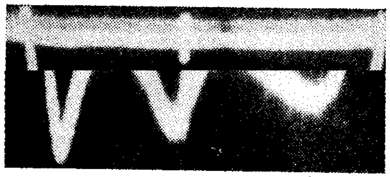

Зависимость коэффициента стоячей волны от частоты для АОД из $PbMoO_4$.

Метка соответствует центральной частоте 130 МГц.

лам, приведенным в [3]. Для используемых нами акустооптических материалов расчетные значения отличаются от экспериментально измеренных не более чем на 20%.

Таким образом, из изложенного выше следует, что при применении в качестве пьезопреобразователя ниобата лития, обладающего высоким значением коэффициента электромеханической связи, можно во всех практически интересных случаях расчета согласующей цепи акустооптической ячейки пользоваться приближенной RC-схемой замещения пьезопреобразователя. Точность приближения возрастает по мере увеличения относительного акустического импеданса.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гусев О. Б., Сорока В. В.** Об эквивалентной схеме пьезопреобразователя.— В кн.: Акустооптические устройства обработки сигналов. Л.: ЛЭТИ, 1977.
2. **Юрченко А. В.** Широкополосное согласование пьезопреобразователей акустооптических устройств.— Изв. высш. учебн. заведений СССР. Сер. Радиоэлектроника, 1980, т. XXIII, № 3.
3. **Залесский В. В.** Анализ и синтез пьезоэлектрических преобразователей.— Ростов: изд. Ростов. ун-та, 1971.
4. **Маттей Д. А., Янг Л., Джонс Е. М. Т.** Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи.— М.: Связь, 1971.
5. **Yano T., Watanabe A.** Broad bandwidth TeO_2 acoustooptic devices bonded with tin metal.— IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1978, vol. SU-25, N 3.

Поступило в редакцию 7 апреля 1982 г.

УДК 681.3.055 : 518.5

Н. С. АНИШИН

(Краснодар)

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ЦИФРОВОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ

Цифровые функциональные преобразователи (ЦФП) являются распространенными средствами вычислительной техники, используемыми в системах автоматизации. Непрерывное повышение требований к ЦФП и расширение класса реализуемых ими функций вызывает быстрый рост количества типов ЦФП. Разнообразие специализированных преобразователей приводит к усложнению управляющих систем и становится (в том числе и по технологическим причинам) экономически невыгодным.

При программной реализации ЦФП, которая в последнее время все чаще выполняется на микропроцессорах (МП) и микроЭВМ, желателен универсальный алгоритм, пригодный для вычисления любой функции, но не содержащий «длинных» операций (умножение, деление и др.). Это исключит необходимость перепрограммирования или резервирования оперативной памяти для размещения подпрограмм возможных функций.

В данной работе предлагаются и обосновываются универсальный алгоритм вычисления функций и соответствующий ему принцип построения ЦФП. За основу взят итерационный алгоритм, вычисляющий дробно-рациональную функцию двух переменных $z(x, y) = (x^2 + y^2)/(x + y)$ (для $x > 0$, $y > 0$) [1]:

$$q_{j-1} = \operatorname{sign}(X_{j-1} - Y_{j-1}) = \begin{cases} +1, & X_{j-1} - Y_{j-1} > 0; \\ -1, & X_j - Y_{j-1} < 0, \\ \text{стоп}, & X_{j-1} = Y_{j-1}; \end{cases}$$

$$X_j = X_{j-1} - q_{j-1} y\, 2^{-j};$$

$$Y_j = Y_{j-1} + q_{j-1} x\, 2^{-j}; \qquad (1)$$
$$z(x, y) = Y_r,$$

где $j = 1, 2, \ldots, (n-1)$ — номер итерации; n — число разрядов аргументов; r — номер итерации ($r \leqslant n-1$), для которой $X_r = Y_r$ в пределах n-разрядной сетки, или номер последней итерации; $X_0 = x$, $Y_0 = y$.

Нетрудно видеть, что алгоритм (1) не содержит операций умножения и деления, хотя позволяет вычислить частное от деления суммы квадратов двух переменных на их сумму с точностью до n двоичных разрядов. Суть алгоритма (1) состоит в том, что на каждой j-й итерации к меньшей из двух величин X_{j-1} и Y_{j-1} прибавляется 2^{-j} часть исходного значения y (или x), а из большей вычитается такая же часть исходного значения y (или x). Причем к Y_{j-1} всегда прибавляется (или вычитается) доля x, а из X_{j-1} вычитается (или прибавляется) такая же доля y. После r итераций y увеличится (алгебраически) на величину qx, где

$$q = \sum_{j=1}^{r+1} q_{j-1} 2^{-j}, \text{ а } q_j \in \{-1, 1\}, \qquad (2)$$

а из x будет вычтена (алгебраически) величина qy. Через r итераций ($r \leqslant n-1$) X_r и Y_r либо сравняются, либо будут отличаться на величину не более 2^{-n}. Это позволяет записать основное уравнение, составляющее математическую модель алгоритма (1):

$$x - qy = y + qx, \qquad (3)$$

откуда $q = (x-y)/(x+y)$. Подставляя q в правую часть равенства (3) и приравнивая эту часть $z(x, y)$, получаем $z(x, y) = (x^2 + y^2)/(x+y)$, что показывает достоверность алгоритма (1).

Располагая математической моделью (3), можно построить серию итерационных алгоритмов, реализующих другие дробно-рациональные функции, в частности следующий алгоритм. Если в модели (3) вместо qy и qx подставить qw и qu (w, u — аргументы функции $z(x, y, w, u)$), то

$$z(x, y, w, u) = (xu + yw)/(u+w). \qquad (4)$$

Для алгоритма (1) q всегда меньше 1 (при $x > 0$, $y > 0$), поэтому итерационный процесс всегда сходится и соответственно достоверно вычисляется $z(x, y)$. Функция же $z(x, y, w, u)$ от четырех переменных достоверно вычисляется лишь при

$$|u + w| > |x - y|. \qquad (5)$$

В случае невыполнения (5) следует модифицировать алгоритм (1), а именно выполнить подсуммирование до сдвига. Это создаст больший диапазон для $(u+w)$, и условие (5) изменится:

$$|u + w| > (1/2)|x - y|.$$

Тогда модифицированный алгоритм примет следующий вид (для x, y, w, u — любых знаков):

$$\begin{aligned} q_{j-1} &= \operatorname{sign}(X_{j-1} - Y_{j-1}) \operatorname{sign}(u+w), \\ X_j &= X_{j-1} - q_{j-1} w\, 2^{-j+1}, \\ Y_j &= Y_{j-1} + q_{j-1} u\, 2^{-j+1}, \\ z(x, y, w, u) &= Y_r \end{aligned} \qquad (6)$$

(j, n, X_0, Y_0 введены ранее в (1)).

Условием сходимости итерационного алгоритма (6) является $|(x-y)/(u+w)| < 2$. Будем считать, что значения x, y, w, u линейно зависят от аргумента t заданной функции $F(t)$:

$$\begin{aligned} x &= k_1 t + m_1, \\ y &= k_2 t + m_2, \\ u &= k_3 t + m_3, \\ w &= k_4 t + m_4. \end{aligned} \qquad (7)$$

Если k_i ($i = \overline{1, 4}$) взять равными $\pm (1/2)^{p_i}$, где p_i — целые неотрицательные числа, то предварительный расчет x, y, u, w может быть произведен без привлечения операций умножения и деления простым арифметическим сдвигом величины t вправо на p_i разрядов ($p_i \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$), присвоением ей знака k_i и подсуммированием к полученному результату величины m_i (возможно, равной нулю).

Итак, допустим, что задана функция $F(t)$. Представим ее в виде

$$F(t) = m_5 + k_5 f(t),$$

где $f(t) = (at^2 + bt + c)/(dt + e)$; m_5 — любое число; k_5 — коэффициент, равный целой степени 2.

К этой форме записи функции $F(t)$ можно перейти, если задано ее представление (если нет, то ее находим по самой функции $F(t)$ [2]) в виде дробно-рационального приближения (аппроксимация Паде) [3]:

$$F(t) = (At^2 + Bt + C)/(Dt + E), \quad t \in [\alpha, \beta].$$

Тогда коэффициенты k_i и m_i ($i = \overline{1, 5}$) должны быть выбраны такими, чтобы выполнялось равенство

$$m_5 + k_5 \frac{(k_1 t + m_1)(k_3 t + m_3) + (k_2 t + m_2)(k_4 t + m_4)}{k_3 t + m_3 + k_4 t + m_4} = \frac{At^2 + Bt + C}{Dt + E}.$$

Таким образом, получается система из пяти уравнений (равенство коэффициентов при одинаковых степенях t в числителе и знаменателе) с десятью неизвестными.

Величины m_5 и k_5 можно считать коэффициентами, нормирующими значение $F(t)$ (m_5 — смещение, k_5 — линейный масштаб).

Решение этой системы проще всего получить с привлечением ЭВМ методом направленного перебора всех значений k_i из ограниченного множества значений ($0, \pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 1/8, \ldots, 1/2^{n-1}$) и вычисления соответствующих им значений m_i. Например, для $F(t) = e^t$, $t \in [-3/8, 3/8]$ найдены следующие коэффициенты:

$$x = -t/2 - 1/2,\ y = t/2 - 1/8,\ u = t/4 + 1/4,\ w = -1,\ m_5 = k_5 = 1,$$

которые позволяют при использовании алгоритма (6) (при $n > 12$) вычислять $F(t) = e^t$ с максимальной погрешностью, равной 0,0003. Преобразуя интервал аргумента, можно определять значения e^T для любых T с той же абсолютной погрешностью.

В предыдущем примере условно полагалось, что запятая в представлениях аргумента и значения функции фиксирована перед n-м (старшим) разрядом. В качестве второго примера приведем представление x, y, u, w и коэффициенты m_5 и k_5 для $F(t) = \operatorname{tg}(t)$, $t \in [0, \pi/4]$. Исходное представление

$$F(t) = \operatorname{tg} t \approx (-0{,}6055t^2 + 0{,}9687t + 0{,}0009)/(-0{,}7793t + 1), \quad t \in [0, \pi/4].$$

Произведя подбор и расчет коэффициентов, имеем $x = t/2 + 0{,}0207$; $y = -t/2 + 0{,}5$; $u = t/2 - 0{,}7527$; $w = t/16 + 0{,}0305$; $m_5 = 0$, $k_5 = 2$ (погрешность менее 0,001).

Конечно, приведенные представления не единственны для данных функций. Выбор того или иного из них зависит от требований, предъявляемых к технической реализации итерационного алгоритма.

В заключение отметим, что эффективность использования предложенного универсального алгоритма и соответствующего ему принципа аппаратной реализации ЦФП обеспечивается простотой программирования управляющих микропроцессорных систем или резким сокращением номенклатуры ЦФП, что, в свою очередь, позволяет значительно расширить рамки их применения и производства в виде БИС. Процедура выбора коэффициентов в дальнейшем должна быть упрощена либо за счет использования ЭВМ, либо путем разработки специальной номограммы и методики ее применения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Оранский А. М., Рейхенберг А. Л.** Цифровой функциональный преобразователь. (Автор. свид-во № 744595).— БИ, 1980, № 24.
2. **Благовещенский Ю. В., Теслер Г. С.** Вычисление элементарных функций на ЭВМ.— Киев: Техника, 1977.
3. **Люстерник Л. А., Червоненкис О. А., Янпольский А. Р.** Математический анализ. Вычисление элементарных функций.— М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963.

Поступило в редакцию 21 января 1983 г.