УДК 621.398

Ю. П. ДРОБЫШЕВ, В. Э. ИГНАТЬЕВ

(Новосибирск)

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ С ПРЕДСКАЗАТЕЛЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Введение. Вопросам параметрической оптимизации адаптивных систем передачи информации (АСПИ) уделяется значительное внимание [1—3], так как создание АСПИ неизбежно связано с оптимальным выбором параметров системы по принятому критерию эффективности.

В данной статье рассматривается подход к определению результирующей среднеквадратической погрешности восстановления сообщений в системе с адаптивной дискретизацией на базе полиномиальных апертурных алгоритмов сжатия при обработке аналоговых сигналов. Предполагается, что аппроксимация входного процесса в алгоритмах сжатия осуществляется по критерию равномерного приближения, а в алгоритмах восстановления используются полиномы того же порядка, что и в алгоритмах сжатия. Приведен пример анализа АСПИ с предсказателем первого порядка (П1) и на основе этого анализа — параметрическая оптимизация системы по критерию минимума среднеквадратической погрешности восстановления сообщений (критерий δ^2) при заданной технической скорости передачи R в канале связи. Это позволило сравнить по эффективности АСПИ с П1 с циклической СПИ.

В качестве входного сигнала системы рассматривается нестационарный случайный процесс, описываемый локально-стационарной моделью сообщения [4]. За математическую модель локально-стационарного процесса принимается гауссов процесс $x(t)$ с дисперсией σ_x^2 и нормированной корреляционной функцией $R(t)$, равномерно дискретизированный по времени и квантованный по уровню соответственно с шагами Θ и $Q_с$. Предполагается, что синхронизация в системе является идеальной.

Результирующая погрешность. Погрешность восстановления непрерывного сообщения в АСПИ с буферным запоминающим устройством (БЗУ) и апертурными алгоритмами сжатия данных в произвольный момент времени можно считать аддитивной [1, 5], состоящей из ошибок квантования $z_{кв}(t)$, аппроксимации $z_а(t)$, дискретизации $z_д(t)$, потерь $z_{пот}(t)$, задержек $z_з(t)$ и канальных ошибок $z_{кан}(t)$.

Обозначим: $\overline{z^2_{д+а}} = \overline{z^2_д} + \overline{z^2_а} + 2\,\overline{z_д z_а}$. Как правило, $\overline{z^2_{д+а}}/\sigma_x^2 \ll 1$. Тогда погрешности $\overline{z_{кв}z_а}$, $\overline{z_{кв}z_д}$ можно принять равными нулю, а ошибки из-за конечной емкости буфера считаем линейно-независимыми от ошибок дискретизации [5]. Канальные ошибки будем считать линейно-независимыми от остальных составляющих результирующей погрешности. В результате, учитывая равенства

$$\overline{z^2_{пот}} + 2\overline{z_{кв}z_{пот}} + 2\overline{z_а z_{пот}} = \overline{z^2_{кв+а+пот}} - \overline{z^2_{кв+а}},$$

$$\overline{z^2_з} + 2\overline{z_{кв}z_з} + 2\overline{z_а z_з} = \overline{z^2_{к\ ++з}} - \overline{z^2_{кв+а}},$$

$$\operatorname{cov}(z_{пот}, z_з) = 0,$$

а также центрированность функций $z_{пот}(t)$, $z_з(t)$, $z_{кан}(t)$, получим выражение для средней мощности результирующей погрешности восстановления:

$$\overline{z^2} = \overline{z^2_{кв}} + \overline{z^2_{д+а}} + \overline{z^2_{кв+а+пот}} + \overline{z^2_{кв+а+з}} + \overline{z^2_{кан}} - 2\overline{z^2_{кв+а}}. \qquad (1)$$

Определим составляющие погрешности (1).

Погрешность квантования. Величину ошибки квантования будем оценивать на произвольном интервале $(t_1,\ t_1+\tau)$ между соседними существенными отсчетами. Обозначим: $x_а(t)$, $y_а(t)$ — аппроксимирующие функции соответственно без учета и с учетом операции квантования. Без ограничения общности здесь и в дальнейшем положим $t_1 = 0$. Тогда

$$\overline{z_{\text{кв}}^2} = M\{[x_{\text{а}}(t) - y_{\text{а}}(t)]^2\}, \tag{2}$$

где $M\{\cdot\}$ — усреднение по ансамблям функций, стоящих в фигурных скобках.

Погрешность дискретизации и аппроксимации. Аппроксимирующую функцию $x_{\text{а}}(t')$, $t' \in (t_1,\ t_1 + m\Theta)$, где $m\Theta$ — интервал между соседними существенными отсчетами, представим функцией $x_{\text{а}}^*(t')$ так, чтобы $x_{\text{а}}^*(t_1 + k\Theta + t) = x_{\text{а}}[t_1 + (k + 1/2)\Theta]$, $t \in [0,\ \Theta)$, $k = \overline{0,\ m-1}$. Обозначим: $x_2 = x(t_1 + k\Theta + t)$. Без уменьшения общности положим $t_1 + k\Theta = 0$. В этом случае

$$\overline{z_{\text{д+а}}^2} = M\{[x_2 - x_{\text{а}}^*(t)]^2\}, \tag{3}$$

а

$$\overline{z_{\text{а}}^2} = \overline{z_{\text{д+а}}^2} \text{ при } \Theta = 0.$$

Погрешность квантования, аппроксимации и потерь. Ошибку $\overline{z_{\text{кв+а+пот}}^2}$ будем оценивать на произвольном интервале $(t_1,\ t_1 + T_r)$ с $r-1$ подряд потерянными в БЗУ существенными отсчетами, $r = 1, 2, \ldots$; $T_r = \sum_{i=1}^{r} \tau_i$; τ_i — i-й интервал между существенными отсчетами; r — случайная величина, распределенная по геометрическому закону [1]:

$$P_r = (1 - P_{\text{пот}}) P_{\text{пот}}^{r-1}. \tag{4}$$

Здесь $P_{\text{пот}}$ — вероятность потери произвольного сообщения в БЗУ.

Обозначим: $x_2^* = x(t_1 + t)$, $t \in (0,\ T_r)$; $y_{\text{а}}^*(t)$ — аппроксимирующая функция с учетом операции квантования, обусловленная потерей $r-1$ существенных отсчетов в БЗУ, $t \in (t_1,\ t_1 + T_r)$. Тогда

$$\overline{z_{\text{кв+а+пот}}^2} = M\{[x_2^* - y_{\text{а}}^*(t)]^2\}; \tag{5}$$

$$\overline{z_{\text{кв+а}}^2} = \overline{z_{\text{кв+а+пот}}^2} \text{ при } P_{\text{пот}} = 0; \tag{6}$$

$$\varphi(P_{\text{пот}}) = \overline{z_{\text{кв+а+пот}}^2} - \overline{z_{\text{кв+а}}^2}, \tag{7}$$

где $\varphi(P_{\text{пот}})$ — погрешность потерь сообщений в буфере, зависящая от типа используемого алгоритма сжатия и восстановления.

Погрешность квантования, аппроксимации и задержек. Случайную величину задержки сообщений $t_з$ представим в виде $t_з = m_t + \eta$, где m_t — математическое ожидание случайной величины задержки сообщений в БЗУ, найденное в [1]; η — центрированная величина задержки сообщений. Будем считать, что постоянная задержка может быть скомпенсирована в АСПИ. Погрешность $\overline{z_{\text{кв+а+з}}^2}$ оценим на интервале $(t_1 + \eta_1,\ t_1 + \tau + \eta_2)$. Здесь η_1, η_2 — центрированные задержки сообщений соответственно в начале и в конце интервала адаптации.

Обозначим: $x_2 = x(t_1 + t)$, $t \in (\eta_1,\ \tau + \eta_2)$; $y_{\text{а}}^*(t)$ — аппроксимирующая функция, обусловленная задержкой сообщений в БЗУ, $t \in (t_1 + \eta_1,\ t_1 + \tau + \eta_2)$. Считая положительные и отрицательные задержки равновероятными, а реализации случайной величины независимыми, определим погрешность квантования, аппроксимации и задержек:

$$\overline{z_{\text{кв+а+з}}^2} = M\{[x_2 - y_{\text{а}}^*(t)]^2\}. \tag{8}$$

Канальная погрешность. Погрешность, вызванную трансформацией символов в канале связи, в произвольный момент времени t можно считать аддитивной [1], состоящей из ошибок в информационной $z_{\text{инф}}(t)$ и адресной $z_{\text{адр}}(t)$ частях кодового слова. Принимая во внимание центрированность функций $z_{\text{инф}}(t)$, $z_{\text{адр}}(t)$ и их линейную независимость для биномиальной модели потока ошибок в канале связи, получим

$$\overline{z^2_{\text{кан}}} = \overline{z^2_{\text{инф}}} + \overline{z^2_{\text{адр}}}. \qquad (9)$$

Найдем составляющие погрешности (9) при отсутствии временной информации в кодовых словах.

1. Погрешность, вызванная искажениями в информационной части кодового слова. Величину ошибки $\overline{z^2_{\text{инф}}}$ будем оценивать на произвольном интервале $(t_1, t_1+\tau)$. Пусть передаваемые в канал связи квантованные значения сигнала $x(t)$ и его производных могут принимать соответственно значения y_{ci}, $y_{\text{п}kj}$, $i=\overline{1, M_c}$, $j=\overline{1, M_{\text{п}k}}$. Здесь M_c, $M_{\text{п}k}$ — число уровней квантования сигнала и его k-й производной. Число разрядов, используемых для кодирования отсчетов сообщения и его производных, определяется выражениями $m_{\text{инф. c}} = [\log_2(6\sigma_x/Q_c)]$, $m_{\text{инф. п}k} = [\log_2 H_{\text{п}k}/Q_{\text{п}k})]$, где $H_{\text{п}k}$, $Q_{\text{п}k}$ — соответственно диапазон изменения и шаг квантования k-й производной сигнала. Количество разрядов в адресной части $m_{\text{адр}} = [\log_2 n_c]$ (n_c — число источников сообщений в многоканальной АСПИ).

Обозначим: $y_a(t)$, $y^*_a(t)$ — восстанавливающие функции соответственно без учета и с учетом трансформации символов в канале связи. Тогда

$$\overline{z^2_{\text{инф}}} = M\{[y_a(t) - y^*_a(t)]^2\}. \qquad (10)$$

2. Погрешность, вызванная искажениями в адресной части сообщения. Такие ошибки вызывают потери сообщений в одних источниках и появление ложных сообщений в других.

При приеме со стиранием адресной части кодового слова ложные отсчеты отсутствуют и имеют место ошибки потерь:

$$\overline{z^2_{\text{адр}}} = \varphi\left(P^{\text{а}}_{\text{пот}}\right), \qquad (11)$$

где $\varphi(P_{\text{пот}})$ — погрешность потерь, определяемая выражением (7); $P^{\text{а}}_{\text{пот}}$ — вероятность искажения адреса источника.

Результирующая погрешность в системе с П1. В АСПИ с П1 в канал связи передаются квантованные значения существенной выборки и оценки производной сигнала. В этом случае $z_{\text{кв}}(t) = z_{\text{кв, c}}(t) + z_{\text{кв, п1}}(t)$, где $z_{\text{кв, c}}(t)$, $z_{\text{кв, п1}}(t)$ — соответственно ошибки квантования сигнала и оценки производной. Определим составляющие погрешности (1) для системы с П1.

Погрешность квантования. Пусть $x_1 = x(t_1) \in (q_{c, i-1}, q_{ci})$, $\dot{x}_1 = \dot{x}(t_1)$ — значения существенного отсчета и производной сообщения $x(t)$ в момент времени t_1, $i=\overline{1, M_c}$; $x_2 = x(t_1+\Theta) \in (q_{c, j-1}, q_{cj})$, $j=\overline{1, M_c}$; $\dot{x}^*_1 = (y_{cj} - y_{ci})/\Theta$ — значение оценки производной сигнала в момент времени t_1, i, $j=\overline{1, M_c}$, $\dot{x}^*_1 \in (q_{\text{п}1, j-1}, q_{\text{п}1j})$, $j=\overline{1, M_{\text{п}1}}$. В этом случае $x_a(t) = x_1 + \dot{x}_1 t$, $y_a(t) = y_{ci} + y_{\text{п}1j}t$.

Обозначим: $\xi = x_1 - y_{ci}$; $\xi_{\text{п}1} = \dot{x}_1 - y_{\text{п}1j}$. При $Q^2_c/\sigma^2_x \ll 1$ величины ξ, $\xi_{\text{п}1}$ можно считать равномерно распределенными в $(-Q_c/2, Q_c/2)$, $(-Q_{\text{п}1}/2, Q_{\text{п}1}/2)$ [6] и, следовательно, линейно-независимыми. С учетом вышеизложенного из (2) находим

$$\overline{z^2_{\text{кв}}} = \frac{Q^2_c}{12} + \left[\sigma^2_{\dot{x}} + \frac{2\sigma_x\sigma_{\dot{x}}}{\Theta}\,\frac{R^{(1)}(\Theta)}{\sqrt{-R^{(2)}(0)}} + \frac{2\sigma^2_x[1-R(\Theta)]}{\Theta^2} + \frac{Q^2_{\text{П}1}}{12}\right]\frac{\tau^2_{N,\text{П}1}}{3}. \qquad (12)$$

Здесь $Q_{\text{п}1} = 6\sqrt{2}\sigma_x\sqrt{1-R(\Theta)}/(\Theta M_{\text{п}1})$; $\sigma^2_{\dot{x}}$ — дисперсия первой производной процесса; $R^{(1)}(t)$, $R^{(2)}(t)$ — первая и вторая производные нормированной корреляционной функции процесса $x(t)$; момент $\overline{\tau^2_{N,\text{п}1}}$ может быть найден по заданной корреляционной функции $R(t)$ [7].

Погрешность дискретизации и аппроксимации. Обозначим: $x_1 = x[t_1 + (k+1/2)\Theta]$; $x^*_a(t) = x_1 - \xi$, $t \in [0, \Theta)$, где ξ — случайная величина, равномерно распределенная в интервале $(-\Delta, \Delta)$ при условии

При $t=0$ имеем

$$\overline{z_{\text{а}}^2}=\Delta^2/3.$$

Погрешность квантования, аппроксимации и потерь. Для системы с П1 $y_{\text{а}}^*(t)=y_{\text{с}i}+y_{\text{П}1j}t, \quad i=\overline{1, M_{\text{с}}}, \quad j=\overline{1, M_{\text{П}1}}$. В результате, учитывая (5), получим

$$\overline{z_{\text{кв+а+пот}}^2}(T_r)=2\sigma_x^2+\frac{Q_{\text{с}}^2}{12}+\frac{2\sigma_x^2[1-R(\Theta)]T_r^2}{3\Theta^2}+\frac{Q_{\text{П}1}^2T_r^2}{36}+\frac{2\sigma_x^2}{\Theta T_r}\int_0^{T_r}tR(t)\,dt-$$

$$-\frac{\sigma_x^2[1-R(\Theta)]T_r}{\Theta}-\frac{2\sigma_x^2}{T_r}\int_0^{T_r}R(t)\,dt-\frac{2\sigma_x^2}{\Theta T_r}\int_0^{T_r}tR(t-\Theta)\,dt. \qquad (14)$$

Погрешность квантования, аппроксимации и задержек. Обозначая: $y_{\text{а}}^*(t)=y_{\text{с}i}+y_{\text{П}1j}(t-\eta_1), \quad i=\overline{1, M_{\text{с}}}, \quad j=\overline{1, M_{\text{П}1}}$, из (8) находим

$$\overline{z_{\text{кв+а+з}}^2}(\tau, \eta_1, \eta_2)=2\sigma_x^2+\frac{Q_{\text{с}}^2}{12}+\frac{2\sigma_x^2}{T_{\text{а}}}\left\{\frac{1}{\Theta}\left[\int_{t_{\text{н}}}^{t_{\text{в}}}tR(t)\,dt+\eta_1\int_{t_{\text{н}}}^{t_{\text{в}}}R(t-\Theta)\,dt-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\int_{t_{\text{н}}}^{t_{\text{в}}}tR(t-\Theta)\,dt\right]-\left(1+\frac{\eta_1}{\Theta}\right)\int_{t_{\text{н}}}^{t_{\text{в}}}R(t)\,dt\right\}+\frac{2\sigma_x^2\eta_1}{\Theta}[1-R(\Theta)]\left(1+\frac{\eta_1}{\Theta}\right)+$$

$$+\frac{1}{3}\left(t_{\text{в}}^2+t_{\text{н}}t_{\text{в}}+t_{\text{н}}^2\right)\left\{\frac{Q_{\text{П}1}^2}{12}+\frac{2\sigma_x^2}{\Theta^2}[1-R(\Theta)]\right\}+\frac{Q_{\text{П}1}^2\eta_1^2}{12}-(t_{\text{в}}+t_{\text{н}})\times$$

$$\times\left\{\frac{Q_{\text{П}1}^2\eta_1}{12}+\frac{\sigma_x^2}{\Theta}\left(1+\frac{2\eta_1}{\Theta}\right)[1-R(\Theta)]\right\}, \qquad (15)$$

где $t_{\text{н}}=\eta_1$; $t_{\text{в}}=\tau+\eta_2$; $T_{\text{а}}=t_{\text{в}}-t_{\text{н}}$.

Канальная погрешность. Определим составляющие канальной погрешности (9), предполагая, что обрабатывается нормальный стационарный процесс $x(t)$ с корреляционной функцией

$$R(t)=\exp\left(-\omega_1^2t^2/2\right); \qquad (16)$$

модель потока ошибок в канале связи является биномиальной; в АСПИ осуществляется двоичное кодирование; для малых значений вероятности искажения элементарного символа в канале связи P ошибки кратности выше единицы пренебрежимо малы.

1. Погрешность, вызванная искажениями в информационной части кодового слова. Обозначая: $y_{\text{а}}(t)=y_{\text{с}j}+y_{\text{П}1k}t; \quad y_{\text{а}}^*(t)=y_{\text{с}i}+y_{\text{П}1l}t, \quad i, j=\overline{1, M_{\text{с}}}$; $k, l=\overline{1, M_{\text{П}1}}$, из (10) для двоичного безызбыточного кодирования имеем

$$\overline{z_{\text{инф}}^2}\cong\frac{1}{3}Q_{\text{с}}^2P\left(4^{m_{\text{инф.с}}}-1\right)+\frac{0{,}3Q_{\text{П}1}^2\Delta}{\sigma_x\omega_1^2}P\left(4^{m_{\text{инфП}1}}-1\right).$$

2. Погрешность, вызванная искажениями в адресной части сообщения. Предположим, что в системе с П1 осуществляется двоичное кодирование с проверкой на четность (код со стиранием) отдельно адресной части кодового слова. В этом случае при обнаружении ошибки адреса сообщение на приемной стороне заменяется предыдущим, а $P_{\text{пот}}^{\text{а}}=$

$= (m_{\text{адр}} + 1)P$. Тогда из (11) с учетом (6), (7), (14) находим

$$\overline{z^2_{\text{адр}}} \cong \left(6{,}5\sigma_x + \frac{Q^2_{\Pi 1}}{6\sigma_x\omega_1^2}\right)\Delta(m_{\text{адр}} + 1)P. \tag{17}$$

При приеме со стиранием совместно информационной и адресной частей кодового слова $\overline{z^2_{\text{кан}}}$ определяется выражением (17) при замене $m_{\text{адр}} + 1$ на число разрядов в кодовом слове сообщения: $m_c = m_{\text{инф. с}} + m_{\text{инф П1}} + m_{\text{адр}} + 1$.

Обозначим: Δ — максимальная ошибка предсказания в алгоритме П1; $\Delta_i/\sigma_{xi} = \varepsilon_i$; $Q_{ci}/\sigma_{xi} = \varepsilon_{ci}$; $Q_{\Pi 1i}/\sigma_{xi} = \varepsilon_{\Pi 1i}$, $i = \overline{1, n_c}$ — относительные ошибки аппроксимации, квантования сигнала и его производной; $\delta_i^2 = z_i^2/\sigma_{xi}^2$, $i = \overline{1, n_c}$ — относительная среднеквадратическая погрешность восстановления сообщений i-го источника. Положим $\varepsilon_i = \varepsilon = \text{const}$; $\varepsilon_{ci} = \varepsilon_c = \text{const}$; $\varepsilon_{\Pi 1i} = \varepsilon_{\Pi 1} = \text{const}$; $\delta^2 = \max\limits_i \delta_i^2$, $i = \overline{1, n_c}$, а $\Theta \ll \tau_{\text{кор}}$.

Рассмотрим систему с постоянными параметрами без передачи временной информации в канале связи. Предположим, что в АСПИ осуществляется двоичное кодирование с проверкой на четность (код со стиранием) совместно информационной и адресной частей. В этом случае из (1) с учетом (6), (12)—(15), (17) при замене $m_{\text{адр}} + 1$ на m_c для входных нестационарных сообщений с корреляционной функцией на локально-стационарных участках вида (16) получим

$$\delta^2(\varepsilon, \varepsilon_c, \varepsilon_{\Pi 1}, \Theta, N) \cong \frac{\varepsilon_c^2}{12} + 0{,}8\varepsilon\left(\omega^2_{1\max}\Theta^2 + \frac{\varepsilon^2_{\Pi 1}}{12\omega^2_{1\max}}\right) + \frac{\omega^2_{1\max}\Theta^2}{3} + \frac{\varepsilon^2}{3} +$$
$$+ \frac{\varepsilon P_{\text{пот}}}{(1 - P_{\text{пот}})^2}\left[6{,}5 - 2{,}5P_{\text{пот}} + \frac{\varepsilon^2_{\Pi 1}(2{,}1 - 0{,}8P_{\text{пот}})}{12\omega^2_{1\max}}\right] +$$
$$+ \frac{3\sigma_{\text{н}}^2 m_c^2}{R^2}\left(\omega^2_{1\max} + \frac{\varepsilon^2_{\Pi 1}}{54}\right) + \varepsilon P m_c\left(6{,}5 + \frac{\varepsilon^2_{\Pi 1}}{6\omega^2_{1\max}}\right), \tag{18}$$

где

$$m_c = m_c(\varepsilon_c, \varepsilon_{\Pi 1}) = \left[\log_2\frac{6}{\varepsilon_c}\right] + \left[\log_2\frac{6\omega_{1\max}}{\varepsilon_{\Pi 1}}\right] + [\log_2 n_c] + 1;$$

$\omega_{1\max} = \max\limits_i \omega_{1i\max}$, $i = \overline{1, n_c}$; N — емкость буфера; дисперсия задержки сообщений в БЗУ $\sigma_t^2 = \sigma_{\text{н}}^2 T^2$ определена в [1, 7]; T — равномерный интервал считывания сообщений из буфера.

Характеристики БЗУ [1, 7] зависят от коэффициента загрузки буфера ρ, выражение для которого в системе с П1 имеет вид

$$\rho = \rho(\varepsilon, \varepsilon_c, \varepsilon_{\Pi 1}) = 0{,}75(\omega_{1\Sigma\max} m_c/(R\sqrt{\varepsilon})). \tag{19}$$

В АСПИ с достаточно большим числом нестационарных независимых источников, вклад каждого из которых в суммарный поток сравнительно мал, с вероятностью 0,997

$$\omega_{1\Sigma\max} = \sum_{i=1}^{n_c}\overline{\omega_{1i}} + 3\left(\sum_{i=1}^{n_c}\sigma^2_{\omega_{1i}}\right)^{1/2}. \tag{20}$$

При наличии временной информации в кодовых словах погрешности задержек отсутствуют. В этом случае для кадровой структуры передачи существенных отсчетов с числом k_τ интервалов $\tau_{\text{д}}$ в кадре (18) преобразуется к виду

$$\delta^2(\varepsilon, \varepsilon_c, \varepsilon_{\Pi 1}, \Theta, N) \cong \frac{\varepsilon_c^2}{12} + 0{,}8\varepsilon\left(\omega^2_{1\max}\Theta^2 + \frac{\varepsilon^2_{\Pi 1}}{12\omega^2_{1\max}}\right) + \frac{\omega^2_{1\max}\Theta^2}{3} + \frac{\varepsilon^2}{3} +$$

$$+\frac{\varepsilon P_{\text{пот}}}{(1-P_{\text{пот}})^2}\left[6{,}5-2{,}5P_{\text{пот}}+\frac{\varepsilon_{\Pi 1}^2(2{,}1-0{,}8P_{\text{пот}})}{12\omega_{1\max}^2}\right]+\varepsilon P m_c\left(6{,}5+\frac{\varepsilon_{\Pi 1}^2}{6\omega_{1\max}^2}\right). \qquad (21)$$

Здесь

$$m_c=m_c(\varepsilon_c,\ \varepsilon_{\Pi 1},\ \Theta)=\left[\log_2\frac{6}{\varepsilon_c}\right]+\left[\log_2\frac{6\omega_{1\max}}{\varepsilon_{\Pi 1}}\right]+[\log_2 n_c]+\left[\log_2\frac{k_\tau\tau_д}{\Theta}\right]+1;$$

коэффициент загрузки БЗУ (19) $\rho=\rho(\varepsilon,\ \varepsilon_c,\ \varepsilon_{\Pi 1},\ \Theta)$. Величина $\tau_д$ определяется как корень уравнения

$$\Phi\left(\sqrt{2}\varepsilon/(\sqrt{3}\,\omega_{1\max}^2\tau_д^2)\right)+P_д-1=0,$$

где $\Phi(z)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^z\exp(-t^2)\,dt$; $\quad P_д$ — задаваемая вероятность события $\tau<\tau_д$.

Результирующая погрешность в циклической СПИ. При обнаружении ошибки в кодовом слове с проверкой на четность сообщение на приемной стороне заменяется предыдущим. Погрешность восстановления в этом случае складывается из ошибок квантования по уровню $z_{кв}(t)$, дискретизации по времени $z_д(t)$ и ошибок потерь $z_{пот}(t)$, а среднеквадратичная результирующая погрешность равна:

$$\overline{z_ц^2}=\overline{z_{кв+д+пот}^2}.$$

Учитывая, что $x_a(t)=y_{ci}$, $t\in(0,\ r\Theta)$, $i=\overline{1,\ M_c}$, для нормального процесса с корреляционной функцией (16) находим

$$\overline{z_ц^2}\cong\frac{Q_c^2}{12}+\frac{\sigma_x^2\omega_1^2\Theta^2\overline{r^2}}{3}.$$

Здесь r — случайная величина, распределенная по закону (4) при замене $P_{пот}$ на $P_{пот}^k$; $P_{пот}^k$ — вероятность потери кодового слова, обусловленная ошибками в канале связи.

Пусть $Q_{ci}/\sigma_{xi}=\varepsilon_{ci}=\varepsilon_c=\text{const}$, $i=\overline{1,\ n_c}$. В этом случае число разрядов кодового слова $m_{сцi}=m_{сц}$, $i=\overline{1,\ n_c}$; $\Theta=m_{сц}n_c/R$. Обозначим: $\delta_ц^2=\max\limits_i\delta_{цi}^2$, $\quad i=\overline{1,\ n_c}$. В многоканальной СПИ с постоянными параметрами, обеспечивающей качество восстановления не хуже заданного на любом интервале времени при обработке нестационарных сообщений, имеем

$$\delta_ц^2(\varepsilon_c)\cong\frac{\varepsilon_c^2}{12}+\frac{\omega_{1\max}^2 m_{сц}^2 n_c^2(1+m_{сц}P)}{3R^2}, \qquad (22)$$

где

$$m_{сц}=\left[\log_2\frac{6}{\varepsilon_c}\right]+1.$$

Ограничения, наложенные на характеристики канала связи при выводе (22), совпадают с предположениями при получении погрешности (18).

Минимизация целевых функций (21), (22) с помощью программ нелинейной оптимизации проводилась при следующих ограничениях:

а) источники нормальные, нестационарные, независимые со среднеквадратическими частотами ω_1, распределенными одинаково с плотностью

$$W(\omega_1)=\begin{cases}B\delta(0)+(1-B)/\omega_{1\max}, & 0\leqslant\omega_1\leqslant\omega_{1\max};\\ 0, & \omega_1>\omega_{1\max},\ \omega_1<0;\end{cases} \qquad (23)$$

б) $n_c=512$, $P=0{,}001$, $k_\tau=1$, $P_д=0{,}99$;

Таблица 1

Результаты оптимизации циклической СПИ по критерию δ^2 ($P = 0{,}001$; $n_c = 512$; $\omega_{1\,max} = 0{,}1$)

Параметры СПИ	R		
	600	1200	2400
ε_c	$0{,}448_{10}0$	$0{,}244_{10}0$	$0{,}131_{10}0$

в) верхние границы независимых переменных выбирались из условия $\overline{\delta^2_{д+а}} \ll 1$; рекомендуется соблюдать неравенства:

$$\varepsilon < 0{,}1;\ \Theta < \sqrt{3E_д}/\omega_{1\,max};\ \varepsilon_c < \varepsilon;$$

$$\overline{\varepsilon_{П1}} < 2\omega_{1max} \times$$

$$\times \sqrt{3(E_д/0{,}8\varepsilon - \omega^2_{1max}\Theta^2)}.$$

Используя плотность распределения (23), с вероятностью 0,997 из (20) находим [1]

$$\omega_{1\Sigma\,max} =$$

$$= \omega_{1\,max}/b[n_c + \sqrt{3(2b-3)n_c}],$$

где $b = \omega_{1\,max}/\overline{\omega_1}$ — параметр, характеризующий величину нестационарности сигнала.

При оптимизации принималось: $\omega_{1\,max} = 0{,}1$; $b = 30$; $E_д = 0{,}01$; $R = 600$, 1200, 2400.

В табл. 1, 2 представлены результаты параметрической оптимизации соответственно циклической СПИ и АСПИ с П1 при $b = 30$. В табл. 2 приведены также значения $\delta^2_{ст\,min}$ в системе с П1 при обработке стационарных сигналов. Приведем список используемых обозначений: P_0 — вероятность холостого хода БЗУ; $m_t = m_н T$; $\overline{N}$ — среднее заполнение БЗУ; $E = \overline{N}/N \cdot 100\%$ — относительное среднее заполнение буфера; $m_{ст}$ — число разрядов во временной части кодового слова.

Таблица 2

Результаты оптимизации АСПИ с П1 при передаче временной информации по критерию δ^2 ($P = 0{,}001$; $n_c = 512$; $k_\tau = 1$; $P_д = 0{,}99$; $\omega_{1\,max} = 0{,}1$; $b = 30$)

Параметры АСПИ	R		
$m_{инф.\,с}$	$0{,}100_{10}2$	$0{,}120_{10}2$	$0{,}130_{10}2$
N	$0{,}400_{10}2$	$0{,}400_{10}2$	$0{,}400_{10}2$
P_0	$0{,}927_{10}{-2}$	$0{,}777_{10}{-2}$	$0{,}247_{10}{-1}$
$P_{пот}$	$0{,}161_{10}{-1}$	$0{,}185_{10}{-1}$	$0{,}508_{10}{-2}$
$m_н$	$0{,}216_{10}2$	$0{,}225_{10}2$	$0{,}150_{10}2$
$\sigma^2_н$	$0{,}135_{10}3$	$0{,}134_{10}3$	$0{,}118_{10}3$
$\overline{N}$	$0{,}222_{10}2$	$0{,}232_{10}2$	$0{,}152_{10}2$
E	$0{,}555_{10}2$	$0{,}581_{10}2$	$0{,}379_{10}2$
T	$0{,}500_{10}{-1}$	$0{,}267_{10}{-1}$	$0{,}138_{10}{-1}$
ε	$0{,}100_{10}{-1}$	$0{,}283_{10}{-2}$	$0{,}802_{10}{-3}$
m_c	$0{,}300_{10}2$	$0{,}320_{10}2$	$0{,}330_{10}2$
$m_{инф\,П1}$	$0{,}400_{10}1$	$0{,}400_{10}1$	$0{,}400_{10}2$
Θ	$0{,}221_{10}0$	$0{,}119_{10}0$	$0{,}619_{10}{-1}$
ε_c	$0{,}100_{10}{-1}$	$0{,}283_{10}{-2}$	$0{,}802_{10}{-3}$
$\varepsilon_{П1}$	$0{,}459_{10}{-1}$	$0{,}465_{10}{-1}$	$0{,}438_{10}{-1}$
$m_{ст}$	$0{,}600_{10}1$	$0{,}600_{10}1$	$0{,}600_{10}1$
$K_в$	$0{,}227_{10}2$	$0{,}258_{10}2$	$0{,}400_{10}2$
$\delta^2_{ст\,min}$	$0{,}130_{10}2$	$0{,}261_{10}1$	$0{,}382_{10}0$
$K_{в,\,ст}$	$0{,}597_{10}{-2}$	$0{,}103_{10}{-1}$	$0{,}233_{10}{-1}$

Анализ результатов оптимизации по коэффициенту выигрыша $K_в = \delta^2_{ц\,min}/\delta^2_{П1\,min}$ (см. табл. 2) при заданных характеристиках сигнала и канала связи позволяет сделать следующие выводы: 1) при обработке нестационарных сообщений использование АСПИ с П1 дает значительный выигрыш; 2) с уменьшением коэффициента нестационарности значения $K_в$ уменьшаются, и для стационарных источников применение

АСПИ с П1 становится нецелесообразным по сравнению с циклической СПИ (см. значения $K_{\text{в, ст}}$).

Заключение. Метод, приведенный в статье, позволяет определять среднеквадратические погрешности восстановления сообщений в АСПИ с полиномиальными апертурными алгоритмами сжатия данных. Последние могут быть использованы в качестве целевых функций при параметрической оптимизации систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Калашников И. Д., Степанов В. С., Чуркин А. В.** Адаптивные системы сбора и передачи информации.— М.: Энергия, 1975.
2. **Журавин Л. Г., Крюкова И. Е.** О минимизации суммарной динамической погреш-
7. **Давыдов В. С., Дробышев Ю. П., Игнатьев В. Э.** Оценка качества восстановления сигнала в системе с предсказателем первого порядка (теоретический анализ).— В кн.: Тез. докл. VIII Всесоюз. конф. по теории кодирования и передачи информации, 1981, ч. 1.

Поступила в редакцию 25 января 1983 г.

УДК 62.505 : 519.24

А. Н. ПАВЛОВ

(Белгород)

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО И ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПОВ

Решение задач идентификации объектов с распределенными параметрами (ОРП), которые описываются многомерными нелинейными нестационарными дифференциальными уравнениями в частных производных (ДУЧП) параболического и эллиптического типов, исследовано сравнительно мало. Особую актуальность это направление приобретает для таких областей управления, как нефте- и газодобыча, теплоэнергетика, горное дело, охрана окружающей среды, водоснабжение городов, мелиорация, гидротехническое строительство, разведка месторождений и многие другие [1—4].

В настоящее время роль идентификации возросла еще больше. Это связано с тем, что в целом ряде случаев результаты идентификации являются единственным источником получения сведений о неизвестных параметрах объекта. Для двумерного случая ДУЧП параболического типа запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[P_1(x, y, \Theta)\frac{\partial\Theta(x, y, t)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[P_2(x, y, \Theta)\frac{\partial\Theta(x, y, t)}{\partial y}\right] \pm f(x, y, \Theta, t) =$$

$$= P_3(x, y, \Theta)\frac{\partial\Theta(x, y, t)}{\partial t}; \qquad (1)$$

$$N[\Theta(x, y, t)] = \Theta_0(x, y),\ x,\ y \in \Omega,\ x,\ y \in \Gamma_0; \qquad (2)$$

$$\Gamma[\Theta(x, y, t)] = \Theta_\Gamma(x, y, t),\ t \geqslant t_0, \qquad (3)$$