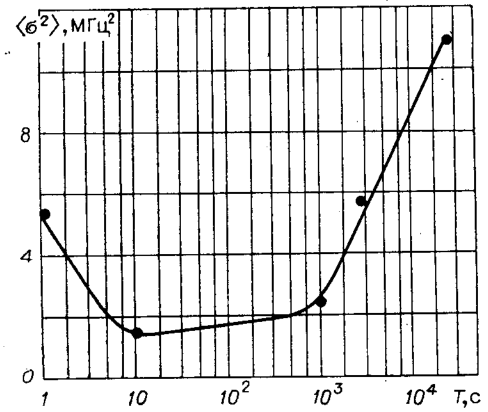

Рис. 2.

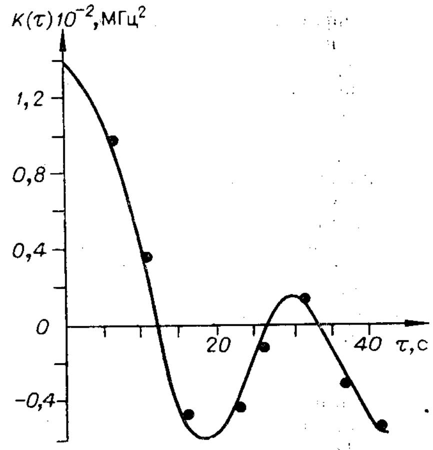

Рис. 3.

ний 10 МГц и временах усреднения $\tau = 1$ мс, а погрешность вычисления автокорреляционной функции равна 10^{-3}. Увеличение времени усреднения ведет к увеличению точности вычисления дисперсии Аллена.

На рис. 2 представлена экспериментально полученная зависимость дисперсии Аллена от времени усреднения частотомера для серийно выпускаемого одночастотного лазера ЛГ-149-1. Как видно из рисунка, наряду со случайными флуктуациями происходит сдвиг частоты лазерного излучения. При временах усреднения более $5 \cdot 10^4$ с начинают оказывать влияние шумы типа «случайного блуждания».

Поскольку дисперсия Аллена не позволяет выявить наличие гармонической составляющей, которая может присутствовать в спектре излучения, на установке были проведены измерения разностной частоты для построения автокорреляционной функции $K(\tau)$ флуктуаций частоты биений двух одночастотных стабилизированных лазеров ЛГ-149-1 (при $\tau = 1$ с) (рис. 3). Автокорреляционная функция такого вида характерна для белого шума с гармонической составляющей. Период гармонической составляющей ≈ 30 с. Колебания частоты с таким периодом являются результатом флуктуаций тока разряда в активном элементе.

Авторы статьи выражают благодарность В. Е. Привалову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Голутва Г. В., Рязанцев А. И.** Селекция типов колебаний и стабилизация частоты оптических квантовых генераторов.— М.: Связь, 1972.
2. **Борисовский С. П. и др.** Измерение стабильности и воспроизводимости частоты одночастотных стабилизированных лазеров.— Измерит. техника, 1977, № 8.
3. **Аллен Д.** Статистические характеристики атомных стандартов частоты.— ТИИЭР, 1966, т. 54, № 2.
4. **Ермолов Р. С.** Цифровые частотомеры.— Л.: Энергия, 1973.

Поступило в редакцию 16 марта 1981 г.;
окончательный вариант — 8 декабря 1982 г.

УДК 621.391.837.2

Н. Д. ГОГИН

(Петрозаводск)

ИНВАРИАНТНОСТЬ СПЕКТРА АДАМАРА К ЗЕРКАЛЬНЫМ ОТРАЖЕНИЯМ СИГНАЛА

В данном сообщении получены формулы, устанавливающие однозначную линейную связь между спектром циклического варианта преобразования Адамара [2] исходного сигнала и спектром этого же сигнала, подвергнутого зеркальному отражению, что позволяет, используя результаты работ [2—4], строить алгоритмы распознавания, пригодные в случаях, когда сигналы (изображения) могут подвергаться циклическим сдвигам, увеличению масштаба, зеркальным отражениям и поворотам на 90°.

Под циклическим вариантом одномерного преобразования Адамара понимается преобразование

$$(\mathcal{G}f)(u) = 2^{-\nu/2} \sum_{v \in V} \chi_u(v) f(v).$$

Здесь u, v — элементы аддитивной группы V поля $GF(2^\nu)$; f — функция на V (дискретный сигнал); $\chi_u(v) = (-1)^{Tr(uv)}$ — характер группы V, Tr — функция следа в $GF(2^\nu)$.

Предполагается, как и в [2], что элементы V расположены по степеням некоторой фиксированной образующей z группы $GF^*(2^\nu)$:

$$V = \{0, z^0, z^1, \ldots, z^{2^\nu - 2}\}.$$

В матричной форме $\mathcal{G}(f) = 2^{-\nu/2} G_\nu f$, G_ν — некоторая бинарная симметрическая $2^\nu \times 2^\nu$-матрица, такая, что $G_\nu^2 = 2^\nu E$ [2].

Зеркальным образом сигнала f называем сигнал $\mathcal{P}(f)$, где

$$\mathcal{P}(f)(v) = f(1/vz), \ v \neq 0,$$

считая, что $f(0) = \mathcal{P}(f)(0) = 0$ (элемент $v = z^{2^{\nu-1}-1}$ неподвижен). Ясно, что

$$\mathcal{P}(f) = S_\nu f,$$

где $S_\nu = (s_{kl})_{0 \leqslant k, l \leqslant 2^\nu - 1}$, $s_{kl} = \begin{cases} 1, & k = l = 0; \\ \delta_{k, 2^\nu - l}, & k, l \geqslant 1. \end{cases}$ Теперь имеем

$$\mathcal{G}(\mathcal{P}(f)) = 2^{-\nu/2} G_\nu S_\nu f = 2^{-\nu/2} 2^{-\nu} G_\nu S_\nu G_\nu (G_\nu f) = D_\nu \mathcal{G}(f). \quad (1)$$

Здесь $D_\nu = 2^{-\nu} G_\nu S_\nu G_\nu$ — ортогональная матрица вида $D_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 \ldots \\ 0 & \\ \vdots & J_\nu \\ 0 & \end{pmatrix}$, J_ν — циклическая $(2^\nu - 1) \times (2^\nu - 1)$-матрица. Первая строка матрицы J_ν (определяющая всю эту матрицу) представляет собой функцию $J(v)$ на группе $GF^*(2^\nu)$. Проделав несложные вычисления, можно убедиться, что $J(v) = 2^{-\nu} + J_0(v/z)$, где $J_0(u) = 2^{-\nu} \sum_{\substack{x \in V \\ x \neq 0}} \times$

$\times \chi_u(x + x^{-1})$ — обобщенная функция Бесселя поля $GF(2^\nu)$ [1].

Для наглядности приведем пример. Для $\nu = 3$ имеем [2]

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_3 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 4 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 4 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & -4 & 4 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & -4 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 4 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Если $f = (0, 1, 1, 2, 3, -1, 3, 0)^T$, то $\sqrt{8}\mathcal{G}(f) = G_3 f = (9, 3, -1, -3, 3, -3, 1, -9)^T$, $\mathcal{P}(f) = (0, 0, 3, -1, 3, 2, 1, 1)^T$ и $\sqrt{8}\mathcal{G}(\mathcal{P}(f)) = (9, 1, -5, 7, -5, -3, -1, -3)^T$. Легко проверить, что $\mathcal{G}(\mathcal{P}(f)) = D_3 \mathcal{G}(f)$.

В заключение отметим, что если f — дискретное изображение, то, комбинируя зеркальное отражение и транспонирование матрицы, нетрудно получить формулы, аналогичные (1), для поворотов f на углы, кратные 90°. Например, для угла 90° находим

$$\mathcal{G}(\mathcal{O}_{90^\circ}(f)) = D_\nu \mathcal{G}(f)^T,$$

где «центром вращения» является «точка» $\left(z^{2^{\nu-1}-1}, z^{2^{\nu-1}-1}\right)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гельфанд И. М., Граев М. И., Пятецкий-Шапиро И. И.** Теория представлений и автоморфные функции.— В кн.: Обобщенные функции. М.: Наука, 1966, вып. 6.
2. **Гогин Н. Д.** Преобразование Адамара и увеличение масштаба сигнала.— Автометрия, 1980, № 6.
3. **Гогин Н. Д.** Преобразование Адамара и сдвиг изображения.— Автометрия, 1979, № 2.
4. **Гогин Н. Д., Луизова Л. А., Поливко В. П.** Использование циклического аналога преобразования Адамара для решения задач распознавания.— В кн.: Тез. докл. III Всесоюз. школы по оптической обработке информации. Рига: ИФ АН Латв. ССР, 1980, ч. 1.

Поступило в редакцию 27 мая 1982 г.