

УДК 621.396.96 : 621.391

А. В. ЗЕЛЕНКОВ

(Рига)

ОБ УВЕЛИЧЕНИИ РАЗРЕШЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ В АДДИТИВНЫХ СИГНАЛАХ С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И ЛИНЕЙНОГО ПРЕДСКАЗАНИЯ

Аддитивная модель сигнала, в которой в качестве слагаемых используются импульсные сигналы одинаковой формы (элементарные импульсы) и белый шум, находит применение в различных областях: астрономии, сейсмологии, оптической, радио- и гидролокации и т. д. — для описания сигналов на выходе линейной части приемников.

Использование линейного предсказания (ЛП) на основе применения авторегрессионных (АР) моделей для продолжения конечных отрезков сигнала, его спектральной функции (СФ) или их корреляционных функций с целью увеличения разрешения соответственно по частоте или времени рассматривалось, например, в работах [1—4]. Известно [5], что прецизионные системы обеспечивают высокую точность по разрешаемому параметру, поэтому увеличение разрешения импульсов в аддитивном сигнале после обработки представляет интерес при измерении малых по величине взаимных временных сдвигов, когда эти импульсы интерферируют. Ниже предлагается ряд новых алгоритмов обработки аддитивных сигналов, приводящих к увеличению разрешения и точности измерения указанных сдвигов в присутствии шумов, основанных на обратной фильтрации (ОФ) [6] и ЛП. Обратная фильтрация выполняется в пределах рабочей полосы частот (частотного окна), где отношение сигнал/шум (С/Ш) велико, путем деления СФ исследуемого сигнала на СФ элементарного сигнала (его образца). Предполагается, что последняя не имеет нулей в пределах частотного окна. В качестве образца может использоваться сигнал, отраженный одной из границ раздела в слоистых средах, или зондирующий сигнал.

Последовательность отсчетов аддитивного сигнала $s(nT)$, T — период взятия отсчетов, выбранный из условия выполнения теоремы Котельникова ($-\infty < n < \infty$), можно представить в виде суммы

$$s(nT) = s_0(nT) * h(nT) + \varepsilon(nT), \quad (1)$$

где $*$ — знак свертки, $s_0(nT)$ — элементарный сигнал, $\varepsilon(nT)$ — белый гауссов шум с нулевым средним значением и дисперсией σ_ε^2 ,

$$h(nT) = \sum_{i=1}^P p_i u[(n - \tau_i)T], \quad (2)$$

$u(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$ — единичный импульс, p_i — вещественные коэффициенты, τ_i — целые числа, причем $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_P$, P — число элемен-

тарных импульсов в аддитивном сигнале. z -Преобразование (1) имеет вид

$$S(z) = S_0(z) \sum_{i=1}^P p_i z^{-\tau_i} + E(z), \quad (3)$$

где $z = e^{j\omega T + \beta}$ — комплексная переменная, ω — круговая частота, $j = \sqrt{-1}$, $-\infty < \beta < \infty$ — действительное число. Если выделить k -е отражение ($i = k$), имеющее z -преобразование $S_0(z) p_k z^{-\tau_k}$, и использовать его в качестве образца, то после обратной фильтрации на всем периоде по ωT от 0 по 2π получим в z -плоскости при обратном z -преобразовании выбирается в виде окружности единичного радиуса, где $z = e^{j\omega T}$. z -Преобразование на единичной окружности представляет собой СФ дискретного сигнала. Обратное z -преобразование первых двух слагаемых в (4) приводит к последовательности $h[(n + \tau_k)T]/P_k$, в которой наименьший интервал разрешения равен T , т. е. обеспечивается любое разрешение при $T \rightarrow 0$. Третье слагаемое обусловлено шумом, оно искажает $A(z)$ и уменьшает точность измерения $\Delta\tau$. Необходимо перед началом измерения $\Delta\tau$ ослабить действие шума на $h[(n + \tau_k)T]$. Один из эффективных способов уменьшения уровня шума после ОФ [6] — это ограничение рабочей полосы частот только таким участком на оси частот, где единица плюс второе слагаемое в (4) превышают уровень шума. За пределами частотного окна $A(z) = 0$. Сужение частотного окна, с одной стороны, ухудшает качество восстановления последовательности $h[(n + \tau_k)T]$, приводя к расширению элементарных импульсных сигналов, но, с другой — уменьшает величину случайной ошибки. Уменьшение случайной ошибки восстановления увеличивает точность измерения $\Delta\tau$, а расширение элементарных импульсов, т. е. уменьшение их разрешения, приводит к уменьшению точности. Поэтому должно существовать оптимальное значение ширины частотного окна, при котором точность измерения $\Delta\tau$ при данном отношении С/Ш получается наибольшей.

Рассмотрим некоторые вопросы, связанные с получением функции $A(e^{j\omega T})$ в пределах частотного окна. При наличии образца функцию $S_0(e^{j\omega T})$ или достаточно близкую к ней можно сформировать с точностью до вещественного множителя и линейной фазовой компоненты (ЛФК) спектра. Для привязки начала оси времени к k -му импульсу $h(nT)$ необходимо скомпенсировать в развернутом аргументе спектральной функции, полученной после деления на спектральную функцию образца, линейную фазовую компоненту, наклон которой определяется взаимным сдвигом образца и k -го импульса и, как правило, заранее не известен. Привязка облегчается и может быть выполнена автоматически, если k -й импульс наибольший в последовательности $|h(nT)|$ при $\sigma_0 \approx 0$. Для этого необходимо вычислить комплексные логарифмы СФ образца $\ln[g_0 \times S_0(e^{j\omega T}) e^{-j\omega \tau}]$ (g_0 — вещественный множитель, τ — временное положение образца) и исследуемого сигнала $\ln[S(e^{j\omega T})]$. Мнимая часть каждого из этих логарифмов является аргументом соответствующей СФ. Подобно кепстральному анализу [7, 8] мнимые части для получения непрерывной фазовой кривой разворачиваются в пределах периода СФ от $-\pi/T$ до π/T , и вычисляется разность логарифмов. В мнимой части разности оценивается ЛФК, соответствующая взаимному положению образца и исследуемого сигнала, и компенсируется путем вычитания оценки [9]. Затем выполняется комплексное потенцирование разности. В итоге с точностью до вещественного множителя и остатка ЛФК в пределах частотного окна,

где спектральные компоненты полезного сигнала не искажаются шумом и развертывание выполняется практически без ошибок, можно получить функцию, близкую к $A(e^{j\omega T})$. Наиболее точно привязка к k -му импульсу обеспечивается при выполнении условия

$$\sum_{i=1, i \neq k}^P |b_i| < 1. \quad (5)$$

Действительно, в этом случае, если нет шумов, так как при $|z| = 1$

$$\left| \sum_{i=1, i \neq k}^P b_i z^{-\Delta \tau_i} \right| \leq \sum_{i=1, i \neq k}^P |b_i|,$$

то производная по ωT функции $\mathcal{L}(z) = \ln[A(z)]$ на единичной окружности может быть представлена равномерно сходящимся степенным рядом:

$$\mathcal{L}'_{\omega T}(e^{j\omega T}) = j \sum_{i=1, i \neq k}^P b_i \Delta \tau_i e^{-j\omega T \Delta \tau_i} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sum_{l=1, l \neq k}^P b_l e^{-j\omega T \Delta \tau_l} \right)^{n-1}. \quad (6)$$

Среднее значение мнимой части (6) за период 2π по ωT равно 0. Это означает, что ЛФК мнимой части, разности логарифмов, равная $-\omega T(\tau_k - \tau)$, если $p_k/g_0 > 0^*$, полностью определяет тренд мнимой части. Наклон ЛФК можно оценить, а затем ее скомпенсировать.

Среднее за период 2π значение функции $\mathcal{L}'_{\omega T}(e^{j\omega T})$ равно логарифмическому вычету $A(z)$ относительно единичной окружности [10]. Равенство последнего нулю означает, что либо все нули $A(z)$ находятся вне единичного круга, как это имеет место при $k=1$, когда $\Delta \tau_i < 0$ для всех $i=2, 3, \dots, P$, либо число нулей и полюсов (последние — все в точке $z=0$) функции $A(z)$ внутри единичного круга одинаково и, так как $\Delta \tau_1 > \Delta \tau_2 > \dots > \Delta \tau_P$, равно $\Delta \tau_1 > 0$ при $1 < k \leq P$. Если $k=P$, то $A(z)$ можно представить в виде

$$A(z) = \left(z^{\Delta \tau_1} + b_1 + \sum_{i=2}^{P-1} b_i z^{\Delta \tau_1 - \Delta \tau_i} \right) \Big|_z^{\Delta \tau_1},$$

где $\Delta \tau_1 > \Delta \tau_2 > \dots > \Delta \tau_{P-1} > 0$, откуда следует, что все $\Delta \tau_i$ нулей и столько же полюсов $A(z)$ находятся внутри единичного круга.

Нарушение условия (5) означает, что функция $\mathcal{L}(z)$ может быть неаналитической на единичной окружности, имея особые точки в нулях $A(z)$. В случае если $\mathcal{L}(z)$ является аналитической функцией, число нулей и полюсов внутри и вне единичного круга будет неодинаковым и согласно определению [10] логарифмический вычет $A(z)$ относительно единичной окружности не равен нулю, т. е. привязка к максимальному импульсу последовательности $|h(nT)|$ точно не обеспечивается.

Отметим, что при $P=2$ во всех случаях, кроме $|b_1| = |b_2|$, привязка осуществляется автоматически к большему из двух импульсов $|h(nT)|$.

Если шумами пренебречь нельзя и приходится применять частотное окно, то для улучшения качества восстановления последовательности $h[(n + \tau_k)T]$ можно продолжить функцию $A(e^{j\omega T})$ за пределы частотного окна с помощью линейного предсказания, считая $A(e^{j\omega T})$ суммой комплексных гармоник и шума. Задача состоит в отыскании таких коэффициентов АР-модели для $A(e^{j\omega T})$, которые минимизируют ошибку линейного прогноза $A(e^{j\omega T})$ по M соседним дискретным отсчетам этой функции [11], для чего от непрерывного z -преобразования сигнала $s(nT)$ на единичной окружности необходимо перейти к дискретному преобразованию Фурье (ДПФ). Такому переходу соответствует дискретизация z -преобразования с шагом по углу, равным $2\pi/N$, т. е. $\omega T = (2\pi/N)f$, $f=0, 1, 2, \dots, N-1$, если N выбирается так, чтобы практи-

* Это условие можно обеспечить до вычисления комплексного логарифма (см. в [8] программу CSEPS, параметр ISNX).

чески исключалось влияние усечения $s(nT)$ краями интервала $[0, (N-1)T]$ ($n=0, 1, 2, \dots, N-1$). Нормализация периода $T=1$ и переход таким образом к одинаковому конечному интервалу определения $[0, N)$ по времени и частоте позволяют представить в единой форме сигналы и их СФ, которая соответствует цифровым системам. В соответствии с этим введем обозначения: $A(e^{j\omega T}) \rightarrow \dot{A}(f)$, $S(e^{j\omega T}) \rightarrow \dot{S}(f)$, $S_0(e^{j\omega T}) \rightarrow \dot{S}_0(f)$, $s(nT) \rightarrow s(n)$, $s_0(nT) \rightarrow s_0(n)$, $h(nT) \rightarrow h(n)$, $\varepsilon(nT) \rightarrow \varepsilon(n)$.

Одношаговое ЛП «вперед» функции $A(f)$ записывается в виде [1]

$$\hat{A}(f) = - \sum_{k=1}^M \dot{a}_k \dot{A}(f-k), \quad (7)$$

где $\hat{A}(f)$ — предсказанное значение $\dot{A}(f)$, \dot{a}_k — весовые коэффициенты линейного прогноза, M — число коэффициентов ЛП или порядок АР-модели. Коэффициенты АР-модели оцениваются по последовательности значений $\dot{A}(f)$ в пределах частотного окна таким образом, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку представления $\dot{A}(f)$ с помощью АР-модели: $P_M^2 = \overline{|\dot{P}(f)|^2} = \overline{|\dot{A}(f) - \hat{A}(f)|^2}$, где черта — знак усреднения по f . Спектральная плотность мощности АР-модели M -го порядка

$$\dot{A}(f) = \dot{P}(f) - \sum_{k=1}^M \dot{a}_k \dot{A}(f-k). \quad (8)$$

Здесь ошибка $\dot{P}(f)$ предсказания $\dot{A}(f)$ — в общем случае комплексный белый случайный шумовой процесс с нулевым средним и дисперсией P_M^2 — при определенных условиях [11, 12] обеспечивает максимальную энтропию и определяется выражением

$$H(n) = P_M^2 \left| 1 + \sum_{k=1}^M \dot{a}_k \exp\left(j \frac{2\pi}{N} nk\right) \right|^2. \quad (9)$$

Отметим, что так как $\dot{A}(f)$ считается суммой комплексных гармоник и случайного шума, чему соответствует модель в виде АР-процесса скользящего среднего (АРСС-процесса) [12] с одними и теми же АР- и СС-коэффициентами [13], и, кроме того, после ОФ шум имеет неравномерную спектральную плотность, то реальная последовательность ошибок $\dot{P}(f)$ не обязательно будет белым шумом. $\dot{P}(f)$ может приближаться к белому шуму при увеличении M и размеров частотного окна [12].

По положению пиков функции $\sqrt{H(n)}/P_M$ (нормированный спектр АР-модели) можно оценить частоты комплексных гармоник в $\dot{A}(f)$ [2, 11, 12], которые в нашем случае являются оценками $\Delta\tau_i$. $H(n)$ вычисляется с помощью обратного ДПФ (ОДПФ) последовательности из АР-коэффициентов, дополненной единицей в начале и нулями в конце до N элементов. Продолжение $\dot{A}(f)$ вне частотного окна $[0, F)$, $(N-F, N-1)^*$, где $F \leq N/2$, основано на том, что одному m -шаговому прогнозу эквивалентно m -кратное последовательное применение одношагового предсказания, когда каждый раз к исходной последовательности присоединяется $\hat{A}(f)$, $f \geq F$, для получения следующего значения $\dot{A}_z(f) = \dot{A}(f)$, $\hat{A}(f)$. Доказательство этой эквивалентности приведено, например, в [3, 4], а ее использование для увеличения разрешения импульсных сигналов рассмотрено в [2].

* Вследствие периодичности ДПФ с периодом N вдоль непрерывной оси частот этой полосе соответствует интервал $\omega \in (-\omega_F, \omega_F]$, где $\omega_F = 2\pi F/(NT)$.

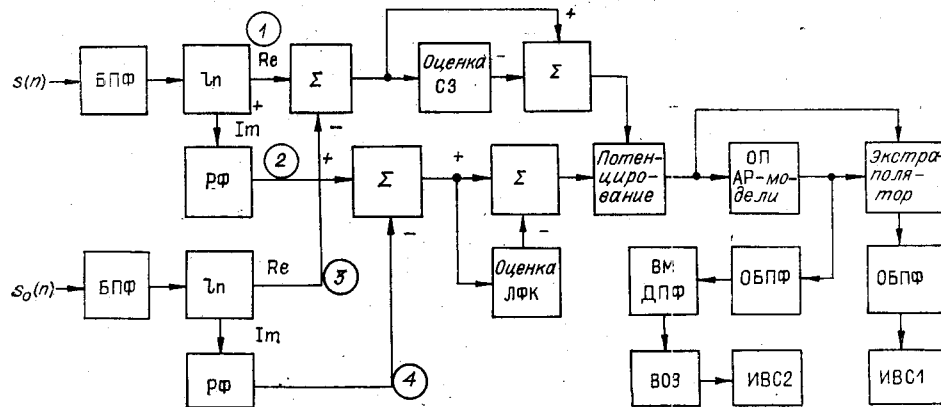


Рис. 1.

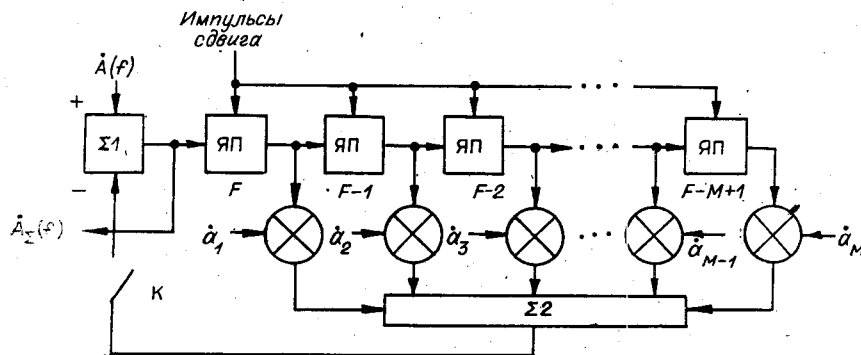


Рис. 2.

Если образец известен или его получают в процессе измерения, то блок-схему алгоритма обработки с ОФ и ЛП можно представить так, как показано на рис. 1, где БПФ и ОБПФ — прямое и обратное быстрые ДПФ, РФ — разворачивание фазы, СЗ — среднее значение, ОП — оценка параметров, ВМ — вычисление модуля, ВОЗ — вычисление обратного значения, ИВС — измерение временного сдвига. Оценка СЗ и ее вычитание из вещественной части разности логарифмов способствуют нормализации по амплитуде восстановленной последовательности $\hat{h}(n)$.

Экстраполятор обеспечивает получение $\hat{A}(f)$ согласно (7) и реализуется по схеме, приведенной на рис. 2. Последовательность значений $\hat{A}(f)$ подается на сумматор $\Sigma 1$ и далее на выход, а также записывается в M комплексных ячеек памяти (ЯП) регистра сдвига. После поступления значения $\hat{A}(f)$, соответствующего $f = F - 1$, ключ K замыкается и на $\Sigma 1$ начинают поступать значения $\hat{A}(f)$, $f = F, F + 1, \dots, N/2 - 1$, которые одновременно подаются на выход экстраполятора и, так как $\hat{A}(f) = 0$ при $f \geq F$, записываются в регистре. Значения $\hat{A}(f)$ с $f = N - F, N - F - 1, \dots, N/2 + 1$, для действительных сигналов комплексно сопряжены со значениями для $f = F, F + 1, \dots, N/2 - 1$, и легко получаются из последних.

Если аддитивный сигнал состоит только из двух импульсов, обработку можно существенно упростить, ограничившись только операциями с модулями СФ.

При $P = 2$ и $\sigma_s = 0$ имеем

$$|\hat{A}(f)|^2 = 1 + b^2 + 2b \cos(2\pi f \Delta \tau / N). \quad (10)$$

В результате ОДФФ $|\dot{A}(f)|^2$ получаются три единичных импульса: один в начале интервала $[0, N)$ при $n=0$ величиной $1+b^2$ и два равно- великих, расположенных симметрично относительно середины интервала определения $[0, N)$ в точках $n=\Delta\tau$ и $n=N-\Delta\tau$ величиной b . Импульс при $n=0$ можно исключить, если из $|\dot{A}(f)|^2$ вычесть среднее значение, равное $1+b^2$. В итоге остается два импульса, разнесенные на $(N-\Delta\tau)$ при интервале определения $[0, N)$ или на 2τ при интервале определения $(-N/2, N/2]$. Компенсация среднего значения позволяет увеличить разрешение и точность измерения $\Delta\tau$ при использовании частотного окна, так как исключается влияние наложения импульса, соответствующего среднему значению и имеющего максимум при $n=0$. Кроме того, исключение постоянной составляющей улучшает оценки АР-коэффициентов [12]. Алгоритм обработки при использовании модулей СФ (модуль обработки, или МО) можно получить из схемы комплексной обработки (КО) (см. рис. 1), если исключить операции фазовой обработки (ФО), прологарифмировать квадраты модулей СФ сигнала и образца и после потенцирования ввести операции оценки СЗ и его вычитания из $|\dot{A}(f)|^2$ в пределах частотного окна от $-(F-1)$ до $(F-1)$ (или от 0 до $(F-1)$ и от $(N-F+1)$ до $(N-1)$ при интервале определения $[0, N)$).

Образец не всегда можно иметь заранее или получить в процессе измерения $\Delta\tau$. Это относится, например, к случаю пассивной локации естественных источников импульсных сигналов (молниевые разряды, эпицентры землетрясений и т. д.), когда аддитивный сигнал в точке приема формируется в результате многоканальности распространения из импульсов примерно одинаковой, но заранее неизвестной формы, и импульсы перекрываются. В этом случае оценку логарифма СФ образца можно вычислить, используя кепстр исследуемого сигнала. При этом выделяется участок кепстра взвешенным окном в пределах $0 \leq n \leq (FC-1)$ и $(N-FC+1) \leq n \leq (N-1)$, где $FC \leq N/2$, на интервале определения $[0, N)$ и выполняется ДПФ. На этом участке располагается кепстр элементарного импульсного сигнала [7]. Форма окна по кепстру для получения сглаженной оценки логарифма СФ образца выбирается плавно спадающей к краям окна (это, например, окна Ханна, Хэмминга, Блэкмана и др.). Отметим, что при наличии шума начальная часть кепстра меньше искажена, чем остальная. Блок-схема алгоритма вычисления оценки комплексного логарифма СФ образца с помощью кепстра приведена на рис. 3. Выходы 3 и 4 на рисунке подключаются ко входам сумматоров с теми же номерами на рис. 1 вместо блоков логарифмирования и развертывания фазы. Выходы 1, 2 на рис. 3 можно подключить к аналогичным выходам на рис. 1. Вычисление СЗ при использовании кепстра можно опустить, так как оценка логарифма СФ образца вычисляется здесь на основе исследуемого сигнала, и нормировка по амплитуде выполняется автоматически при вычитании из вещественной части логарифма СФ сигнала оценки логарифма СФ образца. При использовании МО все, что относится к ФО на рис. 3, опускается и логарифмиру-

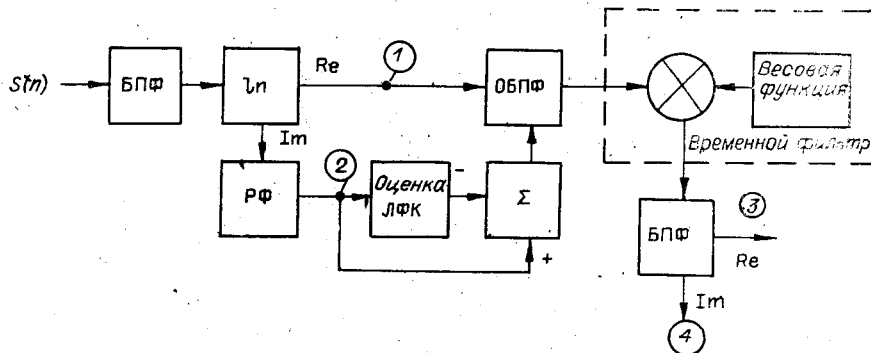


Рис. 3.

ется $|\dot{S}(f)|^2$. ОБПФ $\ln |\dot{S}(f)|^2$ — это кепстр мощности [7], который является четной относительно середины интервала $[0, N)$ функцией. Выделение кепстра относительно и БПФ также приводят к четной функции на выходе 3, которая далее используется при МО согласно рис. 1.

Оценку коэффициентов АР-модели для $\dot{A}(f)$ или $|\dot{A}(f)|^2$ можно получить с помощью ряда математических методов (АР-методов), обеспечивающих при одинаковых исходных данных разную точность аппроксимации АР-моделью, устойчивость результатов измерения Δt , разрешающую способность и ее зависимость от порядка АР-модели, разные величины систематической погрешности зависимости от шумов, вычислительной энтропии Бурга, основанный на минимизации суммы энергий ошибок ЛП «вперед» и «назад» при условии получения устойчивого АР-фильтра* с полюсами внутри единичного круга, когда оценивание АР-коэффициентов непосредственно связано с данными $\dot{A}(f)$ или $|\dot{A}(f)|^2$ (программа приведена, например, в [15]), и рекурсивная процедура на основе метода наименьших квадратов, предложенная Марплом [16], также минимизирующая сумму энергий ошибок ЛП вперед и назад по всем АР-коэффициентам, но без условия обязательной устойчивости АР-фильтра (см. также [11]). Представляет интерес исследование зависимости точности измерения взаимного сдвига интерферирующих импульсов от использования после ОФ различных процедур оценивания АР-коэффициентов.

Из изложенного следует ряд алгоритмов увеличения точности измерения взаимного сдвига интерферирующих импульсов в присутствии аддитивного шума с помощью ОФ и ЛП.

Алгоритмы 1 и 2. ОФ по образцу и с помощью кепстра соответственно. КО и МО. (КО по алгоритму 1 рассматривалась ранее в [17]).

Алгоритмы 3 и 4. ОФ по образцу и с помощью кепстра с экстраполяцией СФ после ОФ. КО и МО. (КО с ОФ путем деления СФ сигнала на СФ образца в пределах частотного окна приводилась в [2]).

Алгоритмы 5 и 6. ОФ по образцу и с помощью кепстра с измерением взаимного сдвига импульсов по амплитудному спектру АР-модели СФ после ОФ. КО и МО. (Возможность использования спектра АР-модели СФ после ОФ по образцу при КО путем деления рассматривалась в [2].)

Для проверки эффективности указанных алгоритмов была проведена обработка модельных и реальных сигналов на ЭВМ. Общий вид использовавшейся модели на интервале определения $[0, N)$ следующий:

$$s(n) = (1/s_{\max})[s_0(n - \tau_1) + bs_0(n - \tau_2)] + \sigma_\varepsilon \varepsilon(n),$$

где $s_0(n)$ — элементарный импульсный сигнал с равным 1 максимальным значением; $\varepsilon(n)$ — нормально распределенные независимые случайные числа с нулевым СЗ и дисперсией 1; σ_ε — среднеквадратичное значение шума; s_{\max} — максимальное значение ненормированной импульсной части s_n , равной $s_0(n - \tau_1) + bs_0(n - \tau_2)$, τ_1 и τ_2 — сдвиг первого и второго импульсов относительно точки $n=0$. В качестве элементарных и образцовых использовали два вида импульсных сигналов:

гауссов импульс

$$s_{0r}(n) = \exp(-n^2/Q_1); \quad (11)$$

* АР-фильтру соответствует схема на рис. 2 при замкнутом ключе К. Ее выход равен (8) после окончания переходного процесса при подаче на вход белого шума с дисперсией P_M^2 . Коэффициенты устойчивого фильтра определяются с помощью рекурсии Левинсона [11, 12].

$s(n)$	b	τ_1	$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$	Q	T_c	σ_e	q_n	N	СКД
1-я модель	0,9	20	3, 6, 9, 12, 15, 18	25,0	—	0,01; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0	0,3	64	2,4
2-я модель	0,9	5	3, 6, 9, 12, 15, 18	6,0	24	0,01; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0	0,3	64	2,5

затухающая синусоида

$$s_{oc}(n) = \begin{cases} \exp(-n/Q_2) \sin(2\pi n/T_c) & \text{при } n \geq 0, \\ 0 & \text{при } n < 0, \end{cases} \quad (12)$$

где Q_1 и Q_2 — параметры, определяющие скорость спада импульсов, T_c — период синусоиды. Выбор импульсов (11) и (12) в качестве элементарных объясняется следующим. Гауссовы импульсы, как известно [5], из всех импульсов, имеющих одинаковую с ними среднеквадратичную длительность (СКД), разрешаются хуже всего, что позволяет оценить точность измерения сдвига снизу. Затухающая синусоида близка по форме к выходным сигналам линейных резонансных цепей при их ударном возбуждении, что часто используется на практике для получения коротких зондирующих импульсов, например, при ударном возбуждении антенны. Кепстр импульсов вида (12) сосредоточен у начала оси времени на интервале определения $(-N/2, N/2)$, что позволяет легко выделить его на фоне помех. Эти импульсы при одинаковой СКД имеют более медленный спад модуля СФ с увеличением частоты, чем гауссовы. Вследствие этого уровень шума достигается СФ на больших частотах. В этом смысле при одинаковой энергии импульсы (12) являются более широкополосными, чем (11). Параметры обработанных модельных сигналов приведены в таблице.

Эффективность алгоритмов обработки оценивалась по величине носительной ошибки измерения взаимного сдвига импульсов после обработки $\sigma_0 = \sqrt{(\Delta\tau_n - \Delta\tau)^2} / \Delta\tau$, где $\Delta\tau_n$ — измеренная величина сдвига, $\Delta\tau = |\tau_2 - \tau_1|$ — заданный сдвиг. Оценивалось также среднеквадратичное значение сдвига $\alpha_\tau = \sqrt{\Delta\tau_n^2}$. Временная фиксация импульсов осуществлялась по положению пиковых значений двух наибольших импульсов в пределах интервала определения $[0, N)$ при КО и по положению пика наибольшего импульса на $1/2$ интервала при МО. При КО для меньшего импульса задавалось пороговое значение q_n в долях от большего пикового значения. Если порог не превышался, то сдвиг считался равным 0. Положение пиковых значений определялось по точкам смены знака с «+» на «-» первой разности и отбором наибольших из этих значений. Отметим, что фиксация положения импульсов по их максимальным значениям сочетает предельную точность с наибольшей надежностью измерения [18]. Разность положений импульсов при КО и положение наибольшего импульса при МО дают величину $\Delta\tau_n$ при одной реализации шума. Для получения устойчивых оценок статистических параметров σ_0 и α_τ формировались 100 независимых реализаций шума на каждое значение $\Delta\tau$ при постоянстве остальных параметров сигнала данного типа.

Результаты обработки. 1. С целью определения выигрыша в точности измерения $\Delta\tau$, даваемого алгоритмами 1—6, вначале были получены оценки σ_0 и α_τ непосредственно для моделей первого и второго типа при $b > 0$ с использованием (11) и (12) при разном пиковом отношении С/Ш, измеряемом в данном случае в децибелах как $G_n = 20 \lg(1/\sigma_e)$. Как видно из рис. 4, а, б, при измерении сдвига по исходным сигналам общим для обеих моделей является стремление σ_0 к 50% по мере уменьшения G_n при всех значениях $\Delta\tau$. Величина σ_0 близка к 50%, начиная

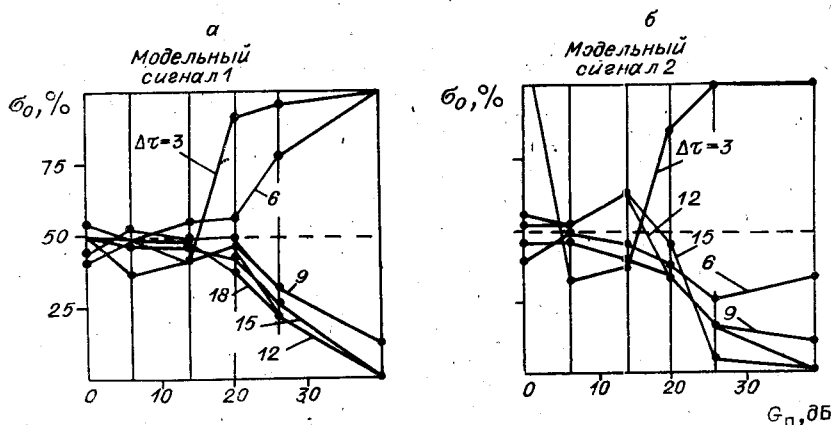


Рис. 4.

примерно с $G_n = 20$ дБ. Особенностью в области $G_n > 20$ дБ является резкое увеличение σ_0 на границе разрешения по критерию Рэля при переходе формы импульсной части модели от двугорбой к одногорбой.

2. Для данного отношения С/Ш имеется оптимальное значение F_{opt} , т. е. ширины частотного окна, равной $(2F - 1)$, где $F = 1, 2, \dots, N/2$, при котором после ОФ и ЛП точность измерения $\Delta\tau$ получается самой высокой. При применении ОФ и ЛП величина F_{opt} меньше, чем только при ОФ. При КО F_{opt} меньше, чем при МО. Чем больше $\Delta\tau$, тем меньше F_{opt} , при котором σ_0 достигает минимального значения. Однако этот минимум неглубокий. Поэтому одно и то же значение F может использоваться в широком диапазоне $\Delta\tau$. Минимум σ_0 по F получается более узким и большим по величине для моделей 1-го типа. На рис. 5 приведен график зависимости F_{opt} от G_n , полученный при МО модели 1 по алгоритму 1. Использовалось частотное окно Ханна. Отметим, что для указанного вида обработки при F , близком к F_{opt} , с увеличением $\Delta\tau$ ошибка σ_0 уменьшается, причем тем быстрее, чем больше G_n .

3. Применение ЛП после ОФ обеспечивает дополнительное сжатие пиков. Однако получить заметного увеличения точности измерения $\Delta\tau$ во всем диапазоне измерения сдвига не удастся. Наиболее эффективным ЛП оказывается в тех случаях, когда значения $\Delta\tau$ попадают в область, которой после ОФ соответствует уже одногорбая или переходная от двугорбой к одногорбой форма сигнала. При этом ЛП дает выигрыш по точности при увеличении $\Delta\tau$ от границы перехода до таких значений, при которых величина σ_0 превышает примерно 15–20%. В сторону уменьшения $\Delta\tau$ величина σ_0 после ЛП начинает резко возрастать, когда в пределах частотного окна оказывается менее одного периода функции $\dot{A}(f)$ или $|\dot{A}(f)|^2$, равного $N/\Delta\tau$. При этом ширина частотного окна выбирается близкой к оптимальной. Если после ОФ σ_0 оказывается меньше 10–15%, т. е. импульсы хорошо разрешаются, ЛП, как правило, приводит к увеличению σ_0 , так что его применение нецелесообразно. На рис. 6, а приведены графики зависимостей σ_0 и α_r от $\Delta\tau$ и F при КО модели 1 по алгоритму 2. Для выделения области перехода формы сигнала после ОФ от двугорбой к одногорбой, где σ_0 резко возрастает, а α_r сильно отличается от $\Delta\tau$, значения F на рис. 6, а взяты в широком диапазоне. При $F = 6 \div 8$ и $\Delta\tau \geq 12$ сигнал является двугорбым, при $\Delta\tau \leq 9$ — одногорбым, а участок, где $9 < \Delta\tau < 12$, можно считать переходным. На рис. 6, б показаны графики, аналогичные рис. 6, а, но

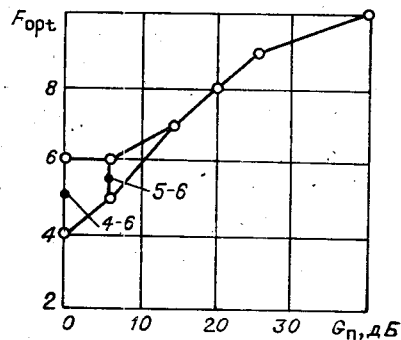


Рис. 5.

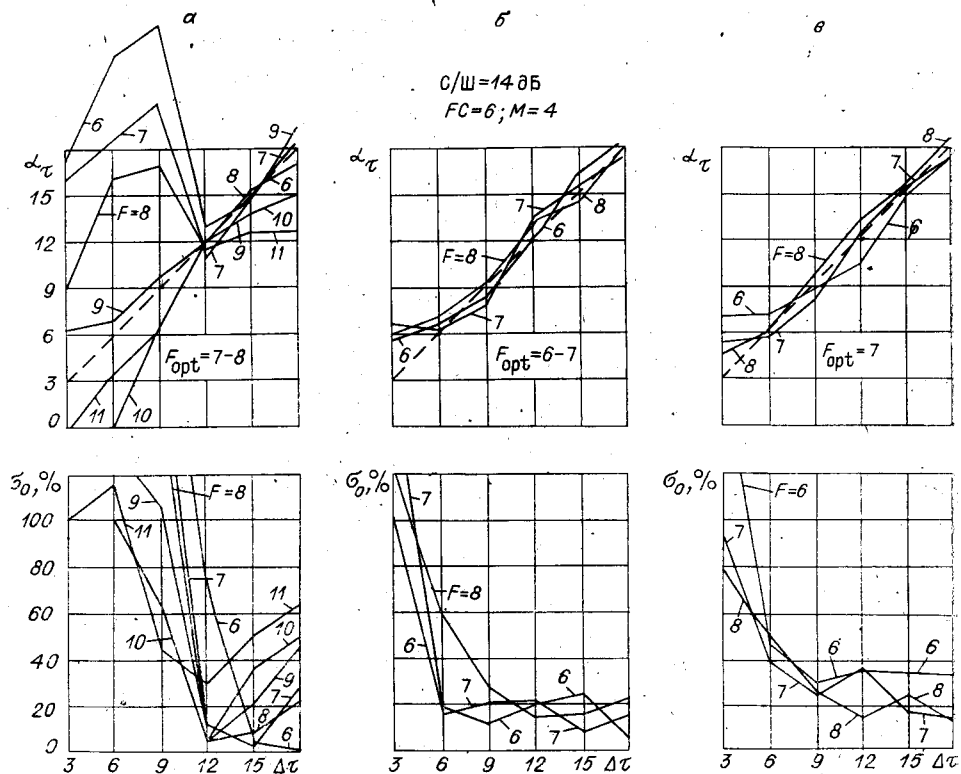


Рис. 6.

после ОФ и ЛП — это алгоритм 4, минимально-квадратичный АР-метод, КО при значениях $F = 6 \div 8$, близких к F_{opt} . Хорошо видно, что на участке $6 \leq \Delta\tau < 12$ ЛП приводит к заметному увеличению точности: в среднем до $15 \div 20\%$. При $\Delta\tau \geq 12$ ЛП неэффективно. Последнее особенно заметно при малом уровне шума, когда оптимальная ширина частотного окна приближается к N при модульной обработке и применении широкополосных сигналов типа модели 2.

4. Эффективность алгоритмов 3, 4 с экстраполяцией СФ после ОФ за пределами частотного окна выше, чем алгоритмов 5, 6 измерения $\Delta\tau$ по амплитудному спектру АР-модели той же СФ при том же АР-методе, хотя сжатие пиков в последнем случае можно получить значительно более высокое. На рис. 6, в приведены графики для σ_0 и α_τ от $\Delta\tau$ и F , полученные в результате КО модели 1 по алгоритму 6. При $\Delta\tau \geq 6$ σ_0 в среднем возрастает до $25-30\%$. Отметим также, что экстраполяция сохраняет полярность пиков, полученных после ОФ, тогда как в амплитудном спектре все пики положительные.

5. При наличии шумов ОФ по образцу обеспечивает более высокую точность измерения $\Delta\tau$, чем с помощью кепстра. В последнем случае для получения более точных результатов окно по кепстру следует выбирать так, чтобы по возможности не обрезать кепстр элементарного сигнала. С другой стороны, в пределы окна не должны попадать краевые участки кепстра, искаженные шумами, и импульсы, соответствующие множителю запаздывания [17]. Последние так же, как и ограничение протяженности, приводят к колебательному характеру оценки функции $\ln[S_0(f)]$ с периодом $N/\Delta\tau$, в результате чего после обработки появляются ложные пики с временем, кратным $\Delta\tau$.

6. Алгоритмы с МО во всех случаях измерения $\Delta\tau$ при двухимпульсном аддитивном сигнале обеспечивают более высокую точность, чем аналогичные алгоритмы с КО при данном АР-методе. МО позволяет примерно в $1,5-2$ раза уменьшить величину $\Delta\tau$ по сравнению с КО,

если измеряемые значения $\Delta\tau$ при МО ограничить такой же величиной σ_0 , что и при КО на границе перехода формы сигнала после обработки от двугорбой к односторонней. Выигрыш по точности за счет применения МО близок к 2 при ОФ по образцу и к $\sim 1,5$ при ОФ по кепстру. Отметим также, что при МО провал в сигнале после обработки в области $n=0$ (при расположении точки $n=0$ в середине интервала определения), как правило, существует при любых значениях $\Delta\tau > 0$. При $\Delta\tau = 0$ сигнал после обработки имеет малый уровень, обусловленный только шумами и искажениями оценки функции $\ln |S_0(f)|^2$, что позволяет использовать МО для распознавания групповых аддитивных сигналов при $P > 1$, сравнивая уровень сигнала с пороговым значением.

7. Наиболее устойчивые результаты измерения $\Delta\tau$ получаются при автокорреляционном АР-методе. При этом порядок АР-модели следует выбирать из условия $F \leq M < 2F$. Если компенсировать «сбои» (близкие к 0 или неожиданно большие значения $\Delta\tau_n$), число которых возрастает с уменьшением отношения С/Ш, путем замены сбоя предыдущим устойчивым значением $\Delta\tau_n$, то наибольшая точность получается при применении минимально-квадратичного АР-метода. Следует иметь в виду, что соответствующий последнему методу АР-фильтр может быть неустойчивым, что чаще происходит при большом уровне шума и малой величине $\Delta\tau$ и порядке M , близком или большем F . Это является одной из причин появления сбоев. При возбуждении АР-фильтра можно перейти к измерению $\Delta\tau$ по спектру АР-модели СФ после ОФ. Однако при этом возрастает разброс амплитуд полезных пиков и могут появиться ложные пики заметного уровня под воздействием шума. Число сбоев уменьшается с уменьшением M , но одновременно уменьшается и точность измерения малых сдвигов из-за расширения пиков. Экспериментально установлено, что для минимально-квадратичного и АР-метода Бурга порядок АР-модели следует брать близким к F , для метода Бурга — больше F , а для минимально-квадратичного — меньше F . АР-метод Бурга обеспечивает наименьшую точность измерения $\Delta\tau$ из-за большого систематического смещения $\Delta\tau_n$ при больших отношениях С/Ш, сильной флуктуации амплитуд, положения полезных пиков и появления ложных пиков вследствие шума после обработки. Однако его применение обеспечивает получение устойчивого АР-фильтра.

8. Сбои измерения $\Delta\tau$, возникающие при ошибках оценки ЛФК из-за смещения сигнала после обработки в пределах интервала определения $[0, N-1]$ и имеющие величину $\Delta\tau_{n,сб} > N/2$, если N выбирается из условия $N > 2\Delta\tau_{max}$, можно исключить, введя операцию сравнения: если $\Delta\tau_{n,сб} > N/2$, то $\Delta\tau_n = N - \Delta\tau_{n,сб}$.

9. Для получения более высокой точности измерения $\Delta\tau$ при наличии шумов следует применять широкополосные импульсные сигналы, имеющие гладкий кепстр, сосредоточенный у начала оси времени, быстро убывающий с увеличением n . Примеры таких сигналов приведены в [17]. Гауссовы импульсы, как и следовало ожидать [5], дают низкую точность измерения $\Delta\tau$.

Результаты КО и МО реального двухимпульсного сигнала при ОФ по кепстру и ЛП представлены на рис. 7, б — д. Здесь применено окно по кепстру типа Ханна. ЛФК оценивалась по методу наименьших квадратов [9]. АР-коэффициенты вычислены по Марплу [16] и Бургу [15]. Сигнал после КО по алгоритму 1 исходного сигнала, представленного на рис. 7, а, приведен в [17]. Сравнение этого сигнала [17, рис. 5, в] и рис. 7, б — д показывает, что ЛП позволяет существенно увеличить разрешение импульсов в аддитивном сигнале. Это повышает точность измерения малых взаимных сдвигов перекрывающихся во времени импульсов, когда исходный аддитивный сигнал не имеет провалов и непосредственное измерение сдвига по сигналу до обработки либо дает слишком грубую оценку $\Delta\tau$, либо вообще невозможно. Следует иметь в виду, однако, что для получения хороших результатов по точности измерения $\Delta\tau$ требуется подбор параметров F , M , FC и АР-метода. Отметим также, что

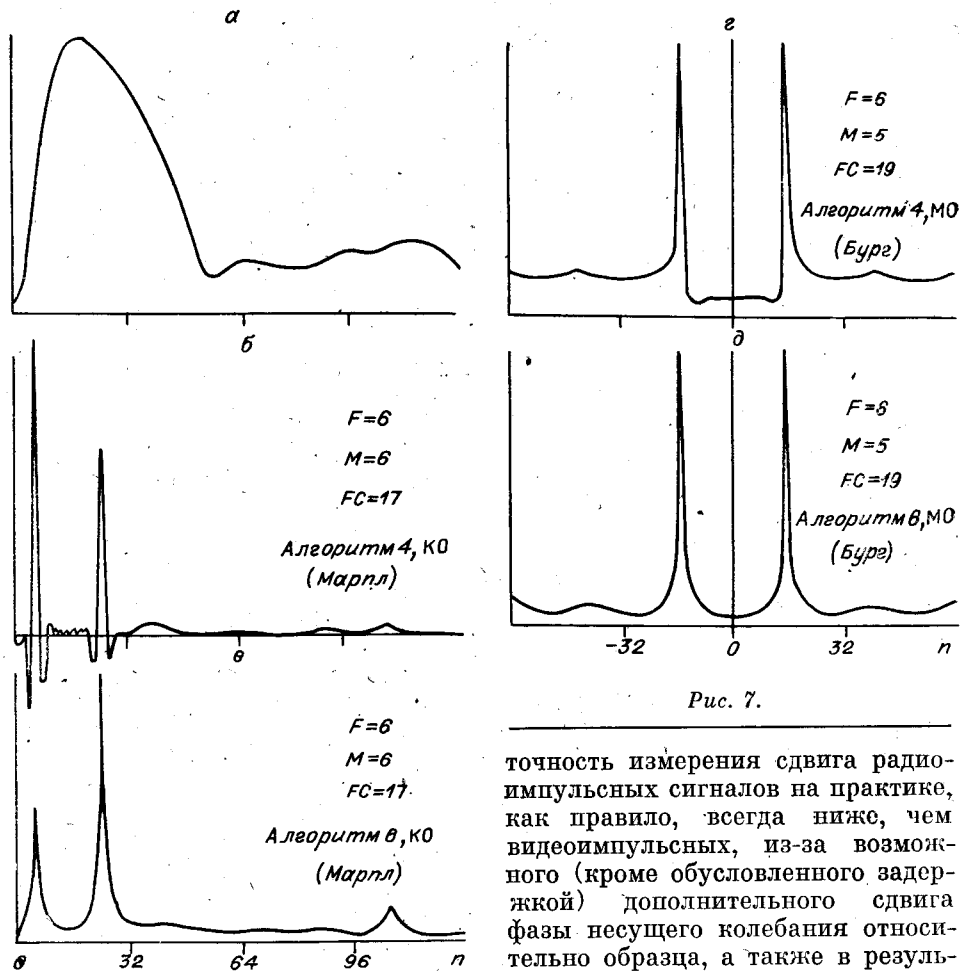


Рис. 7.

точность измерения сдвига радиоимпульсных сигналов на практике, как правило, всегда ниже, чем видеоимпульсных, из-за возможного (кроме обусловленного задержкой) дополнительного сдвига фазы несущего колебания относительно образца, а также в результате отражения.

КО и МО модельных и реальных сигналов по алгоритмам 1—6 проводились с помощью пакета подпрограмм DECONV (Фортран), включающего часть подпрограмм кепстральной обработки пакета COMSER [19].

ЛИТЕРАТУРА

1. Андриянов А. В. Линейное предсказание сигналов и его применение в радиотехнике.— Радиотехника, 1981, т. 36, № 1, с. 11—18.
2. Clayton R. W., Ulrych T. J. A restoration method for impulsive functions.— IEEE Trans. on Inform. Theory, 1977, vol. IT-28, № 2, p. 262—264.
3. Smylie D. E., Clarke G. K. C., Ulrych T. J. Analysis of Irregularities in the Earth's Rotation in Methods in Computational Physics/Ed. Adler B., Feinbach S., Bolt B. A. N. Y.: Academic Press., 1973, vol. 13, p. 391—423.
4. Ulrych T. J., Smylie D. E., Jensen O. G., Clarke G. K. C. Predictive filtering and smoothing of short records by using maximum entropy.— J. of Geophys. Research, 1973, vol. 78, N 23, p. 4959—4964.
5. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов.— М.: ИЛ, 1963, с. 431.
6. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов.— М.: Сов. радио, 1979, с. 231.
7. Чайлдере Д. Дж., Скиннер Д. П., Кемерейт Р. Ч. Кепстр и его применение при обработке данных. Обзор.— ТИИЭР, 1977, т. 65, № 10, с. 5—23.
8. Tribolet J. M. A new phase unwrapping algorithm.— IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proces., 1977, vol. ASSP-25, p. 170—177.
9. Зеленков А. В. Оценка тренда аргумента спектральной функции при вычислениях комплексного кепстра.— Радиотехника и электроника, 1981, т. 24, № 4, с. 752—761.
10. Маркушевич А. И. Теория аналитических функций.— М.: Наука, 1967, т. 1, с. 486.

11. Писаренко В. Ф. Спектральная оценка максимальной энтропии и ее использование для определения частот гармоник.— В кн.: Вычислительная сейсмология. М.: Наука, 1975, № 8, с. 83—109.
12. Кей С. М., Марпл С. Л. Современные методы спектрального анализа. Обзор.— ТИИЭР, 1981, т. 69, № 11, с. 5—51.
13. Ulrych T. J., Clayton R. W. Time series modelling and maximum entropy.— Physics of the Earth and Planetary Interiors, 1976, vol. 12, N 2/3, p. 189—199.
14. Маркел Дж. Д., Грэй А. Х. Линейное предсказание речи.— М.: Связь, 1981, с. 305.
15. Клаербоут Дж. Ф. Теоретические основы обработки геофизической информации с приложением к разведке нефти.— М.: Недра, 1982, с. 304.
16. Marple L. A new autoregressive spectrum analysis algorithm.— IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proces., 1980, vol. ASSP-28, N 4, p. 441—454.
17. Зеленков А. В. О выборе алгоритма вычисления комплексного спектра.— Радиотехника и электроника, 1981, т. 24, № 10, с. 2095—2109.
18. Митяшев Б. Н. Определение временного положения импульсов при наличии помех.— М.: Сов. радио, 1962, с. 199.
19. Зеленков А. В. Комплекс программ СОМСЕР вычисления спектра мощности, фазового спектра, комплексного спектра и обратной свертки.— Инф. бюл. ВНИИЦ «Алгоритмы и программы», 1981, № 1-2, П004617.

Поступила в редакцию 10 января 1983 г.

УДК 519.21

А. Н. ЕФИМОВ, Е. В. КРИВОРУКОВ

(Москва — Харьков)

МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ КОСВЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПРИ МАЛОМ ЧИСЛЕ НАБЛЮДЕНИЙ

В системах обработки данных зачастую функциональная связь наблюдаемого аргумента x с измеряемой величиной $y = f(x)$ априори известна. При этом можно выделить две различные модели наблюдения.

В первой из них наблюдения x_i ($i = \overline{1, N}$) — выборочные значения случайного по своей природе аргумента x с моментами m , σ^2 , а измеряемым параметром является определенная характеристика величины y , чаще всего математическое ожидание $M(y) = M[f(x)]$. Во второй модели значения аргумента x_i представляют собой сумму неизвестной величины m , несущей полезную информацию, и помехи η , как правило, центрированной, т. е. $x_i = m + \eta_i$. При этом измеряют величину $y_0 = f(m)$.

Очевидно, что измеряемые величины в моделях 1 и 2 различны, так как $M[f(x)] \neq f(m)$ при нелинейных $f(x)$. В метрологии указанные модели приводят к косвенным измерениям 1- и 2-го типов [1].

Кажется естественным, что должны различаться и оценочные функции $\varphi_1(x_1, \dots, x_N)$ для $M(y)$ и $\varphi_2(x_1, \dots, x_N)$ для y_0 . Действительно, если нам ничего неизвестно о вероятностной структуре аргумента x , то для оценивания y_0 возможен лишь алгоритм (назовем его «а») $\bar{x} = \sum x_i/N$, $\bar{y}_0 = f(\bar{x})$, а для оценки $M(y)$ — инверсная последовательность операций (обозначим ее «б») $y_i = f(x_i)$, $\bar{y} = \sum y_i/N$.

Однако, как будет показано ниже, при определенных условиях оба алгоритма могут применяться и для оценивания одной и той же величины.

Авторами в работе [2] был введен в рассмотрение новый фактор — объем выборки. В настоящей работе, существенно дополняя [2], исследуется влияние объема выборки наблюдений на правило выбора более точного алгоритма. Демонстрируется, как одна и та же модель наблюдения может (при уменьшении объема выборки) потребовать изменения