Применяя обратное преобразование Фурье, окончательно находим

$$u(x)=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{r_0^{2k+2}}{r_1^{2k}}h\left(\frac{r_0^{k+1}}{r_1^k}x_1-\frac{VT_0\left(r_0^k-r_1^k\right)r_0}{r_1^k\left(r_0-r_1\right)},\ \frac{r_0^{k+1}}{r_1^k}x_2\right) \qquad (54)$$

(ряд в правой части сходится в обычном смысле).

Таким образом, как и в случае вращательно-поступательного движения, восстановление искаженного изображения производится с помощью следующих операций: 1) определение функции

$$\widehat{h}(\lambda)=\left(iV\lambda_1/\left(1-e^{-iVT_0\lambda_1}\right)\right)\widehat{f}(\lambda)$$

путем решения уравнения свертки

$$\int_0^{T_0} h(x-\mathbf{V}t)\,dt=f(x),$$

2) компенсация искажений, вносимых за счет изменения расстояния от камеры до плоскости объекта (на основе формулы (54)).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Сондхи М.** Реставрация изображения: устранение пространственно-инвариантных искажений.— ТИИЭР, 1972, т. 60, № 7.
2. **Савчук А.** Пространственно-зависимые искажения изображения, вызванные движением, и реставрация изображений.— ТИИЭР, 1972, т. 60, № 7.
3. **Прэтт У.** Цифровая обработка изображений.— М.: Мир, 1982, т. 2.

Поступила в редакцию 26 апреля 1983 г.

УДК 681.3.06

В. М. ЕФИМОВ, А. Л. РЕЗНИК

(Новосибирск)

АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ФРАГМЕНТОВ ДВУХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИНВАРИАНТНЫЕ К ПОВОРОТУ

Рассматриваемая ниже задача в достаточно общей форме может быть сформулирована следующим образом. Имеется два изображения одного и того же объекта. Различные условия регистрации вносят в эти изображения отличия, обусловленные не только присутствием чисто шумовых компонент, но и наличием сдвига и взаимного поворота. Кроме того, на практике дополнительными мешающими факторами являются, как правило, амплитудные и геометрические искажения изображений, которые чаще всего носят локально-однородный характер.

Для привязки двух изображений требуется по заданному на одном из них фрагменту найти его местоположение на втором. Если пренебречь геометрическими искажениями в пределах фрагмента, а шум считать «белым» гауссовым, то оптимальным методом в смысле минимума вероятности ошибки идентификации является корреляционный прием. Однако такой подход связан с большим объемом вычислений, что делает невозможным его применение в большинстве реальных задач обработки изображений.

Суть предлагаемого метода заключается в том, что каждое из изображений, рассматриваемых как функции двух переменных, заменяется его разложением по специально подобранному функциональному базису, причем это разложение должно быть инвариантно к повороту. При таком подходе, наряду с сохранением всех достоинств корреляционного приема, появляется возможность резкого сокращения необходимого для решения поставленной задачи объема вычислений за счет полного исключения из рассмотрения поворота изображения. Ниже описывается алгоритм, представляющий собой один из вариантов реализации изложенной идеи.

Исходный фрагмент, который предполагается представленным в виде цифрового массива оптических плотностей, описывается рядом Фурье по тригонометрическим функциям на нескольких концентрических кольцах с началом координат в центре идентифицируемого фрагмента. Для уменьшения влияния случайного шума осуществляется предварительная фильтрация как исходного фрагмента, так и поля поиска, заключающаяся в их усреднении по апертуре, имеющей форму круглого пятна. Затем, чтобы скомпенсировать амплитудные искажения, проводится центрирование и нормировка исходного и анализируемого (анализируются все фрагменты второго изображения, поскольку неизвестен взаимный сдвиг) фрагментов на их среднеквадратичные значения. На одной из концентрических окружностей (имеющей номер j) сглаженное нормированное изображение записывается в виде

$$X_j(\varphi) = B_{0j}/2 + \sum_{k=1}^{n} (A_{kj}\sin k\varphi + B_{kj}\cos k\varphi), \quad 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi. \tag{1}$$

Возможность ограничения числа гармоник, входящих в (1), обеспечена предварительным сглаживанием изображения. При повороте исходного фрагмента вокруг его центра на угол α соотношение (1) трансформируется в

$$X_j^*(\varphi) = B_{0j}^*/2 + \sum_{k=1}^{n} (A_{kj}^*\sin k\varphi + B_{kj}^*\cos k\varphi), \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} A_{kj}^* &= A_{kj}\cos k\alpha - B_{kj}\sin k\alpha, \\ B_{kj}^* &= A_{kj}\sin k\alpha + B_{kj}\cos k\alpha. \end{aligned} \tag{3}$$

Если, как упоминалось выше, шум считать некоррелированным гауссовым, то по методу максимального правдоподобия для нахождения участка второго изображения, наиболее близкого к идентифицируемому фрагменту, необходимо (как при известной дисперсии шума, так и при отсутствии априорных сведений о ее величине) минимизировать функционал

$$F(A_{kj}, B_{kj}, A_{kj}^*, B_{kj}^*, \alpha) = \sum_k \Bigg\{\Big[\sum_j (A_{kj}^2 + B_{kj}^2 + A_{kj}^{*2} + B_{kj}^{*2})\Big] -$$

$$- 2\sqrt{\Big[\sum_j (A_{kj}A_{kj}^* + B_{kj}B_{kj}^*)\Big]^2 + \Big[\sum_j (A_{kj}B_{kj}^* - A_{kj}^*B_{kj})\Big]^2} \cos\Big(k\alpha - \operatorname{arctg} \times$$

$$\times \Big(\Big[\sum_j (A_{kj}B_{kj}^* - A_{kj}^*B_{kj})\Big] \Big/ \Big[\sum_j (A_{kj}A_{kj}^* + B_{kj}B_{kj}^*)\Big]\Big)\Big)\Bigg\}.$$

Приравнивая нулю производную $\frac{\partial F}{\partial \alpha}$, получаем уравнение для $\alpha = \alpha^*$:

$$\sum_k \sum_j k\left[(A_{kj}A_{kj}^* + B_{kj}B_{kj}^*)\sin k\alpha + (A_{kj}^*B_{kj} - A_{kj}B_{kj}^*)\cos k\alpha\right] = 0.$$

В том случае, когда данные об идентифицируемых фрагментах содержат лишь сведения о компонентах $E_{kj} = A_{kj}^2 + B_{kj}^2$ и $E_{kj}^* = A_{kj}^{*2} + B_{kj}^{*2}$ их энергетических спектров, по критерию максимального правдоподобия наиболее близким (с точностью до поворота) к исходному следует считать такой фрагмент второго изображения, для которого функция правдоподобия

$$G(E_{kj}, E_{kj}^*, \sigma) = \prod_{k,j} \Big[(1/\sigma^2)\, I_0\Big(\sqrt{E_{kj}\widehat{E}_{kj}/\sigma^4}\Big) \exp\big(-(E_{kj} + \widehat{E}_{kj})/2\sigma^2\big) \times$$

$$\times (1/\sigma^2)\, I_0\Big(\sqrt{E_{kj}^*\widehat{E}_{kj}/\sigma^4}\Big) \exp\big(-(E_{kj}^* + \widehat{E}_{kj})/2\sigma^2\big)\Big] \tag{4}$$

достигает максимума. Здесь $\widehat{E}_{kj}$ — оценка энергии каждой отдельно взятой гармоники; σ^2 — оценка дисперсии шума (если уровень шума неизвестен, то в качестве оценки следует принять $\sigma^2 = (1/4L)\sum_{k,j}(E_{kj} + E_{kj}^* - 2\widehat{E}_{kj})$, где L — общее число участвующих в рассмотрении гармоник); $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя.

Уравнения для нахождения оценок E_{kj} можно получить, приравняв нулю производные $\dfrac{\partial G}{\partial \widehat{E}_{kj}}$:

$$\sqrt{\widehat{E}_{kj}} = \frac{1}{2}\left[\frac{I_1\left(\sqrt{E_{kj}\widehat{E}_{kj}/\sigma^4}\right)}{I_0\left(\sqrt{E_{kj}\widehat{E}_{kj}/\sigma^4}\right)}\sqrt{E_{kj}} + \frac{I_1\left(\sqrt{E_{kj}^*\widehat{E}_{kj}/\sigma^4}\right)}{I_0\left(\sqrt{E_{kj}^*\widehat{E}_{kj}/\sigma^4}\right)}\sqrt{E_{kj}^*}\right].$$

При большом отношении сигнал/шум

$$\sqrt{\widehat{E}_{kj}} \approx \frac{1}{2}\left(\sqrt{E_{kj}} + \sqrt{E_{kj}^*}\right),$$

так что максимизация функционала (4) сводится к минимизации суммы

$$\sum_{k,j}\left(\sqrt{E_{kj}} - \sqrt{E_{kj}^*}\right)^2.$$

Если же $E_{kj} + E_{kj}^* < 4\sigma^2$, то $\widehat{E}_{kj} = 0$ и соотношение (4) переходит в

$$G = \prod_{k,j}(1/\sigma^4)\exp\left(-\left(E_{kj} + E_{kj}^*\right)/2\sigma^2\right)\big). \tag{5}$$

Одним из возможных комбинированных методов, который был практически опробован и продемонстрировал высокую надежность идентификации, является следующий. Из соотношений (3) по каждой из гармоник определяется угол поворота

$$\alpha_{kj} = (1/k)\,\mathrm{arctg}\left(\left(A_{kj}B_{kj}^* - A_{kj}^*B_{kj}\right)/\left(A_{kj}A_{kj}^* + B_{kj}B_{kj}^*\right)\right). \tag{6}$$

Стабильность полученных оценок угла поворота можно описать выборочной дисперсией $\sigma_\alpha^2 = \langle\alpha_{kj}^2\rangle - \langle\alpha_{kj}\rangle^2$, а в качестве степени «коррелированности» исходного и анализируемого фрагментов следует рассматривать величину

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{1 + \sigma_\alpha^2}\,\frac{1}{1 + \langle|\delta E_{kj}|\rangle}\,R_0^2, \tag{7}$$

где R_0 — коэффициент корреляции наборов средних значений амплитуд обоих фрагментов, вычисленных на всех кольцах перед проведением центрирования и нормировки.

Еще один способ построения процедуры идентификации состоит в получении на первом этапе оценки для взаимного угла поворота двух фрагментов с тем, чтобы после соответствующих преобразований, приводящих эти изображения к единому виду, стало возможным в качестве критерия близости анализируемого фрагмента к исходному использовать степень коррелированности их коэффициентов разложения по системе базисных функций.

Следует заметить, что хотя основное назначение описанных алгоритмов заключается в предварительном «прореживании» поля поиска и получении оценки угла поворота для последующего детального анализа выделенных участков изображения с помощью корреляционного метода, тем не менее в эксперименте, когда на исходном изображении были заданы пять подлежащих идентификации фрагментов, каждый из которых имел объем 32×32 точек, а поиск осуществлялся по полю 256×256 элементов, все фрагменты идентифицированы с высокой надежностью, а в четырех случаях абсолютный максимум величины ε^2 из соотношения (7) наблюдался в тех координатах, которые в точности соответствовали положению идентифицируемого фрагмента на втором изображении.

Поступила в редакцию 9 февраля 1984 г.

УДК 621.391.681.3.01

В. С. КИРИЧУК, А. И. ПУСТОВСКИХ

(Новосибирск)

АЛГОРИТМЫ КОРРЕКЦИИ АМПЛИТУДНЫХ ИСКАЖЕНИЙ В СЕРИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Одной из актуальных задач в проблеме обработки изображений является поиск отличий в серии изображений наблюдаемой сцены. Под отличиями понимаются некоторые локальные образования, присутствующие не на всех изображениях серии. Процесс выявления отличий осложнен наличием различных мешающих факторов, к числу которых относятся случайный шум, сопровождающий измерения, амплитудные искажения, обусловленные, например, неконтролируемым изменением функции отклика регистратора между моментами съемки. В данной работе рассмотрен ряд эвристических алгоритмов компенсации амплитудных искажений.

Пусть

$$B(x,\ y)=F\{A(x,\ y)\}, \tag{1}$$

где A, B — два изображения, заданные на дискретной решетке; F — неизвестная функция амплитудного преобразования, не зависящая от координат x, y, т. е. преобразование связывает только амплитуды изображений A и B. Необходимо определить функцию F, предполагая, что A и B содержат шумы с известными статистическими характеристиками и, кроме того, имеется относительно малое число точек, поведение сигнала в которых значимо отличается от модели (1). В этой постановке задача выделения отличий сводится к анализу разности

$$C=B-\widehat{F}\{A\}.$$

Возможность построения оценки неизвестной функции F связана с необходимостью введения некоторых предположений о характере ее поведения.

1. Пусть функция амплитудного преобразования монотонна; положим для определенности $F'\geqslant 0$. Тогда F — решение интегрального уравнения

$$\int_0^{F(\tau)} V(\eta)\,d\eta=\int_0^{\tau} W(\xi)\,d\xi, \tag{2}$$

где $W(\xi)$, $V(\eta)$ — функции распределения сигнала в первом и втором изображениях соответственно. Обычно это тоже неизвестные функции, но при достаточно представительных выборках, малых шумах и шаге квантования по τ в качестве оценок этих функций можно взять гистограммы распределения соответствующих изображений по амплитудам. Для оценки F может быть использовано соотношение

$$\sum_{l=1}^{F(k)} \widehat{V}_l=\sum_{l=1}^{k} \widehat{W}_l. \tag{3}$$

Численное решение уравнения (3) не представляет затруднений. Дей-