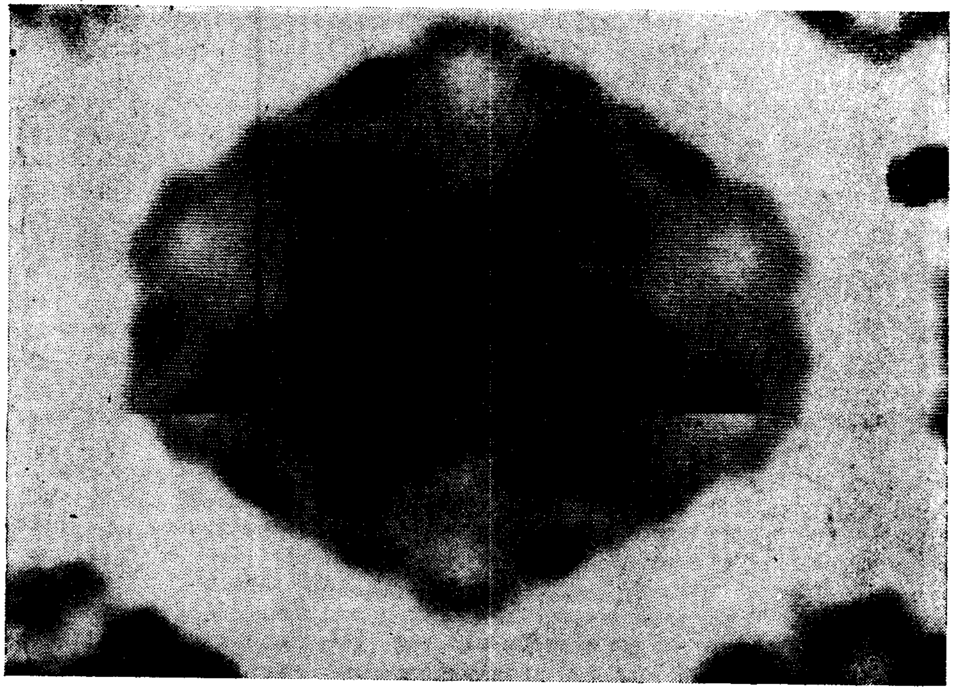

Рис. 3.

копления, симметризуя и усредняя изображение по трем исходным, повернутым друг относительно друга на 120°. Результат этой процедуры представлен на рис. 3.

Поступила в редакцию 21 апреля 1983 г.

УДК 681.3.06

Б. Х. ЗИНГЕР, Э. А. ТАЛНЫКИН

(Новосибирск)

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СОРТИРОВКА — ОСНОВА АЛГОРИТМА УДАЛЕНИЯ НЕВИДИМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ ОТОБРАЖЕНИЯ ПРИОРИТЕТНОГО ТИПА

Введение. При отображении трехмерных сцен в системах машинной графики удаление невидимых частей изображения (закрываемых другими элементами сцены) является одним из важнейших факторов достижения реальности изображений и требует, как правило, значительных вычислительных ресурсов. В работе [1] приведена классификация алгоритмов удаления невидимых частей изображения. Некоторые из этих алгоритмов описаны в [2]. В большинстве своем алгоритмы базируются на некоторой сортировке в пространстве объекта, наблюдателя или изображения.

Относительно алгоритмов удаления нельзя сказать, какой из них лучше. Выбор адекватного алгоритма для конкретной задачи определяется свойствами аппаратуры отображения, требованиями реального времени, имеющимися вычислительными мощностями и т. д. Если рассматривать аппаратно-программный подход, то начинают влиять стоимость и объем оборудования, наличие соответствующей элементной базы, что определяет также соотношение между программной и аппаратной реализациями элементов алгоритма.

Нами предполагается наличие системы отображения с аппаратным удалением невидимых поверхностей, основанным на механизме приоритетов, определяемых порядком поступления объектов в кадре.

Описанный в статье подход воплощен в программном обеспечении синтезирующей системы визуализации в реальном времени, разработанной в Институте автоматики и электрометрии СО АН СССР под руководством А. М. Ковалева [3]. Применение этого подхода обеспечило возможность работы комплекса в реальном времени на достаточно сложных сценах (до 1000 потенциально видимых многоугольников) при сравнительно ограниченных вычислительных ресурсах ($24 \cdot 10^6$ операций вещественной арифметики в секунду).

Работа написана неформальным языком. Педантичная формализация здесь не представляет труда, но может значительно затруднить понимание основных идей, которые мы постарались представить на качественном уровне.

Основные понятия и постановка задачи. Ориентированный плоский многоугольник в трехмерном пространстве будем называть гранью. Грань задается списком вершин, а вершины — ее координатами (x, y, z). Ориентация грани может определяться либо порядком обхода вершин, либо направлениями вектора нормали. На внешней стороне грани задается текстура, определяющая раскраску грани. При наблюдении с внутренней стороны грань считается прозрачной. Такая модель вполне подходит для систем отображения непрозрачных тел с границами, являющимися (либо аппроксимированными) плоскими гранями. Текстурная информация для рассматриваемой здесь чисто геометрической задачи несущественна, за исключением того, что при необходимости разреза новые грани должны корректно снабжаться текстурой.

Ориентированный луч в пространстве назовем направлением. Уравнение такого луча можно записать в виде $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + t\mathbf{p}$, где $0 \leqslant t < \infty$. Будем считать, что все точки луча видны в данном направлении из точки $\mathbf{r}_0$. Грань называем видимой в данном направлении, если луч пересекается с ней и $\mathbf{pn} < 0$ ($\mathbf{n}$ — нормаль грани).

Введем на множестве граней отношение частичного порядка. Пусть A и B — две грани. Будем считать, что $A > B$, если не существует направления, в котором видны обе грани и $t(B) < t(A)$. Здесь $t(A)$ и $t(B)$ — значения параметра t в уравнении луча в точках пересечения с гранями. Отношение $A > B$ можно читать как «A закрывает B», хотя более точно — «B не может закрыть A».

Если для некоторых граней Γ_1 и Γ_2 известно, что $\Gamma_1 > \Gamma_2$, то это свойство является очень сильным для систем отображения с приоритетами, а именно оно означает, что грань Γ_1 можно подавать на отображение перед Γ_2 независимо от положения наблюдателя (!). Действительно, порядок поступления граней в кадре учитывается лишь тогда, когда в некоторой точке экрана видны обе грани. Из определения отношения порядка в этом случае Γ_2 не может закрыть Γ_1.

Если все грани некоторого объекта $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n$ удалось расположить так, что $\Gamma_i > \Gamma_j$ при $i > j$, то они могут подаваться на отображение всегда в этом порядке. Последнее свойство является решающим для систем реального времени, поскольку сортировку, если она возможна, достаточно выполнить заранее, и это полностью решает задачу удаления невидимых поверхностей, не требуя никаких затрат в реальном времени. Найти такой порядок возможно не для всякого объекта, тем более не для всякой сцены из нескольких объектов. Приведем несколько характерных примеров.

Множество граней, представляющих поверхность выпуклого многогранника, обладает тем свойством, что всякий его элемент является максимальным в смысле отношения $\succ$. Действительно, если через одну грань провести плоскость, то все остальные попадут в отрицательное полупространство этой плоскости, а закрываться грань может только из положительного полупространства. Таким образом, для поверхности выпуклого многогранника порядок может быть произвольным.

Аналогично совокупность граней, представляющая поверхность тела, полученного как разность двух выпуклых многогранников, может быть упорядочена следующим образом: сначала — все грани (уже не обязательно выпуклые), являющиеся остатком поверхности уменьшаемого и следующие в произвольном порядке, затем также в произвольном порядке — грани, представляющие остаток внутренней поверхности вычитаемого.

Две пересекающиеся грани не могут быть упорядочены. На рис. 1 приведен классический пример из трех выпуклых, взаимно не пересекающихся граней, которые нельзя упорядочить в указанном смысле. На рис. 2 представлен объект, грани поверхности которого также не могут быть упорядочены.

Задача. Пусть $\{\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n\}$ — конечное множество граней в трехмерном пространстве. Каковы необходимые и достаточные условия для того, чтобы существовал такой порядок $\Gamma_{i_1}, \ldots, \Gamma_{i_n}$, что $\Gamma_{i_k} \succ \Gamma_{i_m}$ при $k > m$?

В настоящей статье приводится конечный алгоритм построения требуемой последовательности. Отрицательный исход работы алгоритма свидетельствует о невозможности построения требуемого порядка. Для задачи отображения отрицательный исход содержит и положительный результат, заключающийся в том, что в процессе работы алгоритма выделяется последовательность граней, удовлетворяющая требованиям порядка. Остаток уже не может быть отсортирован на основе формальных свойств отношения.

Статическая приоритетная сортировка. Отношение порядка, определенное выше, не обладает достаточными свойствами для применения традиционных (численных) алгоритмов сортировки. Прежде всего, отсутствует свойство транзитивности. На рис. 1 приведен пример, когда $A \succ B$ и $B \succ C$, но, тем не менее, $C \succ A$. Пример двух пересекающихся граней показывает, что для них несправедливо ни $A \succ B$, ни $B \succ A$. Для построения необходимого порядка нужен алгоритм типа топологической сортировки [4], не требующий транзитивности и полноты отношения.

Приведем предлагаемый алгоритм, не детализируя технические подробности. Прежде всего, для определенности будем считать $A \succ A$. Построим график отношения в виде булевской матрицы R размером $n \times n$.

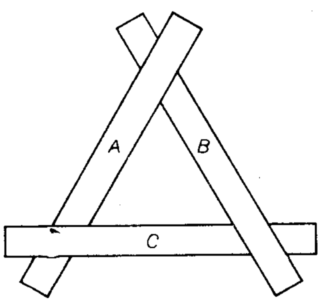

Рис. 1.

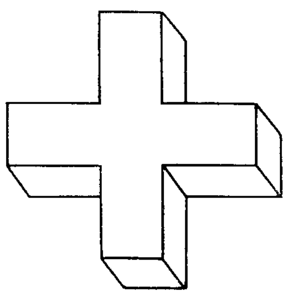

Рис. 2.

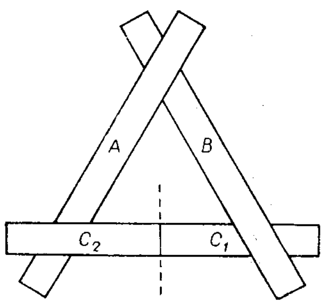

Рис. 3.

Положим $R_{ij}=1$, если $\Gamma_i > \Gamma_j$. Для построения матрицы требуется осуществить анализ каждой пары граней Γ_i, Γ_j. Через обе грани проводятся плоскости, и путем несложного теста вершин на принадлежность соответствующим полупространствам определяются значения R_{ij} и R_{ji}. На- в виде наклеек на поверхность). Здесь решение может быть принято только на основе информации о назначении этих деталей. Принятое в нашей реализации решение состоит в том, что полагаем $\Gamma_i > \Gamma_j$ при $i > j$, где i, j — номера граней в исходной последовательности. Это означает, что при подготовке необходимо описывать сначала поверхности, а затем наклейки. Если грани лежат в одной плоскости и не пересекаются, полагаем $R_{ij}=R_{ji}=1$, поскольку такие грани не могут конфликтовать.

После построения графика отношения ищем максимальный элемент, т. е. такое i, что $R_{ij}=1$ для всех j. Заносим Γ_i в список отсортированных граней и вычеркиваем из матрицы i-й столбец и i-ю строку. Далее ищем максимальный элемент среди оставшихся граней. В результате такой работы либо все грани будут отсортированы, либо останется множество без максимальных элементов.

В последнем случае можно сказать, что поставленная задача не имеет решения, но это не означает, что данную сцену нельзя отобразить на экране. С целью подготовки сцены для последующего отображения предпринимаются дополнительные действия.

Устранение циклов. Если в результате работы алгоритма, описанного в предыдущем разделе, получим множество без максимальных элементов, значит оставшиеся грани образуют один или несколько циклов по отношению $>$. Для исправления ситуации предлагается препарировать множество граней так, чтобы, не меняя модели, устранить отдельные циклы. Например, цикл, приведенный на рис. 1, может быть устранен путем разреза грани C, как показано на рис. 3. Полученные в результате разреза четыре грани уже не будут содержать циклов, и требуемый порядок для них примет вид C_2, A, B, C_1.

Приведенная в этом примере процедура предподготовки модели нерегулярна, но может быть целесообразной из соображений эффективности. Если при описании модели объекта циклы устраняются легко, то их можно убрать, иначе это будет проделано автоматически, но, наверное, с меньшей эффективностью, что выражается, прежде всего, во внесении излишних разрезов, т. е. в увеличении числа граней в описании модели.

Предлагаемая процедура состоит в том, чтобы сцену, представленную совокупностью несортируемых граней, разрезать на две части с помощью некоторой плоскости в надежде на то, что две части в отдельности можно будет обработать тем же алгоритмом в результате конечного числа таких рекурсивных итераций. Вследствие разреза в процесс отображения добавляется работа по определению положения наблюдателя относительно плоскости разреза. На отображение сначала должна подаваться та половина разрезанной сцены, которая лежит в полупространстве наблюдателя.

Очевидно, что успех в значительной степени зависит от выбора разрезающей плоскости. Вопрос о выборе оптимального разреза остается открытым. Основные критерии оптимизации — наименьшее число физических разрезов граней и наименьшее число самих разрезов в процессе обработки всей сцены.

В реализации применялся разрез плоскостью, проходящей через первую попавшуюся неотсортированную грань. Теоретически данный выбор всегда ведет к сходимости алгоритма, так как грань, через которую проведен разрез, является максимальным элементом в отрицательном полупространстве и, следовательно, число граней в неотсортированных остатках будет убывать. На практике данный выбор разреза дает достаточно хорошие результаты, так как в реальных объектах сравнительно редки ситуации со сложными циклическими образованиями. Число разрезов обычно равно числу изолированных циклов, так как каждый разрез, как правило, устраняет цикл, включающий разрезающую грань.

3. **Ковалев А. М. и др.** Устройство для вывода полутоновых изображений трехмерных объектов на экран телевизионного приемника. (Автор. свид-во № 834692).— БИ, 1981, № 20.
4. **Кнут Д.** Искусство программирования для ЭВМ. Основные алгоритмы.— М.: Мир, 1976.

Поступила в редакцию 20 мая 1983 г.