

Е. Ф. ОЧИН, Ю. Ф. РОМАНОВ, А. Ю. ТРОПЧЕНКО

(Ленинград)

ОБЩИЕ УСЛОВИЯ КОРРЕКТНОСТИ КОДИРОВАНИЯ  
ПРИ СИНТЕЗЕ ФУРЬЕ-ГОЛОГРАММ

Фурье-голограммы могут быть изготовлены при помощи ЭВМ методами цифровой голографии [1, 2]. При синтезе фурье-голограмм на ЭВМ рассчитывается дискретный пространственно-частотный спектр, который затем подвергается кодированию. Синтезированная фурье-голограмма принимает вид бинарной или полутоновой маски. Если ее осветить когерентным пучком света, то в некоторой области пространства происходит восстановление исходного изображения. Известны различные методы бинарного и полутонового кодирования спектра [1—3]. В указанных работах определены параметры кодирования, обеспечивающие удовлетворительное восстановление изображения. Однако общей методики нахождения параметров кодирования, пригодной для любого из способов кодирования, предложено не было.

В настоящей работе найдены общие условия корректности кодирования, при соблюдении которых обеспечивается единый методический подход к определению параметров кодирования для любого из известных способов бинарного и многоуровневого (полутонового) кодирования.

Получаемый при синтезе фурье-голограмм дискретный пространственно-частотный спектр исходного изображения может быть представлен в виде

$$H(\xi, \eta) = \sum_{|m| \leq N/2} \sum_{|n| \leq N/2} a_{mn} e^{i\varphi_{mn}} \delta(\xi - m\Delta\xi, \eta - n\Delta\eta), \quad (1)$$

где  $a_{mn}$  и  $\varphi_{mn}$  — амплитуда и фаза отсчета  $H_{mn}$  с номером  $(m, n)$ ;  $\Delta\xi$  и  $\Delta\eta$  — шаги дискретизации в частотной плоскости;  $\delta$  — дельта-функция Дирака;  $(N+1)^2$  — число отсчетов.

Выражение (1) может рассматриваться как математическая модель фурье-голограммы, записанной с наклонной плоской опорной волной при условии, что между соседними отсчетами возникает набег фазы опорной волны, кратный  $2\pi$  по каждой из координат.

После кодирования спектра пропускание синтезированной фурье-голограммы может быть описано функцией

$$\tilde{H}(\xi, \eta) = \sum_{|m| \leq N/2} \sum_{|n| \leq N/2} t_{mn}(\xi, \eta) \operatorname{rect}\left(\frac{\xi - m\Delta\xi}{\Delta\xi}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{\eta - n\Delta\eta}{\Delta\eta}\right), \quad (2)$$

где  $t_{mn}(\xi, \eta)$  — пропускание отдельной ячейки дискретизации размером  $\Delta\xi \times \Delta\eta$ .

Определим условия, при которых изображения, восстановленные с фурье-голограмм и по дискретному спектру, были бы близки.

При освещении голограммы с пропусканием (2) наклонной плоской волной света вида  $a \exp(i2\pi\xi X_0)$  получим восстановленное изображение, описываемое выражением

$$\tilde{h}(x, y) \sim \sum_{|m| \leq N/2} \sum_{|n| \leq N/2} \int_{m\Delta\xi - \Delta\xi/2}^{m\Delta\xi + \Delta\xi/2} \int_{n\Delta\eta - \Delta\eta/2}^{n\Delta\eta + \Delta\eta/2} t_{mn}(\xi, \eta) e^{i2\pi\xi X_0} e^{i2\pi(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta, \quad (3)$$

где  $x$  и  $y$  — координаты в плоскости наблюдения этого изображения. Выполнив замену переменных  $\xi_1 = \xi - m\Delta\xi$  и  $\eta_1 = \eta - n\Delta\eta$ , получим

$$\tilde{h}(x, y) \sim \sum_{|m| \leq N/2} \sum_{|n| \leq N/2} \left[ \int_{-\Delta\xi/2}^{\Delta\xi/2} \int_{-\Delta\eta/2}^{\Delta\eta/2} t_{mn}(\xi_1, \eta_1) e^{i2\pi\xi_1 X_0} e^{i2\pi(\xi_1 x + \eta_1 y)} d\xi_1 d\eta_1 \right] \times e^{i2\pi(m\Delta\xi x + n\Delta\eta y)}. \quad (4)$$

В свою очередь, изображение, восстановленное по дискретному спектру, может быть определено после выполнения фурье-преобразования  $H(\xi, \eta)$  и имеет вид функции

$$h(x, y) \sim \sum_{|m| \leq N/2} \sum_{|n| \leq N/2} a_{mn} e^{i\varphi_{mn}} e^{i2\pi(m\Delta\xi x + n\Delta\eta y)} \quad (5)$$

Из сравнения выражений (4) и (5) следует, что изображение  $\tilde{h}(x, y)$ , восстановленное с фурье-голограммы, и изображение  $h(x, y)$ , восстановленное по дискретному спектру (с «идеальной» синтезированной фурье-голограммы), будут совпадать, если значение интеграла в выражении (4) совпадает с отсчетом  $H_{mn}$ . Отсчет  $H_{mn} = a_{mn} \exp(i\varphi_{mn})$  не зависит от координат  $x, y$ , однако от них зависит значение указанного интеграла. Отмеченную зависимость можно устранить, если положить  $\exp[i2\pi(\xi_1 x + \eta_1 y)] \approx 1$ . Это возможно в том случае, когда возникающие в связи с данным допущением фазовые искажения достаточно малы.

Мерой допустимых фазовых искажений может служить критерий Марешаля, согласно которому максимальный набег фазовых искажений по каждой из координат не должен превышать  $\pi/6$  [4]:

$$\begin{aligned} |2\pi\xi_{1\max}x_{\max}| &\leq \pi/6, \\ |2\pi\eta_{1\max}y_{\max}| &\leq \pi/6. \end{aligned} \quad (6)$$

Заметим, что этот критерий обычно используется для оценки качества передачи изображения в высококачественных оптических системах.

В свою очередь,  $|x_{\max}| = X_{\max}/2$  и  $|y_{\max}| = Y_{\max}/2$ , где  $X_{\max}$  и  $Y_{\max}$  — максимальные размеры восстановленного изображения. С учетом того, что  $X_{\max} = 1/\Delta\xi$  и  $Y_{\max} = 1/\Delta\eta$ , из выражения (6) следует:

$$\begin{aligned} |\xi_{1\max}| &\leq (1/6)\Delta\xi, \\ |\eta_{1\max}| &\leq (1/6)\Delta\eta. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, исходя из критерия Марешаля (фазовые искажения) следует использовать только центральную («рабочую») зону ячейки дискретизации. Размеры этой зоны —  $(1/3)\Delta\xi \times (1/3)\Delta\eta$ . Поскольку фаза отсчета лежит в диапазоне от  $-\pi$  до  $\pi$ , то в пределах рабочей зоны ячейки имеет место набег фазы  $2\pi$ . Следовательно, по всей ячейке дискретизации набег фазы должен быть равен  $6\pi$ . Укажем, что величина  $X_0$  определяется из условия  $6\pi = 2\pi\Delta\xi X_0 = 2\pi X_0/X_{\max}$ . Отсюда следует, что  $X_0 = 3X_{\max}$ . При этом обеспечивается следующее соответствие между значениями отсчета  $H_{mn}$  и интеграла от функции пропускания соответствующей ячейки:

$$H_{mn} \sim \int_{-(1/6)\Delta\xi}^{(1/6)\Delta\xi} \int_{-(1/6)\Delta\eta}^{(1/6)\Delta\eta} t_{mn}(\xi_1, \eta_1) e^{i2\pi\xi_1 X_0} d\xi_1 d\eta_1. \quad (8)$$

Это соответствие справедливо для любых методов кодирования; оно определяет общую методику нахождения параметров кодирования, которые зависят от конкретного вида функции пропускания  $t_{mn}(\xi_1, \eta_1)$ .

Определим в качестве примера параметры кодирования для бинарного метода Ломана в модификации [5].

На рис. 1 показано размещение кодирующей апертуры с единичным пропусканием в пределах рабочей зоны ячейки. Отметим, что амплитуда отсчета кодируется изменением высоты  $W_{mn}\Delta\eta$  апертуры при неизменной ширине  $B_{mn}\Delta\xi$ , а фаза отсчета — сдвигом  $p_{mn}\Delta\xi$  апертуры от центра рабочей зоны ячейки дискретизации.

Функция пропускания отдельной ячейки при «высотном» кодировании Ломана имеет вид

$$t_{mn}(\xi, \eta) = \text{rect}((\xi - m\Delta\xi - p_{mn}\Delta\xi)/B\Delta\xi) \text{rect}((\eta - n\Delta\eta)/W_{mn}\Delta\eta). \quad (9)$$

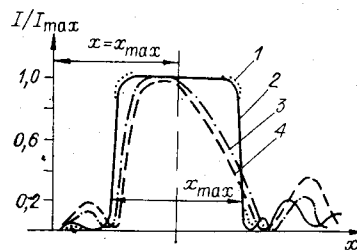
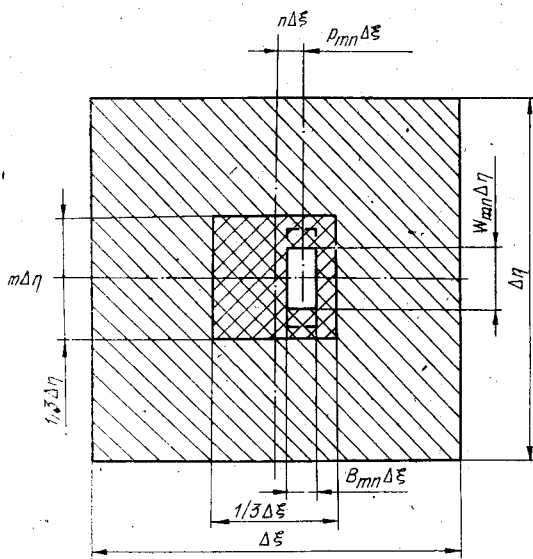


Рис. 2. Влияние размеров рабочей зоны ячейки дискретизации на качество восстанавливаемого изображения:

1 — размер рабочей зоны равен  $(1/4)\Delta\xi \times (1/4)\Delta\eta$ ; 2 —  $(1/3)\Delta\xi \times (1/3)\Delta\eta$ ; 3 —  $(1/2)\Delta\xi \times (1/2)\Delta\eta$ ; 4 —  $\Delta\xi \times \Delta\eta$ .

Рис. 1. Расположение апертуры в рабочей зоне ячейки дискретизации при бинарном кодировании по методу Ломана.

Подставив выражение (9) в (8) и выполнив интегрирование, получим

$$H_{mn} = a_{mn} e^{i\varphi_{mn}} \sim W_{mn} \Delta\eta \frac{\sin(\pi B \Delta\xi X_0)}{\pi X_0} e^{i2\pi p_{mn} \Delta\xi X_0}. \quad (10)$$

Поскольку  $X_0/X_{\max} = 3$ , то

$$p_{mn} = \varphi_{mn}/6\pi. \quad (11)$$

Заметим, что выполнение условия (11) требует набега фазы восстанавливаемой волны, равного  $6\pi$  по всей ячейке вдоль оси  $\xi$ .

Амплитудная составляющая определяется из (10):

$$a_{mn} \sim kW_{mn} \Delta\xi. \quad (12)$$

Поскольку максимальная высота ячейки может составлять  $(1/3)\Delta\eta$ , то  $W_{mn} \leq 1/3$ . Исходя из соображений обеспечения возможно большей дифракционной эффективности, в выражении (10)  $\sin(\pi B \Delta\xi X_0)$  следует положить равным единице. Отсюда вытекает, что это выполняется при  $B = 1/6$ . При значениях фазы  $|\varphi_{mn}| > \pi/2$  апертура не может быть полностью размещена в пределах рабочей зоны. «Непоместившуюся» часть апертуры в данном случае циклически переносят на противоположный край рабочей зоны ячейки [5].

Отметим, что ранее (см. [1—3]) при построении апертуры, кодирующей отсчет спектра, рабочей зоной являлась вся ячейка дискретизации. Набег фазы при этом полагался равным  $2\pi$  по всей ячейке.

Определим теперь изображение, восстановленное с синтезированной фурье-голограммы. Подставив (9) в выражение (4) и выполнив интегрирование, получим

$$\tilde{h}(x, y) \sim \sum_{|m| \leq N/2} \sum_{|n| \leq N/2} \frac{\sin[\pi B \Delta\xi (X_0 + x)]}{\pi (X_0 + x)} \frac{\sin(\pi W_{mn} \Delta\eta y)}{\pi y} e^{i2\pi p_{mn} \Delta\xi (X_0 + x)} \times e^{i2\pi(m\Delta\xi x + n\Delta\eta y)}. \quad (13)$$

При исследовании влияния размеров рабочей зоны ячейки на качество восстановленного изображения необходимо определить параметры  $W_{mn}$  и  $p_{mn}$  для каждого из отсчетов и протабулировать выражение (13) с выбранными в соответствии с теоремой отсчетов шагами дискретизации  $\Delta x$  и  $\Delta y$ . Будем варьировать размеры рабочей зоны ячейки, принимая их последовательно равными  $(1/4)\Delta\xi \times (1/4)\Delta\eta$ ,  $(1/3)\Delta\xi \times (1/3)\Delta\eta$ ,  $(1/2)\Delta\xi \times (1/2)\Delta\eta$  и  $\Delta\xi \times \Delta\eta$ . Независимо от выбранных размеров рабочей зоны параметры  $W_{\max}$  и  $B$  примем равными  $1/4$  и  $1/8$  соответ-

венно; параметр же  $p_{\max}$  будет изменяться от  $1/8$  до  $1/2$ . Такое ограничение позволило при исследовании восстановления изображения устранить дополнительные искажения, обусловленные размерами апертуры. Эти искажения увеличиваются по мере увеличения размеров апертуры [1, 2].

При моделировании восстановления изображения с синтезированной фурье-голограммы в качестве исходного объекта был взят прямоугольник с единичным пропусканием и соотношением сторон  $X_{\max} : Y_{\max} = 1 : 4$ , смещенный относительно оси  $x$  на величину  $X_{\max}$ . На рис. 2 приведены сечения интенсивности восстановленных изображений по оси  $x$  при  $y = 0$ . Из рис. 2 видно, что при увеличении размеров рабочей зоны ячейки и соответственно увеличении максимально допустимого смещения  $p_{\max}$  наблюдается ухудшение качества восстанавливаемого изображения, что проявляется в спаде интенсивности внешнего, наиболее удаленного от оптической оси края. Увеличение  $p_{\max}$  до  $1/2$  (что соответствует рабочей зоне  $\Delta\xi \times \Delta\eta$ ) приводит к падению интенсивности на краю изображения до уровня 0,3. При соблюдении условий корректности кодирования, т. е. когда рабочая зона составляет  $(1/3)\Delta\xi \times (1/3)\Delta\eta$ , наблюдается спад интенсивности лишь до уровня 0,9.

Таким образом, соблюдение условий корректности кодирования, заключающихся в ограничении размеров рабочей зоны ячейки до  $(1/3)\Delta\xi \times (1/3)\Delta\eta$  и обеспечении набега фазы восстанавливающей волны, равного  $2\pi$  в пределах всей ячейки дискретизации, позволяет значительно уменьшить искажения восстановленного изображения по сравнению с общепринятой методикой, когда в пределах всей ячейки обеспечивается набег фазы  $2\pi$ . Однако ограничение размеров рабочей зоны ячейки приводит к значительному снижению дифракционной эффективности голограммы. Для повышения дифракционной эффективности голограмм следует воспользоваться методикой проекционного интерферометрического копирования [6]. Копия при этом записывается в виде объемной фазовой фурье-голограммы, что позволяет в десятки раз увеличить дифракционную эффективность.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Акаев А. А., Майоров С. А. Когерентные оптические вычислительные машины.— Л.: Машиностроение, 1977.
2. Ярославский Л. П., Мерзляков Н. С. Цифровая голография.— М.: Наука, 1982.
3. Майоров С. А., Очин Е. Ф., Романов Ю. Ф. Оптические аналоговые вычислительные машины.— Л.: Энергоатомиздат, 1983.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.— М.: Наука, 1972.
5. Голубкова М. Н. и др. Сравнительный анализ трех методов бинарного кодирования комплексных пространственно-частотных фильтров для когерентного оптического процессора.— Электрон. моделирование, 1982, т. 4, № 1.
6. Майоров С. А., Очин Е. Ф., Романов Ю. Ф., Тронченко А. Ю. Повышение дифракционной эффективности и устранение высших порядков дифракции при восстановлении изображений с синтезированных фурье-голограмм.— Изв. вузов. Сер. Приборостроение, 1982, т. 25, № 10.

*Поступила в редакцию 9 апреля 1984 г.*

УДК 681.7

**А. Б. АЛЕКСАНДРОВ, Ю. Г. ДОЛОТИН**

*(Владимир)*

#### АЛГОРИТМ РАБОТЫ ПЕРЕДАЮЩЕЙ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Одной из основных особенностей передачи и приема оптических сигналов в свободной атмосфере является влияние турбулентных неоднородностей показателя преломления, воздействующих на пространственно-