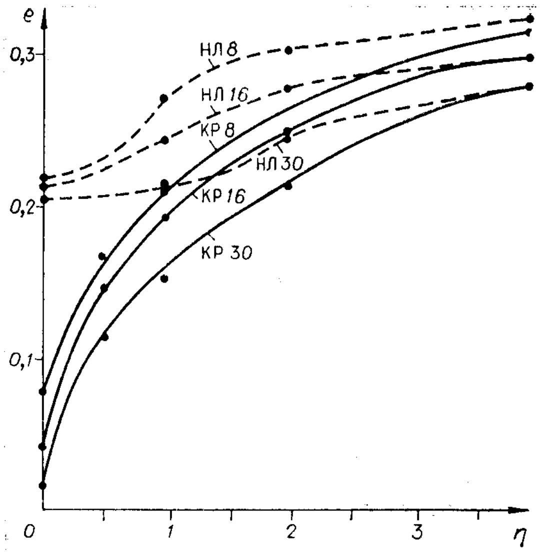


Рис. 5.

мощности сигнала η для различных уровней квантования искаженного сигнала. Видно, что алгоритм становится неэффективным только при шуме, составляющем 400% мощности сигнала.

Следует отметить, что «платой» за уменьшение нелинейных искажений является возрастание мощности шума на выходе корректора. Эксперименты показали, что при $8 \div 64$ уровнях квантования и изменении отношения шум/сигнал η от 0 до 4 в результате коррекции мощность шума возрастает вдвое.

Из анализа результатов эксперимента можно сделать вывод о достаточной устойчивости алгоритма коррекции нелинейных искажений к числу уровней квантования сигнала и уровню шума.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ярославская Л. П., Мерзляков Н. С.** Цифровая голография.— М.: Наука, 1982.
2. **Ярославский Л. П.** Введение в цифровую обработку изображений.— М.: Сов. радио, 1979.

Поступило в редакцию 25 января 1983 г.

УДК 621.382

А. Г. ЕРМОЛАЕВ, Ю. П. ПЫТЬЕВ
(Москва)

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ДЛЯ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ РЕШАЮЩИХ АЛГОРИТМОВ

В задачах поиска, совмещения, идентификации и выделения изображений методы морфологического анализа [1, 2] позволяют получать хорошие результаты для изображений с квантованными значениями яркости за счет очень высокой помехозащищенности. Решающие алгоритмы, основанные на этих методах, минимизируют вероятность апостериорной ошибки решения для равных априорных вероятностей в задачах с аддитивным шумом *, а их оптимизация [3] позволяет планировать обработку изображений с максимальным быстродействием при заданных ограничениях на отношение сигнал/шум и качество решения. Однако если интенсивность шума, как правило, известна из паспорта устройства регистрации изображения (или может быть просто оценена по ровному полю зрения), то величина полезного сигнала, без знания которой невозможно планирование оптимальной работы решающих устройств, существенно зависит от «контекста». Поэтому построение априорных оценок полезного сигнала для широкого класса изображений является важным этапом проектирования специализированных устройств оперативной обработки.

Рассмотрим задачу поиска фрагмента, форма которого не сложнее формы эталонного изображения $\varphi(x) = \sum\limits_{i=1}^{k} \beta_i \chi_i(x)$ [1] на некотором изображении $f(x) = \sum\limits_{i=1}^{m} \alpha_i \chi_i(x)$, заданном на поле зрения X. Заранее предположим, что такой фрагмент существует ($k < m$). Здесь и далее $\chi_i(x)$ — индикаторные функции подмно-

---

* При достаточно слабом ограничении, а именно: плотность вероятности шума $p(z)$ должна быть монотонно убывающей функцией $\|z\|$.

жеств одинаковой яркости A_i поля зрения X. Тогда величина полезного сигнала [3] для морфологического решающего правила по минимуму нормы $\|(I-P_\varphi)(f(x+y)+\nu(x+y))\|$ есть $\delta(y)=\|(P_\varphi-P_f)f(x+y)\|$, где P_φ — оператор формы эталонного фрагмента, I — тождественный оператор, $\nu(x)$ — шум, y — параметр смещения эталона относительно изображения при поиске. Используя энергетическую норму, можно показать, что

$$\delta(y)=\sum_{i=1}^{k}\left(\sum_{j=1}^{m}\alpha_j^2\mu_{ij}(y)-\left(\sum_{j=1}^{m}\alpha_j\mu_{ij}(y)\right)^2\Big/\mu_i\right) \tag{1}$$

или, после преобразования выражения во внутренних скобках,

$$\delta(y)=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j>n}(\alpha_{ij}-\alpha_{in})^2\mu_{ij}(y)\mu_{in}(y)/\mu_i, \tag{2}$$

где $\mu_{ij}(y)=(\chi_i(x),\ \chi_j(x+y))$, $\mu_i=\|\chi_i(x)\|$, а α_{ij} — яркости изображения, попадающие на подмножество эталона с номером i $(j=1,\ldots,m)$. Таким образом, полезный сигнал зависит от квадратов разностей яркостей на соседних множествах.

В задачах оптимизации морфологических алгоритмов интерес представляет оценка снизу для величины полезного сигнала. Нетрудно убедиться в том, что детерминированная оценка (1) снизу есть нуль. Поэтому далее рассмотрим оценки $\delta(y)$ для двух различных ситуаций: 1) значение y велико (эталон мало похож на наблюдаемый фрагмент), 2) y достаточно мало (эталон находится вблизи искомого фрагмента). Критерий малости сформулируем ниже. В первом случае функциям $\mu_{ij}(y)$ можно приписать статистические свойства, предположив, что y — случайная величина (т. е. поиск фрагмента проводится методом случайных шагов). Для величины $\delta(y)$ получим оценки математического ожидания и дисперсии, справедливые для целого класса статистически сходных изображений. Во втором случае построим разложение сигнала $\delta(y)$ вблизи нуля (так как $\delta(0)=0$).

Для достаточно больших случайных смещений наиболее естественно предположить, что совместное распределение величин как μ_i, так и $\mu_{ij}(y)$ является равномерным. Это предположение отвечает случаю, когда большие и малые области одинаковой яркости встречаются на поле зрения одинаково часто (гистограмма изображения «достаточно однородна»). Опишем класс изображений, обладающих этим свойством:

1) воспользуемся пуассоновым процессом с параметром λ и событиями, происходящими в моменты $0, \tau_1, \ldots, \tau_m, \ldots$;

2) число m таково, что $\tau_m \geqslant \operatorname{mes} X$, а $\tau_{m-1} < \operatorname{mes} X$;

3) на X выделим случайные области $A_i \subset X$, чтобы $A_i \cap A_j \neq \varnothing$, $i\neq j$ и $\operatorname{mes} A_i=\mu_i=\tau_i-\tau_{i-1}$, $i=1,\ldots,m-1$ $(\tau_0=0)$, а $\mu_m=\operatorname{mes} X-\tau_{m-1}$;

4) выделенным областям припишем значения яркости α_i из некоторого набора $\{\alpha_i\}$.

Из свойств пуассонова процесса следует, что совместное распределение τ_i так же, как и μ_i, равномерно [4] на любом интервале $(a, b)\subset(0, \operatorname{mes} X)$. Для уже заданного изображения величина $\hat\lambda=m/\operatorname{mes} X$ является несмещенной состоятельной оценкой параметра λ, а вопрос о принадлежности этого изображения к описанному классу может быть решен, например, с помощью критерия Ватсона [5].

В этих предположениях легко получаются следующие оценки:

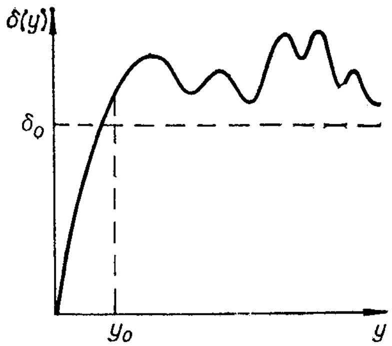
$$\mathbf{E}\delta(y)\geqslant\alpha_0^2\left(\sum_{i=1}^{k}\left(1-e^{-\lambda_i}\right)\frac{1}{\mu_i\lambda^2}-\frac{1}{2\lambda}\right)=\delta_0 \tag{3}$$

и $\mathbf{D}\delta(y)=\sum\limits_{i=1}^{k}\mu_i^2D_i$, где

$$\begin{gathered}D_i\leqslant(\Delta\alpha)^4\left[1/4-1/\lambda_i+2/\lambda_i^2-6/\lambda_i^4+e^{-\lambda_i}\left(1/\lambda_i^2+6/\lambda_i^3+6/\lambda_i^4\right)\right]-\\-\alpha_0^4\left(1/2-1/\lambda_i+1/\lambda_i^2-e^{-\lambda_i}/\lambda_i^2\right),\\\alpha_0^2=\min_{i\neq j}(\alpha_i-\alpha_j)^2,\quad\Delta\alpha=\max(\alpha_i-\alpha_j),\quad\lambda_i=\mu_i\lambda.\end{gathered} \tag{4}$$

Оценки (3) и (4) переходят в точные равенства для изображений с постоянным скачком яркости на границе. Полученные соотношения имеют место как в задачах поиска, так и в задачах идентификации изображений.

Для разложения $\delta(y)$ в окрестности нуля обратимся к формуле (2). Здесь величины $\mu_{ij}(y)$ являются мерами пересечения области A_i с соседними областями при смещении на y. При этом $\mu_{ii}(y)=\mu_i-\sum\limits_{i\neq j}\mu_{ij}(y)$, а $\mu_{ij}(y)=Cy$ при достаточно малом y, поэтому выражение для $\delta(y)$ имеет вид квадратичной зависимости типа



$\delta(y) = ay - by^2$. Можно показать, что область монотонности $\delta(y)$ определяется условием

$$y \leqslant (1/2)\mu_{\min}/d_{\min} = y_0, \qquad (5)$$

где $d_{\min}$ — диаметр минимальной по мере области в направлении, перпендикулярном смещению. Формула (5) и представляет собой критерий малости величины y. Большие значения y соответственно задаются условием $y > \mu_{\max}/d_{\max}$.

Использование оценок (3), (4) позволяет увеличить быстродействие и одновременно уменьшить память решающих устройств на 1—2 порядка за счет выбора оптимального режима работы [3]. На рисунке приведена зависимость $\delta(y)$ для модельного изображения в задаче совмещения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пытьев Ю. П.** Морфологический анализ изображений.— ДАН, 1975, т. 224, № 6.
2. **Пытьев Ю. П., Текин В. В., Терентьев Е. Н.** Сравнительный анализ некоторых решающих алгоритмов на ЦВМ.— Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика, 1976, № 4.
3. **Ермолаев А. Г.** Оптимизация морфологических алгоритмов идентификации изображений.— Автометрия, 1982, № 4.
4. **Кендалл М., Моран П.** Геометрические вероятности.— М.: Наука, 1972.
5. **Мартынов Г. В.** Критерии омега-квадрат.— М.: Наука, 1978.

Поступило в редакцию 18 июля 1983 г.;
окончательный вариант — 25 ноября 1983 г.

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

В № 4 за 1984 г. замечены следующие опечатки:

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
14	10-я (снизу)	Лазерый	Лазерный
95	Таблица, 3-я строка снизу	Пурпуный	Пурпурный

Художественный редактор *В. И. Шумаков*
Технический редактор *Л. П. Минеева*
Корректоры *Н. В. Лисина, О. Д. Першина*

Сдано в набор 03.07.84. Подписано в печать. 13.09.84. МН-02059. Формат 70×108¹/₁₆. Высокая печать. Усл. печ. л. 10,5. Усл. кр.-отт. 11,2. Уч.-изд. л. 11,2. Тираж 1781 экз. Заказ № 281.

Издательство «Наука», Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99, ул. Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука». 630077, Новосибирск, 77, ул. Станиславского, 25.