{\Omega_k} U(\eta; t) U_{rk}^*(\eta; t) d\eta dt} + m_k \pi, \quad (13)$$

$$\text{где } U_{rk}(\eta; t) = (1/N_0) U_{0k}(\eta; t). \quad (14)$$

**Анализ алгоритма работы АС.** Для анализа работы АС ограничимся имеющим практическое значение случаем сильного сигнала:

В предположении сильного сигнала и разбиения апертуры в соответствии с (9) влияние погрешности оценивания фазы на величину интенсивности излучения на объекте определяется величиной

$$\exp [i(\Delta\psi_i - \Delta\psi_j)],$$

где

$$\exp [i\Delta\psi_j] = \frac{\exp [i\psi(\rho)] \int_0^T \int_{\Omega_j} U^*(\eta; t) U_{rj}(\eta; t) d\eta dt}{\left| \int_0^T \int_{\Omega_j} U^*(\eta; t) U_{rj}(\eta; t) d\eta dt \right|}, \quad \rho \in \Omega_j. \quad (15)$$

Разлагая  $\exp [i(\Delta\psi_i - \Delta\psi_j)]$  по степеням отношения шум/сигнал в ячейке:

$$q = \frac{\left| \int_0^T \int_{\Omega_k} n_k(\eta; t) U_{0k}^*(\eta; t) d\eta dt \right|}{\int_0^T \int_{\Omega_k} |U_{0k}(\eta; t)|^2 d\eta dt} \ll 1, \quad (16)$$

усредняя по реализациям шума и ограничиваясь квадратичными по  $q$  членами, получим

$$\langle \exp [i(\Delta\psi_i - \Delta\psi_j)] \rangle_{\{n(\eta; t)\}} = 1 - \frac{N_0}{4 \int_0^T \int_{\Omega_i} |U_{0i}(\eta; t)|^2 d\eta dt} - \\ - \frac{N_0}{4 \int_0^T \int_{\Omega_j} |U_{0j}(\eta; t)|^2 d\eta dt} + \frac{1}{2} \frac{N_0 \delta_{ij} \exp [i(\psi_i - \psi_j)]}{\int_0^T \int_{\Omega_j} |U_{0j}(\eta; t)|^2 d\eta dt}. \quad (17)$$

Интенсивность излучения с учетом коррекции можно записать в виде

$$\langle I(\mathbf{r}) \rangle_{\{\eta; t\}} = \sum_{i,j=1}^N \int_{\Omega_i} \int_{\Omega_j} E(\rho) E^*(\rho') G_0(\mathbf{r}; \rho) G_0^*(\mathbf{r}; \rho') \times \\ \times \langle \exp[i(\Delta\phi_i - \Delta\phi_j)] \rangle_{\{\eta; t\}} d\rho d\rho'.$$

В однородной среде энергия принимаемого излучения в каждой ячейке одинакова, и с учетом (17) из (18)

$$\langle I(\mathbf{r}) \rangle_{\{\eta\}} = I_{\text{одн}} + \frac{I_{\text{одн}} N N_0}{2 \int_0^T \int_{\Omega} |U_0(\eta; t)|^2 d\eta dt} + \frac{N N_0 \sum_{j=1}^N I_{0j}}{2 \int_0^T \int_{\Omega} |U_0(\eta; t)|^2 d\eta dt}, \\ I_{0j} = \int_{\Omega_j} \int_0^T E(\rho) E^*(\rho') G_0(\mathbf{r}; \rho) G_0^*(\mathbf{r}; \rho') d\rho d\rho', \quad (19)$$

$I_{\text{одн}}$  — интенсивность на объекте в однородной среде.

Называя процедуру оценки фазы принимаемого сигнала и формирования зондирующего импульса тактом адаптации, заметим, что оценка фазы на каждом такте строится на основе сигнала, сформированного на предыдущем такте.

Энергия принимаемого сигнала в однородной среде связана с интенсивностью излучения на объекте соотношением

$$\int_0^T \int_{\Omega} |U_0(\eta; t)|^2 d\eta dt = I(\mathbf{r}) \xi, \quad (20)$$

$\xi$  — коэффициент, учитывающий отражательные свойства объекта, его удаление от приемника, а также площадь приемной апертуры.

С учетом сделанных замечаний выражение для средней по реализациям шума интенсивности излучения на объекте можно представить как

$$\langle I^{(k)} \rangle_{\{\eta\}} = I_{\text{одн}} - \frac{I_{\text{одн}} N N_0}{2 \xi I^{(k-1)}} + \frac{N N_0 \sum_{j=1}^N I_{0j}}{2 \xi I^{(k-1)}}, \quad (21)$$

где  $I^{(k)}$  — интенсивность излучения на  $k$ -м такте адаптации.

Выражение (21) устанавливает рекуррентное соотношение между средней по шумам интенсивностью излучения на объекте и интенсивностью излучения на предыдущем такте адаптации. Отсюда легко получить выражение для среднего уровня интенсивности излучения, который достигается при достаточно большом числе тактов адаптации:

$$I_{\infty} = \frac{1}{2} I_{\text{одн}} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{2 N N_0 \left( I_{\text{одн}} - \sum_{j=1}^N I_{0j} \right)}{\xi I_{\text{одн}}^2}} \right). \quad (22)$$

В (22) следует брать знак «+», так как противоположный знак соответствует адаптации к шумовой составляющей принимаемого поля. Такая ситуация вероятна лишь в случае слабого сигнала, не рассматриваемого в данной работе.

Представляет интерес среднее по реализациям шума и фазовых искажений относительное приращение интенсивности излучения на объекте, достигаемое на первом такте адаптации:

$$\delta I = \left\langle \frac{\langle I^{(1)} \rangle_{\{\eta\}} - I^{(0)} \rangle}{I^{(0)}} \right\rangle_{\{\psi\}}, \quad (23)$$

$I^{(0)}$  — исходная интенсивность излучения, полученная без адаптации, которая представима в форме

$$I^{(0)} = \langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}} + I^{(0)}, \quad (24)$$

$\langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}}$  — среднее по реализациям фазовых искажений значение интенсивности излучения,  $I^{(0)}$  — флюктуирующая часть интенсивности излучения.

Если размеры апертуры соизмеримы с размерами области когерентности поля  $\exp(i\psi)$ , т. е.

$$D_\psi(a) \ll 1, \quad (25)$$

где  $D_\psi(\rho - \rho') = \langle [\psi(\rho) - \psi(\rho')]^2 \rangle$  — структурная функция фазы,  $a$  — линейный размер апертуры, то

$$I^{(0)} \ll \langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}}. \quad (26)$$

В указанных условиях для приращения интенсивности с точностью до членов порядка  $|I^{(0)} / \langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}}|^2$  получаем

$$\begin{aligned} \delta I = & \frac{\left( I_{\text{одн}} - \sum_{j=1}^N I_{0j} \right) N N_0}{\xi \langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}}} - 1 + \frac{\langle [I^{(0)}]^2 \rangle_{\{\psi\}}}{\langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}}^2} \times \\ & \times \left[ \frac{I_{\text{одн}}}{\langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}}} - \frac{3 \left( I_{\text{одн}} - \sum_{j=1}^N I_{0j} \right) N N_0}{2\xi \langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}}} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \langle I^{(0)} \rangle_{\{\psi\}} = & \iint_{\Omega} E(\rho) E^*(\rho') G_0(r; \rho) G_0^*(r; \rho') \exp \left[ -\frac{1}{2} D_\psi(\rho - \rho') \right] d\rho d\rho', \\ \langle [I^{(0)}]^2 \rangle_{\{\psi\}} = & \iiint_{\Omega} \int E(\rho) E(\rho_1) E^*(\rho') E^*(\rho'_1) G_0(r; \rho) G_0(r; \rho_1) G_0^*(r; \rho') \times \\ & \times G_0^*(r; \rho'_1) \exp \left\{ -\frac{1}{2} [D_\psi(\rho - \rho') + D_\psi(\rho - \rho'_1) + D_\psi(\rho' - \rho_1) + \right. \\ & \left. + D_\psi(\rho_1 - \rho'_1) - D_\psi(\rho - \rho_1) - D_\psi(\rho' - \rho'_1)] \right\} d\rho d\rho' d\rho_1 d\rho'_1. \end{aligned}$$

Относительное приращение интенсивности сигнала, достигаемое на первом такте адаптации, является определяющим для сравнения различных адаптивных систем.

**Заключение.** Нами синтезирован оптимальный по критерию максимума отношения правдоподобия алгоритм измерения волнового фронта, который может быть использован при построении передающей АС, компенсирующей турбулентные искажения диаграммы направленности сигнала.

Анализ синтезированного алгоритма работы АС позволил найти предельное значение средней интенсивности сигнала на мишени, достигаемое при большом числе тактов адаптации. При этом рекуррентное соотношение (21) описывает изменение интенсивности сигнала в процессе адаптации, а выражение (27) определяет среднее относительное приращение интенсивности на первом такте адаптации. Полученные результаты дают возможность сравнить эффективность квазиоптимальных алгоритмов работы АС с потенциально достижимой.

## ЛИТЕРАТУРА

- Фрид Д. и др. Адаптивная оптика: Сб. статей/Под ред. Э. А. Ватраченко.— М.: Мир, 1980.
- O'Meara T. R. The multidither principle in adaptive optics.— JOSA, 1977, vol. 67, N 3, p. 306—315.
- Hayes C. L., Brandewie R. A., Davis W. C., Mevers G. E. Experimental test of an infrared phase conjugation adaptive array.— Ibid., p. 269—277.
- Бакут П. А. и др. Вопросы статистической теории радиолокации.— М.: Сов. радио, 1963, т. 1; 1964, т. 2.

Поступила в редакцию 4 ноября 1982 г.