

Р. Т. САЙФУЛЛИН

(Куйбышев)

### ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ОДНОГО КЛАССА МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

В прикладных задачах возникает необходимость анализа многокомпонентных сигналов, образованных линейным наложением отдельных компонент. Подобные сигналы часто встречаются в физике, химии, биологии, причем основные компоненты этих сигналов могут описываться самыми разнообразными функциями: экспонентами, функциями Лоренца, Гаусса и т. д. В статье рассматривается метод выявления отдельных составляющих многокомпонентного сигнала, представляющего собой результат линейного наложения одинаковых по форме составляющих, различающихся положением, длительностями и амплитудами.

Существующие алгоритмы решения этой задачи основаны на получении оценок параметров математических моделей аналитического сигнала методами наименьших квадратов и максимального правдоподобия [1]. Указанные алгоритмы оказываются малоэффективными в случае большого числа наложенных компонент, так как связаны с подбором большого числа параметров, входящих целиком в минимизируемый функционал.

Предлагаемый метод предусматривает некоторые преобразования многокомпонентного сигнала, приводящие к сужению образующих его компонент при сохранении их площадей, в результате чего повышается степень их разделения. Метод не требует априорной информации о составе сигнала, легко и эффективно реализуется на ЭВМ, допускает возможность автоматизации.

Формальный аспект задачи состоит в следующем. В результате эксперимента получен набор точек многокомпонентного сигнала  $y(t)$ , который можно представить в следующем виде:

$$y(t) = g(t) + n(t),$$

$$g(t) = \sum_{k=1}^N p_k f(t - \mu_k, \beta_k),$$

$$B_1 < \beta_1 \leq \beta_2 \leq \dots \leq \beta_N < B_2.$$

Здесь  $f(t - \mu_k, \beta_k)$  — математическая модель составляющих сигнал компонент, в качестве которой в дальнейшем используется известная в теории сигналов и широко распространенная на практике функция Гаусса;  $\mu_k, \beta_k, p_k$  — соответственно параметры положения, ширины и амплитуды  $k$ -й компоненты;  $N$  — число компонент;  $n(t)$  — помеха (случайный процесс с независимыми наблюдениями и нулевым математическим ожиданием). По значениям сигнала  $y(t)$  требуется найти  $N$  и значения параметров  $p_k, \beta_k, \mu_k$ .

Основой метода является построение пробной функции  $z(x, \gamma)$  [2], соответствующей исходному сигналу:

$$z(x, \gamma) = \sum_{k=1}^N p_k f(x - \mu_k, \beta_k - \gamma), \quad 0 < \gamma \leq \beta_1.$$

При  $\gamma = 0$   $z(x) = g(t)$ . Придавая  $\gamma$  последовательно возрастающие значения, при  $\gamma \rightarrow \beta_1$  получим функции  $z(x, \gamma)$  со все более узкими и лучше разделенными компонентами, число которых при достаточно хорошем разделении определяет  $N$ , а по положению и форме составляющих компонент отыскиваются остальные параметры  $p_k, \beta_k, \mu_k$ .

Значение  $\gamma$ , при котором достигается наилучшее разделение, заранее неизвестно, поэтому необходимо построить ряд реализаций  $z(x, \gamma)$ .

Если для исходного многокомпонентного сигнала (1) (рис. 1, а) при  $\gamma \rightarrow \beta_1$  полного разделения всех компонент достичь не удалось (а необходимо полное разделение), то процедуру построения пробной функции следует провести в несколько этапов следующим образом.

Согласно (2)

$$z_1(x, \gamma_1) = \sum_{k=1}^N p_k \frac{e^{-(x-\mu_k)^2/2(\beta_k-\gamma_1)}}{\sqrt{2\pi(\beta_k-\gamma_1)}}, \quad 0 < \gamma_1 < \beta_1.$$

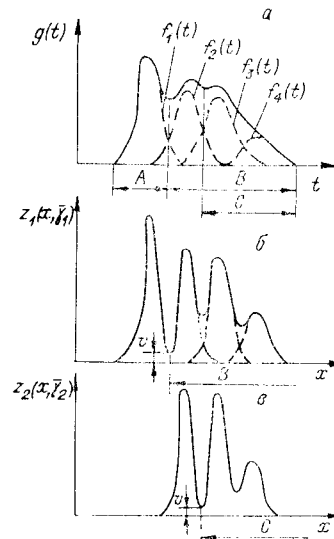


Рис. 1. Процедура построения пробной функции с целью полного разделения всех составляющих многокомпонентного сигнала.

Если  $\gamma_1 \rightarrow \beta_1$ , то

$$\lim_{\gamma_1 \rightarrow \beta_1} z_1(x, \gamma_1) = p_1 \delta(x - \mu_1) + \sum_{k=2}^N p_k \frac{e^{-(x-\mu_k)^2/2(\beta_k-\beta_1)}}{\sqrt{2\pi(\beta_k-\beta_1)}},$$

т. е. функция  $p_1 f(x - \mu_1, \beta_1 - \gamma)$  при  $\gamma_1 \rightarrow \beta_1$  вырождается в  $\delta$ -функцию [3]. Поскольку на практике при реализации алгоритма точного совпадения  $\gamma_1 = \beta_1$  достичь не удается, то останавливаются на некотором значении  $\bar{\gamma}_1$ , при котором можно считать, что первая компонента отделилась полностью. В качестве критерия выделения компоненты может служить, например, достижение пробной функцией некоторого порогового уровня  $\nu$  (см. рис. 1).

Рассмотрим оставшуюся после выделения первой компоненты часть сигнала (участок  $B$  на рис. 1, б). Для этого участка

$$z_2(x, \gamma_2) = \sum_{k=2}^N p_k \frac{e^{-(x-\mu_k)^2/2(\beta_k-\gamma_2)}}{\sqrt{2\pi(\beta_k-\gamma_2)}}, \quad \bar{\gamma}_1 < \gamma_2 < \beta_2.$$

Затем находится  $\lim_{\gamma_2 \rightarrow \beta_2} z_2(x, \gamma_2)$ , в результате чего выделяется вторая компонента (рис. 1, в), и т. д. Поскольку пробные функции  $z_i(x, \gamma_i)$  отличаются только параметром  $\gamma$ , то в дальнейшем будем рассматривать только пробную функцию  $z_1(x, \gamma_i) = z(x, \gamma)$ .

Исследуем теперь, как можно получить  $z(x, \gamma)$ , исходя из  $g(t)$ . Для этого запишем преобразование Фурье  $F[f(t - \mu_k, \beta_k); u]$  компоненты  $f(t - \mu_k, \beta_k)$  [4]:

$$F[f(t - \mu_k, \beta_k); u] = e^{iu\mu_k} \Psi^{\beta_k}(u),$$

где  $u$  — вещественное число,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\Psi(u) = e^{-u^2}$ . Из соотношения (2) преобразование Фурье  $F[f(t - \mu_k, \beta_k - \gamma); u]$  для компонент  $f(x - \mu_k, \beta_k - \gamma)$  имеет вид

$$F[f(t - \mu_k, \beta_k - \gamma); u] = F[f(t - \mu_k, \beta_k); u] \Psi^\gamma(u).$$

Следовательно,

$$F[z(x, \gamma); u] = (1/\Psi^\gamma(u)) F[g(t); u]. \quad (3)$$

Поскольку  $F[f(t, \gamma); u] = \Psi^\gamma(u)$ , из уравнения (3) получаем

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - x, \gamma) z(x, \gamma) dx, \quad (4)$$

т. е.  $z(x, \gamma)$  есть решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода.

Интегральное уравнение (4) с ядром

$$f(t - x, \gamma) = e^{-(t-x)^2/2\gamma} / \sqrt{2\pi\gamma}$$

согласно теореме Джона [5] может быть переписано следующим образом:

$$z(t, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, \gamma) g(t + ix) dx. \quad (5)$$

Будем искать аппроксимированное решение  $\tilde{z}(t, \gamma)$  уравнения (5) в таком виде:

$$\tilde{z}(t, \gamma) = \sum_{j=-m}^m f_j(\gamma) g(t + jh)$$

( $h$  — интервал дискретизации,  $f_j(\gamma)$  — некоторый коэффициент).

Поскольку точные значения функции  $g(t)$  неизвестны, приходится воспользоваться формулой

$$\hat{z}(t, \gamma) = \sum_{j=-m}^m f_j(\gamma) y(t + jh). \quad (6)$$

Погрешность решения (6) можно представить в форме

$$E = |z(t, \gamma) - \hat{z}(t, \gamma)| \leq E_1 + E_2.$$

Здесь  $E_1 = \left| \sum_{j=-m}^m f_j(\gamma) n(t + jh) \right|$ ,  $E_2 = |z(t, \gamma) - \tilde{z}(t, \gamma)|$ .

Погрешность  $E_2$  возникает из-за численного решения интегрального уравнения (5). Оценка для  $E_2$  равномерная, т. е. не зависит от  $t$  и  $E_2 \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$ .

Поскольку величины  $n(t + jh)$ ,  $j = 0, \pm 1, \dots, \pm m$  не коррелированы, то

$$ME_1^2 = \sigma_n^2 \sum_{j=-m}^m [f_j(\gamma)]^2,$$

где  $\sigma_n^2$  — дисперсия помехи.

Экспериментальная проверка разработанного метода проведена на модельных и реальных сигналах. В качестве примера практической реализации описываемого метода рассмотрим его применение для обработки результатов хроматографического анализа. На рис. 2 сплошной линией показана реальная хроматограмма. В данном случае хроматографические методы не позволяют полностью разделить сложную смесь анализируемых веществ. Хроматограмма в целом имеет две моды. Построение пробной функции дает возможность отчетливо выявить все скрытые компоненты (аналитические пики), что доказывает эффективность использования рассмотренного метода.

Рис. 2. Повышение степени разделения хроматограммы:

сплошная кривая — исходная хроматограмма; штриховая — преобразованная хроматограмма; 1—6 — компоненты.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Ланге П. К., Сайфуллин Р. Т., Шафранский И. В. Применение ЦВМ в системах автоматизации хроматографического анализа.— М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1979.
2. Сайфуллин Р. Т. Повышение уровня разделения хроматографических сигналов математическими методами.— В кн.: Хроматографические процессы, их применение в кинетике и катализе, автоматизация измерений: Тез. докл. Всесоюз. конф. Ташкент, 1981.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.— М.: Наука, 1973.
4. Уилкс С. Математическая статистика.— М.: Наука, 1967.
5. Jhon F. Differential equations with approximate and improper date: lectures.— N. Y.: Univ, 1955.

Поступило в редакцию 14 января 1982 г.

УДК 621.373.826 : 772.99

Е. Ф. ОЧИН  
(Ленинград)

## ВЫПОЛНЕНИЕ ОПЕРАЦИЙ КЛЕТочНОЙ ЛОГИКИ В КОГЕРЕНТНОМ ОПТИЧЕСКОМ ПРОЦЕССОРЕ С ПОМОЩЬЮ ПРОСТЕЙШЕГО ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНОГО ФИЛЬТРА

В операциях клеточной логики операнды и результат операции задаются в виде матриц отсчетов (клеток) — двумерных функций, являющихся, в частности, оптическими изображениями. Каждой клетке результата операции ставится в соответствие значение некоторой функции, зависящей от состояний клеток операнда и подмножества соседних клеток. В общем виде подмножество соседних клеток может образовывать произвольную геометрическую конфигурацию. Некоторые конфигурации имеют специальные названия, например окрестность Мура или окрестность фон Неймана [1]. В первом случае результат операции является функцией от пяти точек операнда, во втором — от девяти (рис. 1, а, б). Функциональные возможности клеточных автоматов не зависят от вида окрестности.

Наибольшее распространение на практике получила окрестность Мура:

$$a'_{m,n} = \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 a_{m+k,n+lf_{k,l}} \quad (1)$$