

ПАКЕТЫ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ

УДК 519.688

В. П. ИЛЬИН, В. А. КАТЕШОВ, Ю. В. КУЛИКОВ,
М. А. МОНАСТЫРСКИЙ
(*Москва — Новосибирск*)

ОПТИМИЗАЦИЯ КАТОДНЫХ ЛИНЗ В ПАКЕТЕ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ ЭФИР

Введение. Комплекс математических задач электронной оптики подразделяется на два больших класса: прямые задачи (задачи анализа), решение которых отвечает на вопрос о свойствах изображения в электронно-оптической системе данной конструкции при заданных режимах питания; обратные задачи (задачи синтеза), ставящие своей целью определение конструкции и режимов питания, обеспечивающих требуемые электронно-оптические параметры.

Интенсивное развитие вычислительной техники, а также численных методов решения краевых задач теории потенциала для областей сложной формы обусловили в последние годы прогресс в создании программных комплексов, предназначенных для решения задач анализа в электронной оптике катодных линз [1, 2].

Как показали многочисленные исследования отечественных и зарубежных авторов, задача синтеза катодных линз является существенно более сложной. В общем виде она может рассматриваться в рамках проблемы оптимального управления границей и граничными условиями в системах с распределенными и сосредоточенными параметрами. Подобные задачи возникают во многих областях прикладной физики (см., например, [3—6]).

К настоящему времени в электронной оптике катодных линз сформировалось два подхода к решению задачи синтеза.

Первый из них состоит в последовательном решении следующих вспомогательных задач:

- 1) расчет осевого распределения электромагнитного поля, обеспечивающего заданные требования к характеристикам изображения;
- 2) продолжение найденного распределения в пространство;
- 3) формирование источников электромагнитного поля в виде электродов, магнитопроводов и т. д.;
- 4) оценка погрешности решения общей задачи путем прямого расчета характеристик найденной электронно-оптической системы.

Развитию «осевого» подхода посвящено значительное количество работ (см., например, [7—11]), касающихся в основном задачи 1, которая с помощью различных параметризаций осевого потенциала приводится к общей задаче нелинейного программирования. Задача 2 представляет собой, как известно, некорректно поставленную задачу Коши для уравнений Лапласа, численное решение которой неустойчиво. Несмотря на то что в области численного решения прикладных некорректных задач в последнее время наблюдается некоторый прогресс [12, 13], полученные результаты, к сожалению, еще не вошли в достаточной степени в арсенал алгоритмов решения обратных задач электронной оптики. Про-

цесс решения задачи З пока в значительной мере не детерминирован и требует определенного искусства от разработчика.

Следует при этом отметить, что приближенная замена эквипотенциалей отрезками электродов может внести возмущения в рассчитанное оптимальное поле и привести к отклонению значений электронно-оптических параметров от требуемых. Судя по известной литературе, перечисленные трудности к настоящему времени еще не преодолены.

Второй подход состоит в рассмотрении обратной задачи непосредственно определенного типологического типа "трапециды" и "начального приближения"; однако его достоинство состоит в том, что на каждом этапе решения задачи получается физически реализуемая конструкция катодной линзы с известными электронно-оптическими характеристиками.

Необходимо отметить, что в силу специфических особенностей, присущих катодным линзам, возникающие задачи условной минимизации требуют специализированных методов численного решения.

Настоящая работа посвящена вопросам реализации второго подхода для электростатических катодных линз в пакете прикладных программ (ППП) ЭФИР.

Приведем точную постановку изучаемого класса задач. Рассмотрим вектор $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, компоненты которого суть упомянутые выше параметры, однозначно задающие конструкцию и режим питания электродов данной катодной линзы. В приближении теории aberrаций будем считать, что характеристики электронного изображения определяются конечной совокупностью функционалов $\{I_k\}$ ($k = 0, \dots, l$), зависящих от осевого распределения электростатического потенциала $\Phi = \Phi(z, \mathbf{x})$. В их число могут входить такие характеристики, как положения плоскостей изображения и кроссовера, увеличение, коэффициенты aberrаций, разрешающая способность и т. д., а также функции от указанных величин. Неотрицательный функционал I_0 будем называть целевым. Задачу поиска оптимальной системы, удовлетворяющей заданным требованиям на характеристики изображения, можно теперь сформулировать в следующем виде.

Задача А: минимизировать $I_0(\mathbf{x})$ при ограничениях

$$\begin{aligned} I_k(\mathbf{x}) &= 0, \quad k = 1, \dots, m; \\ I_k(\mathbf{x}) &\leq 0, \quad k = m + 1, \dots, l; \\ \mathbf{a} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \end{aligned} \tag{1}$$

где \mathbf{a} , \mathbf{b} — заданные векторы. Двусторонние неравенства, которым должен удовлетворять вектор \mathbf{x} , представляют собой технические ограничения на варьируемые параметры, присутствующие, как правило, в практических задачах.

В первом разделе настоящей работы обсуждаются численные алгоритмы решения задачи А с учетом специфики катодных линз. Второй раздел посвящен вопросам автоматизации указанных алгоритмов в ППП ЭФИР, третий — содержит результаты решения практических задач.

1. Алгоритмы оптимизации катодных линз. Одним из наиболее распространенных вариантов построения программных комплексов оптимизации технических систем является непосредственная «стыковка» программного модуля, осуществляющего расчет функционалов системы при фиксированных значениях варьируемых параметров (программы анализа), с программным модулем оптимизации, вырабатывающим приращения варьируемых параметров в итеративном процессе спуска. В качестве модулей оптимизации обычно используются наборы стандартных

программ, входящих в состав штатного математического обеспечения ЭВМ, или специально разработанные пакеты программ, предназначенные для решения достаточно широкого класса задач условной минимизации (см., например, [18, 19]). Градиенты функционалов рассчитываются, как правило, по разностной схеме путем многократного обращения к программе анализа с учетом необходимости коррекции шага дифференцирования по мере приближения к оптимуму. Следует отметить, что попытки применения такого подхода для численной оптимизации катодных линз наталкиваются на значительные трудности, обусловленные, с одной стороны, весьма характерными для катодных линз высокими требованиями к точности расчета электростатического потенциала и электронных траекторий и связанными с этим довольно большими затратами машинного времени для расчета одного варианта ($\sim 3\text{--}5$ мин на ЭВМ ЕС-1060) и, с другой стороны, необходимостью выполнения значительного количества вычислений функционалов ($\sim 10^3$ и более) в достаточно содержательных оптимизационных задачах.

Таким образом, численное решение рассматриваемого класса задач на основе прямой «стыковки» программ анализа и оптимизации оказывается малоэффективным, поскольку требует неоправданно больших затрат машинного времени. С целью существенного сокращения вычислительных затрат в настоящей работе применяется методика, основанная на квазилинейаризации исходных функционалов относительно осевого распределения потенциала с помощью интегральных уравнений в вариациях [17]. Опишем ее более подробно.

Пусть $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ — некоторый фиксированный вектор варьируемых параметров. В параллелепипеде $\Pi_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{\varepsilon}_0) = \{\mathbf{x}: \mathbf{x}_0 - \mathbf{\varepsilon}_0 \leqslant \mathbf{x} \leqslant \mathbf{x}_0 + \mathbf{\varepsilon}_0\}$ (алгоритм выбора $\mathbf{\varepsilon}_0$ обсуждается ниже) осевое распределение потенциала $\Phi(z, \mathbf{x})$ с точностью до линейных членов по $\mathbf{x} - \mathbf{x}_0$ можно представить в виде

$$\Phi(z, \mathbf{x}) \approx \tilde{\Phi}(z, \mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \Phi(z, \mathbf{x}_0) + \langle \Phi_{\mathbf{x}}(z, \mathbf{x}_0), \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \rangle, \quad (2)$$

где $\Phi(z, \mathbf{x}_0)$ — осевое распределение «невозмущенного» потенциала, соответствующее $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$; $\Phi_{\mathbf{x}}(z, \mathbf{x}_0) = \partial \Phi(z, \mathbf{x}) / \partial \mathbf{x}|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}$ — вектор функций возмущения осевого потенциала, вычисленный в точке \mathbf{x}_0 . Если все компоненты вектора \mathbf{x} суть потенциалы графических электродов, соотношение (2) является точным. В этом случае функции возмущения $\Phi_{x_i}(z, \mathbf{x}_0)$ совпадают с так называемыми «единичными» функциями, являющимися сужениями на ось симметрии Oz решений краевых задач:

$$\Delta \varphi_i = 0, \quad \varphi_i|_{\Gamma_j} = \delta_i^j \quad (3)$$

($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, p \geqslant n$; δ_i^j — символ Кронекера).

В общем случае функции $\Phi_{x_i}(z, \mathbf{x}_0)$ могут быть найдены путем решения интегральных уравнений в вариациях, применение которых, как показано ниже (см. также работы [17, 20]), является значительно более эффективным, чем численное дифференцирование по разностной схеме. Представление (2) позволяет в окрестности точки \mathbf{x}_0 заменить исходную задачу А задачей \tilde{A} :

минимизировать $\tilde{I}_0(\mathbf{x})$ при ограничениях

$$\begin{aligned} I_k(\mathbf{x}) &= 0, \quad k = 1, \dots, m; \\ I_k(\mathbf{x}) &\leqslant 0, \quad k = m+1, \dots, l; \\ \mathbf{a} \leqslant \mathbf{x} \leqslant \mathbf{b}, \quad \mathbf{x} &\in \Pi_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{\varepsilon}_0). \end{aligned} \quad (4)$$

В (4) исходные функционалы $I_k(\mathbf{x})$ заменены на функционалы вида $\tilde{I}_k(\mathbf{x}) = I_k[\tilde{\Phi}(z, \mathbf{x}, \mathbf{x}_0)]$. Задачу \tilde{A} далее будем называть задачей квазилинейного приближения по полю. Важно отметить, что вычисление функционалов $\tilde{I}_k(\mathbf{x})$ в области $\Pi_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{\varepsilon})$ не требует многократного решения краевых задач и связано лишь с интегрированием уравнения траекторий

в поле линейного приближения (2). Поэтому вычислительные затраты на численное решение задачи \tilde{A} , которое может быть осуществлено с применением одного из пакетов для задач нелинейного программирования, весьма незначительны. Итерации, выполняемые в процессе решения задачи \tilde{A} , будем называть внутренними. Заметим, что задача \tilde{A} может оказаться неразрешимой по функциональным ограничениям. В этом случае будет найдена точка $\mathbf{x}^* \in \Pi_{\mathbf{x}_0}(\boldsymbol{\varepsilon}_0)$, реализующая минимум некоторой функции Лагранжа, построенной для задачи \tilde{A} .

После завершения внутренних итераций происходит пересчет параметров границы и граничных условий в соответствии с полученным в результате решения задачи A вектором приращений $\Delta \mathbf{x}_0$ и осуществляется обращение к программе анализа, которая выполняет расчет функционалов $I_h(\mathbf{x})$ для нового вектора варьируемых параметров $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}_0$. Если истинные значения функционалов с необходимой точностью удовлетворяют заданным условиям, то задача A считается решенной и вычисления прекращаются; в противном случае вычисляются новые функции возмущения $\Phi_{\mathbf{x}_1}(\mathbf{z}, \mathbf{x}_0)$, вновь строится линейное приближение по полю в соответствии с (2), формируется и решается задача \tilde{A} и т. д.

Переход от вектора \mathbf{x}_s к вектору \mathbf{x}_{s+1} ($s = 0, 1, \dots$) будем называть s -й внешней итерацией. Важно отметить, что в применяемом подходе решение краевых задач, требующее наибольших вычислительных затрат, происходит только на внешних итерациях.

Выбор компонент вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_s = \{\varepsilon_{s,i}\}_{i=1}^n$, определяющего области квазилинейаризации $\Pi_s = \Pi_{\mathbf{x}_s}(\boldsymbol{\varepsilon}_s)$, диктуется следующими соображениями. С одной стороны, $\varepsilon_{s,i}$ не должны быть слишком малыми, поскольку, добиваясь высокой точности квазилинейного приближения, придем к большому количеству внешних итераций и увеличению общего времени счета. С другой стороны, чрезмерное увеличение $\varepsilon_{s,i}$ может вызвать обратный эффект: из-за нелинейности $\Phi(\mathbf{z}, \mathbf{x})$ по \mathbf{x} значения функционалов $I_h(\mathbf{x})$ и $\tilde{I}_h(\mathbf{x})$ будут сильно отличаться, что в конечном итоге замедлит сходимость к оптимуму в задаче A . Значение $\varepsilon_{s,i}$ целесообразно выбирать, исходя, например, из условия 20–30%-ного соответствия между значениями «самого нелинейного» из функционалов $I_h(\mathbf{x})$ ($k = 0, \dots, l$) и его квазилинейного приближения в области Π_s [5].

2. Организация процесса расчета и оптимизации характеристик изображения катодных линз в ППП ЭФИР. Общее описание. Пакет прикладных программ ЭФИР предназначен для решения задач анализа и оптимизации характеристик изображения осесимметричных катодных линз, а также для расчета (по Брунсу – Бертену [21]) возмущений электростатического потенциала, обусловленных малыми деформациями границы, нарушающими осевую симметрию.

Ниже обсуждаются вопросы программной реализации в ППП ЭФИР алгоритмов анализа и оптимизации. Вопросы, связанные с нарушениями осевой симметрии, в данной работе не рассматриваются (см. [22]).

Расчет электростатических полей и функций возмущения потенциала осуществляется в ППП ЭФИР на основе метода интегральных уравнений для потенциала простого слоя с применением B -сплайновых аппроксимаций поверхностной плотности заряда и принципа коллокаций [23]. Система алгебраических уравнений строится относительно коэффициентов сплайнового разложения поверхностной плотности заряда. Вспомогательные интегралы вычисляются с помощью гауссовых квадратур различного порядка с учетом асимптотического поведения плотности заряда в окрестности особых точек границы [24]. Численное решение получаемой таким образом плотной системы алгебраических уравнений проводится с помощью метода ортогональных преобразований отражения, реализованного в комплексе процедур КОПЛА [25].

Особенность метода состоит в возможности получения гарантированных оценок погрешности решения системы для плохо обусловленных матриц.

Электронно-оптические характеристики катодных линз рассчитываются в приближении теории aberrаций третьего порядка, развитой в работах [26–29].

Решение оптимизационных задач осуществляется в соответствии с описанным выше алгоритмом. Для оптимизации в квазилинейном приближении используется пакет программ [20], содержащий реализации методов наискорейшего спуска, сопряженных градиентов, проекции градиента и модифицированной функции Лагранжа. ППП ЭФИР имеет проблемно-ориентированный язык, позволяющий в удобной для пользователя форме описывать задачи оптимизации.

Оперативность обработки входной информации в пакете обеспечивается с помощью специального сервисного комплекса СЕРВИС, работа которого управляется директивами входного языка. Комплекс позволяет получить выходной документ как в традиционном числовом виде, так и в виде рисунков или графиков. Входная информация, результаты решения полевых задач и результаты оптимизации хранятся в виде набора данных на магнитном диске. Все программные модули пакета ЭФИР, имеющего в целях экономии памяти оверлейную структуру, реализованы на языке Фортран-IV. В настоящее время пакет функционирует на БЭСМ-6 и ЕС ЭВМ.

Основные технические характеристики пакета. Пакет ЭФИР предназначен для работы на БЭСМ-6 с объемом оперативной памяти 192 Кбайт или же на ЕС ЭВМ с объемом оперативной памяти не менее 512 Кбайт. Для более удобного представления результатов и облегчения поиска причин аварийного останова пакет имеет трехуровневую печать. Все данные переменной длины содержатся в одном массиве A . Тем самым достигается наиболее экономичное использование оперативной памяти. Увеличение или уменьшение размера этого массива позволяет варьировать размерность системы линейных уравнений и объем занимаемой оперативной памяти. Количество занимаемых ячеек в массиве A

не превосходит числа $N_0 = N_m^2 + 3N_m + 16N_{kp} + 2 \sum_{i=1}^{N_{kp}} (N_{\text{п.спл}_i} + 2)N_{\text{кв}_i}$.

Здесь N_m — порядок системы уравнений, N_{kp} — количество кривых в описании исходной геометрии задачи, $N_{\text{п.спл}_i}$ — порядок сплайна на i -й кривой, $N_{\text{кв}_i}$ — количество квадратур на i -й кривой. Интегральные уравнения приводятся к матрице порядка $N_m = \sum_{i=1}^{N_c} (N_{t_i} + N_{\text{гр.спл}_i})$, где N_c — количество B -сплайнов в описании задачи; N_{t_i} — количество точек коллокации на i -м сплайне; $N_{\text{гр.спл}_i}$ — количество граничных условий, заданных для сплайна.

В пакете ЭФИР предусмотрена возможность прерывания счета в заранее выбранных контрольных точках с записью необходимой информации на внешний носитель. При продолжении прерванного решения задачи после анализа промежуточных результатов в контрольной точке возможна существенная модификация структуры задачи: замена функционалов и ограничений, изменение метода локальной оптимизации, типов геометрических вариаций, количества точек коллокации и квадратур, включение в описание задачи новых участков границы и т. д.

Приведем некоторые данные, полученные в результате опытной эксплуатации ППП ЭФИР.

Время расчета одного варианга без оптимизации на ЭВМ ЕС-1060 в зависимости от порядка матрицы N_m составляет от 1,5 до 3 мин. Решение оптимизационных задач занимает от нескольких минут до нескольких часов в зависимости от сложности задачи, счетных параметров и т. д. Погрешность расчета осевого распределения потенциала и его производных в центре катода (до 4-й включительно) в модельной задаче «Сферический конденсатор» [30], допускающей точное решение, не превышает 0,01 %, погрешность параметров первого порядка — 0,005 %, ко-

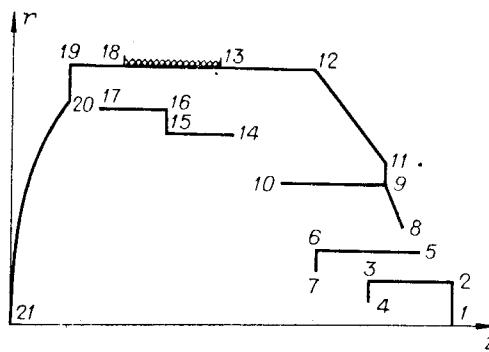


Рис. 1. Оптимизируемая катодная линза.

различие этих функций, отнесенное к максимуму, не превышает 0,01 %, причем использование указанного метода приводит к существенному сокращению времени счета по сравнению с численным дифференцированием. Например, расчет двух геометрических функций возмущения производится вдвое быстрее, и с увеличением числа варьируемых параметров выигрыш во времени возрастает.

3. Примеры решения задач. Ниже приведены результаты численного решения с применением ППП ЭФИР двух оптимизационных задач для катодной линзы, схематически изображенной на рис. 1.

Счетные параметры, входящие в условия задач, выбраны таким образом, чтобы обеспечить решение при заданных ограничениях. Начальное приближение для обеих задач одинаково.

Задача 1. Требуется получить заданное положение плоскости изображения $z_g = 3,502$ см и плоскости кроссовера $z_c = 3,148$ см при электронно-оптическом увеличении, заключенном в пределах $0,06 \leq M \leq 0,07$. Вектор варьируемых параметров $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1}^4$ имеет следующие компоненты: x_1 — потенциал подфокусирующего электрода, соответствующего точкам границы 14—17; x_2 — потенциал электродов, соответствующих точкам границы 8—13; x_3 — радиус кривизны поверхности катода; x_4 — расстояние от оси симметрии до участка границы, расположенного между точками 14—15. Для варьирования компоненты x_3 применяются r -вариации катодного узла, для x_4 — вариации сдвига вдоль оси $0r$ образующей подфокусирующего электрода [17]. В формализованной постановке задача А имеет следующий вид: минимизировать $I_0(\mathbf{x}) = 10^3(z_g - 3,502)^2 + 10^3(z_c - 3,148)^2$ при ограничениях

$$\begin{aligned} I_1(\mathbf{x}) &= M - 0,07 \leq 0, & -300 \leq x_2 \leq 1000, \\ I_2(\mathbf{x}) &= -M + 0,06 \leq 0, & 2,0 \leq x_3 \leq 2,4, \\ 0 \leq x_1 \leq 400, & & 1,26 \leq x_4 \leq 1,55. \end{aligned} \quad (5)$$

Ход процесса оптимизации отражен в табл. 1, где указаны значения контролируемых функционалов и их отклонения (невязки) от оптимальных значений на каждой внешней итерации, а также приведены некоторые результаты оптимизации в квазилинейном приближении на 1-й внешней итерации (n означает номер внутренней итерации). Невязки находились по формуле

$$\delta I = [(I^{(N)} - I^{\text{опт}})/(I^{(0)} - I^{\text{опт}})] 100\%, \quad (6)$$

где $I^{(N)}$ — значение функционала на внешней итерации с номером N ($N = 0$ соответствует начальному приближению), $I^{\text{опт}}$ — оптимальное (требуемое) значение функционала.

Вычисления прекращались и задача А считалась решенной, если оказывались выполненными ограничения (5), а невязки δz_g , δz_c не превышали при этом 0,2 %. Для решения задачи А в области $\Pi_{\mathbf{x}_0}(\mathbf{e}_0)$ по-

эффективов aberrаций третьего порядка — 0,1 %.

Эффективность применения в ППП ЭФИР метода интегральных уравнений в вариациях оценивалась путем сравнения функций возмущения, найденных этим методом, с результатами численного дифференцирования осевого распределения потенциала по параметру возмущения с помощью формулы центральных разностей. Численные эксперименты показали, что в достаточно сложных практических задачах наибольшее

0	100,0	-200,0	2,290	1,360	3,171	2,772	0,0583	250,07	100,00	100,00
---	-------	--------	-------	-------	-------	-------	--------	--------	--------	--------

n	x_1	x_2	x_3	x_4	\tilde{z}_G	\tilde{z}_c	\tilde{M}	\tilde{I}_0
12	233,0	-86,2	2,298	1,344	3,349	3,045	0,0563	33,79
23	233,0	233,0	2,316	1,319	3,454	3,073	0,0641	7,78
36	233,0	233,0	2,331	1,284	3,458	3,082	0,0642	6,28
91	233,0	233,0	2,344	1,263	3,461	3,087	0,0643	5,46

1	233,0	233,0	2,344	1,263	3,464	3,099	0,0646	3,78	11,5	13,0
2	273,5	303,1	2,347	1,263	3,503	3,149	0,0666	0,02	0,30	0,27
3	272,6	301,1	2,347	1,263	3,502	3,148	0,0666	0,01	0,45	0,43

требовалось 91 вычисление целевого функционала и ограничений (см. табл. 1).

На рис. 2 приведены графики функций возмущения $\Phi_{x_i}(z)$ ($i = 1, \dots, 4$), вычисленные на 1-й внешней итерации путем решения соответствующих интегральных уравнений в вариациях.

Из табл. 1 видно, что для решения задачи А с указанной выше точностью потребовалось 3 внешних итерации, что составило $\approx 1,3$ ч машинного времени ЭВМ ЕС-1060. При этом минимизируемый функционал уменьшился почти в 10^4 раз.

Задача 2. Требуется обеспечить заданное значение коэффициента кривизны $D = -1,18 \cdot 10^{-3} \text{ В}^{1/2} \cdot \text{см}^{-1}$ при заданном положении плоскостей изображения $z_G = 3,502$ см и кроссовера. Первые три компоненты вектора варьируемых параметров те же, что и в задаче 1, компонента x_4 представляет собой длину электрода, соответствующего точкам 9, 10.

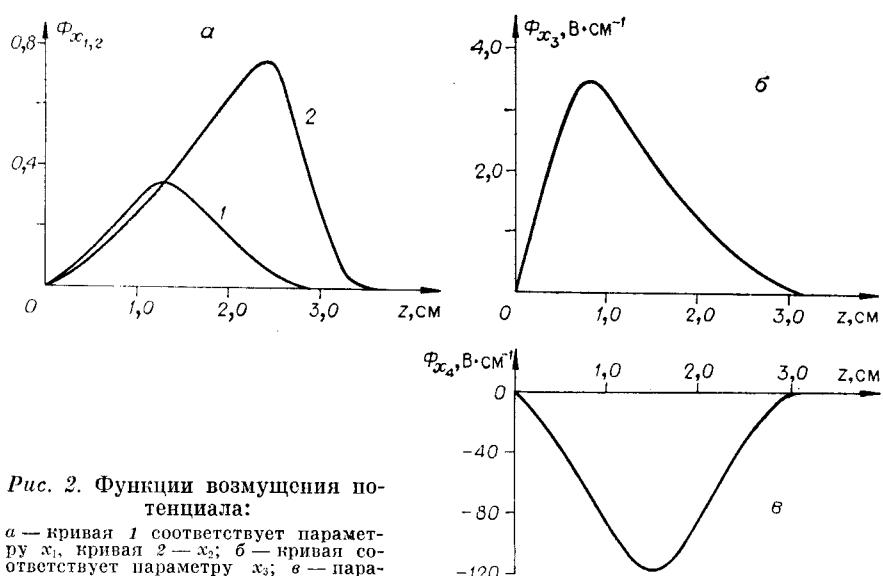


Рис. 2. Функции возмущения потенциала:

а — кривая 1 соответствует параметру x_1 , кривая 2 — x_2 ; б — кривая соответствует параметру x_3 ; в — параметру x_4 .

Таблица 1

<i>N</i>	<i>x</i> ₁	<i>x</i> ₂	<i>x</i> ₃	<i>x</i> ₄	<i>z</i> _G	<i>z</i> _c	<i>D</i>	<i>I</i> ₀	δz _G , %	δz _c , %	δD , %
0	100,0	200,0	2,290	0,990	2,875	2,629	$-3,96 \times 10^{-2}$	810,1	100,0	100,0	100,0
1	347,5	371,8	2,009	0,987	3,502	3,098	$-4,94 \times 10^{-4}$	2,557	0,031	9,65	2,47
2	347,4	369,1	2,142	0,981	3,506	3,166	$-1,71 \times 10^{-3}$	0,368	0,64	3,46	1,91

Задача А имеет следующий вид: минимизировать $I_0 = 10^3(z_c - 3,502)^2 + 10^3(z_c - 3,148)^2 + 10^5(D + 0,00118)^2$ при ограничениях

$$\begin{aligned} 0 \leq x_1 \leq 400, & & 2,0 \leq x_3 \leq 2,4, \\ -300 \leq x_2 \leq 1000, & & 0,5 \leq x_4 \leq 1,0. \end{aligned} \quad (7)$$

Из табл. 2 видно, что уже на 2-й внешней итерации получено приближенное решение задачи А с невязками $\delta z_c = 0,6\%$, $\delta z_c = 3,5\%$, $\delta D = 1,9\%$.

Минимизируемый функционал I_0 при этом уменьшился более чем в $2 \cdot 10^3$ раз, а коэффициент кривизны D — более чем в 20 раз по сравнению с начальным приближением. Решение задачи на ЕС-1060 заняло 0,7 ч.

Заключение. Опытная эксплуатация подтвердила эффективность применяемых алгоритмов и высокие технические характеристики ППП ЭФИР как программного комплекса, позволяющего на практике осуществлять расчет электростатических катодных линз с требуемыми характеристиками.

Перспективы дальнейшего развития методов и алгоритмов синтеза катодных линз авторы видят в сочетании идей осевого подхода, рассмотренного во введении, и оптимизационного подхода, положенного в основу ППП ЭФИР. Такое сочетание позволит существенно расширить класс оптимальных решений за счет использования результатов осевого синтеза в качестве начального приближения для оптимизации, что в значительной степени облегчит решение задачи синтеза и обеспечит возможность разработки принципиально новых конструкций катодных линз с заданными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В. Я., Ильин В. П. Решение смешанных краевых задач для уравнения Лапласа методом интегральных уравнений.— В кн.: Типовые программы решения задач математической физики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1975.
2. Иванов В. Я., Игнатьев А. Н., Куликов Ю. В. Математическое обеспечение системы ТОПАЗ.— В кн.: Численные методы решения задач электронной оптики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1979.
3. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами.— М.: Наука, 1975.
4. Лионс Ж. Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными.— М.: Мир, 1977.
5. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления.— М.: Наука, 1978.
6. Marroco A., Pironneau O. Optimum design with Lagrangian finite elements: design of electromagnet.— Rapport de Recherche, Août, 1977, N 251.
7. Касьянов П. П. О расчете электронных линз по заданным фокусирующими свойствам в параксиальной области.— ЖТФ, 1953, т. 23, вып. 3.
8. Касьянов П. П., Черемисина Н. С. Применение методов нелинейного программирования к минимизации aberrаций электроплю-оптических систем.— Изв. ЛЭТИ, 1970, № 96.
9. Шапиро Ю. А. Об одном прямом методе расчета электромагнитных линз.— ЖТФ, 1964, т. 34, вып. 10.
10. Szilagyi M. Eine neue Methode zur Optimierung in der Elektronenoptik.— Optik, 1977, Bd 48, N 2.

11. Moses R. W. Lens optimization by direct application of the calculus of variations.— In: Image Processing and Computer-aided Design in Electron Optics. L.: Academic Press, 1973, vol. 10, p. 284—323.
12. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский С. П. Некорректные задачи математической физики и анализа.— М.: Наука, 1982.
13. Урев В. М. Об осесимметричной задаче Коши для уравнения Лапласа.— ЖВМиМФ, 1980, т. 20, № 4.
14. Шапиро Ю. А. Применение вариационных методов для расчета магнитных линз.— В кн.: Численные методы расчета электронно-оптических систем. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1967.
15. Беляев Е. И. и др. Организация расчетов электронно-оптических систем через систему автоматизированного проектирования электровакуумных приборов.— В кн.: Методы расчета электронно-оптических систем. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1982.
16. Монастырский М. А. Функции влияния в задачах оптимизации катодных электронно-оптических систем.— ЖТФ, 1978, т. 48, № 11.
17. Монастырский М. А. Интегральные уравнения в вариациях в задачах оптимизации электронно-оптических систем (I, II).— В кн.: Численные методы решения задач электронной оптики. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1979.
18. Грачев Н. И., Евтушенико Ю. Г. Пакет программ для решения задач оптимального управления.— М.: ВЦ АН СССР, 1978.
19. Забияко Г. И. Математическое обеспечение, применение и анализ выпуклого программирования: Автореф. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук.— Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1980.
20. Монастырский М. А., Колесников С. В. Новый метод расчета возмущений потенциала в задачах со слабо нарушенной осевой симметрией.— ЖТФ, 1983, т. 53, № 9.
21. Bertein F. Relation entre les défauts de réalisation des lentilles et la nette des images.— Annales de Radio-électricité, 1947, vol. 2, N 7; 1948, vol. 3, N 11.
22. Ильин В. Н., Катешов В. А. Пакет программ ЭФИР для расчета потенциалов и их возмущений.— Автометрия, 1982, № 4.
23. Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. Сплайны в вычислительной математике.— М.: Наука, 1976.
24. Антоненко О. Ф. Численное решение задачи Дирихле для незамкнутых поверхностей вращения.— В кн.: Вычислительные системы. Новосибирск: Наука, 1968, вып. 12.
25. Ляпидевская З. А. Комплекс процедур по линейной алгебре.— Новосибирск, 1980. (Препринт/АН СССР, Сиб. отд-ние, ВЦ; № 259).
26. Куликов Ю. В., Монастырский М. А., Фейгин Х. И. Теория aberrаций третьего порядка катодных линз. Аберрация катодных линз с комбинированными электрическим и магнитным полями.— Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 1.
27. Монастырский М. А., Куликов Ю. В. О хроматических aberrациях катодных линз.— Радиотехника и электроника, 1976, т. 21, № 10.
28. Игнатьев А. Н., Куликов Ю. В. Теория aberrаций третьего порядка катодных линз с криволинейными образующими.— Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 11.
29. Монастырский М. А. Об асимптотике решений параксиального уравнения электронной оптики.— ЖТФ, 1978, т. 48, № 6.
30. Игнатьев А. Н., Куликов Ю. В. Математическая модель катодной линзы «сферический конденсатор».— В кн.: Тез. VI Всесоюз. семинара по численным методам решения задач электронной оптики. Рязань: РТИ, 1978.

Поступила в редакцию 30 декабря 1983 г.