На рис. 4 показано, что в сканирующих оптико-электронных приборах, предназначенных для обнаружения и регистрации точечных источников, выбор верхней частоты полосы пропускания ниже $f_в = 0{,}375/\tau$ явно нецелесообразен, так как уже при $\alpha\tau = 2{,}36$ для $2 \leqslant \beta\tau \leqslant 16$, $0 \leqslant D/a \leqslant 1$ и $d/a_1 \geqslant 0{,}5$ значения относительного «качества» ξ' и относительного провала g более чем на 17 и 22% соответственно ниже $\xi'(\alpha\tau_{опт})$, $g(\alpha\tau_{опт})$. С другой стороны, увеличение $f_в$ выше $f_в = 1{,}0/\tau$, как видно из рис. 4, ведет к незначительному росту приведенного «качества» ξ' и относительного провала g. При $d/a_1 \geqslant 0{,}5$, $2 \leqslant \beta\tau \leqslant 16$, $0 \leqslant D/a \leqslant 1$ изменение $f_в$ от $f_в = 1{,}0/\tau$ до $f_в = 2{,}15/\tau$ практически не сказывается на увеличении ξ' и g, а значения функций $\eta_\xi(\alpha\tau)$, $\eta_g(\alpha\tau)$ при изменении $\alpha\tau$ от 6,28 до 13,5 меньше 0,1.

Узел t_1/τ, соответствующий первому максимальному значению U_1 сигнала $U_{вых}(t/\tau)$, можно рассматривать как временной сдвиг изображения на ФРУ.

Кривые на рис. 2 свидетельствуют, что в случае оптимальных режимов работы сканирующей ОЭС значения t_1/τ убывают с увеличением d/a_1, $\beta\tau$ и существует такое $d/a_1 \approx 0{,}5$, что увеличение d/a_1 выше 0,5 практически не приводит к изменению t_1/τ.

Для фиксированных $\alpha\tau \geqslant 3{,}77$, $\beta\tau \geqslant 4$ прирост значений t_1/τ не превышает 0,05, если $0 \leqslant D/a \leqslant 1$ и d/a_1 изменяется от 0,5 до 1, и менее 0,07, если $0{,}4 \leqslant D/a \leqslant 1$, а d/a_1 меняется от 0 до 1.

Из рис. 3 видно, что для фиксированных $\alpha\tau \geqslant 3{,}77$, $\beta\tau \geqslant 4$, $0{,}5 \leqslant d/a_1 \leqslant 1$ значения t_1/τ с точностью 0,02 остаются постоянными при изменении D/a от 0 до 0,6, при этом приращения t_1/τ, когда D/a меняется от 0 до 1, не превосходят 0,08.

Если t_1/τ, t_3/τ — узлы, соответствующие максимальным значениям выходного сигнала ФРУ, то величина $\Delta t = |t_3 - t_1|$ есть временной интервал между экстремумами U_1, U_3 результирующего отклика $U_{вых}(t/\tau)$, который, как показывают расчеты, не равен временному интервалу 2τ между импульсами на входе инерционного ФП для идеальной ОС приемной головки сканирующей ОЭС. Для рассматриваемой аппроксимации характеристик ОЭС величина $\nu = (2\tau - \Delta t)/2\tau$ составляет $0 \div 0{,}125$ при $\alpha\tau \geqslant 3{,}77$, $2 \leqslant \beta\tau \leqslant 16$, $0 \leqslant d/a_1 \leqslant 1$, $0 \leqslant D/a \leqslant 1$. Значения ν убывают с ростом $\alpha\tau$ и $\beta\tau$ при изменении d/a_1 и D/a в вышеуказанных пределах. Для безынерционного ФП (т. е. $\beta\tau \geqslant 16$) $\nu \in [0;\ 0{,}08]$ при $\alpha\tau \geqslant 3{,}77$, $0 \leqslant d/a_1 \leqslant 1$, $0 \leqslant D/a \leqslant 1$.

Полученные в работе результаты могут служить основанием для выбора основных параметров сканирующих оптико-электронных приборов, предназначенных для регистрации точечных объектов, на этапах их проектирования и настройки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ухов Б. В., Клочкова В. Г., Красников Д. Н., Бенза С. М.** О влиянии инерционности приемника излучения на основные параметры тепловизора.— ОМП, 1977, № 11.
2. **Куртев Н. Д., Хахин В. И.** Исследование качества тракта тепловизионной системы.— В кн.: Тепловидение/Под ред. Н. Д. Куртева. М.: МИРЭА, 1978, вып. 2.
3. **Ухов Б. В., Клочкова В. Г., Красников Д. Н., Бенза С. М.** О влиянии аберраций оптической системы на основные параметры тепловизора.— ОМП, 1978, № 11.
4. **Ухов Б. В., Бенза С. М., Красников Д. Н.** Влияние размеров записывающего пятна фоторегистрирующего устройства на основные параметры тепловизора.— ОМП, 1981, № 3.

Поступило в редакцию 16 сентября 1980 г.;
окончательный вариант — 10 декабря 1982 г.

УДК 621.373.826.396.96

Ю. Н. БУГАЕВ

(Москва)

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА ФОТОПРИЕМНИКОМ С ФЭУ

Измерение временного положения импульса приемником прямого фотодетектирования с ФЭУ имеет ряд особенностей, вызванных дискретным характером статистических распределений сигнала. Рассмотрим приемник, состоящий из ФЭУ, порогового элемента (ПЭ), схемы временной привязки (СВП) и видеоусилителя (ВУ), имеющего линейную амплитудную характеристику и импульсную характеристику, близкую к прямоугольной. Сигнал на выходе ФЭУ может быть представлен в виде потока одноэлектронных импульсов со случайной амплитудой и длительностью, которая много меньше длительности сигнального импульса. Выходное напряжение ВУ можно представить как отклик фильтра с импульсной характеристикой $h(t)$ на последовательность δ-функций, моменты появления которых случайны и обусловлены моментами появления фотоэлектронов, а амплитуда имеет распределение в соответствии с одноэлектронной характеристикой ФЭУ.

Рассмотрим два метода временной фиксации положения импульса: метод пересечения фиксированного порога и метод привязки со следящим порогом [1].

Пусть на интервале $(0, \tau)$ пришло ровно N фотоэлектронов. Предположим, что длительность импульсной характеристики ВУ равна длительности сигнального импульса $\tau_{ВУ} = \tau$, тогда момент пересечения фиксированного порога r является моментом прихода r-го фотоэлектрона при детерминированной одноэлектронной характеристике ФЭУ. Математическое ожидание, второй момент и дисперсия времени пересечения порога r соответственно равны [2]:

$$\bar{t}(r) = r\tau/(N+1), \quad M_2(r) = r(r+1)\tau^2/(N+1)(N+2), \quad \sigma^2(r) \approx r\tau^2/(N+1)^2, \tag{1}$$

где $r = U_{пор}/U_0 K$ — значение эффективного порога, U_0 — амплитуда одноэлектронного импульса, K — коэффициент усиления ВУ, $U_{пор}$ — напряжение порога.

Амплитуда одноэлектронного импульса реальных ФЭУ является случайной величиной и обычно аппроксимируется экспоненциальным законом распределения [3]. При этом случайными будут и амплитуда импульса на выходе ВУ ($U_{ВУ}$), и число фотоэлектронов, пришедших до момента пересечения порога.

Вероятность того, что амплитуда 1-го фотоэлектрона превысит порог r, равна $P(u_1 > r)$, и время пересечения определится временем прихода 1-го фотоэлектрона. Вероятность того, что порог будет превышен точно в момент прихода 2-го фотоэлектрона, равна разности вероятностей $P(u_1 + u_2 > r)$ и $P(u_1 > r)$, а момент пересечения порога определится моментом прихода 2-го фотоэлектрона в соответствии с (1). Аналогично вероятность того, что порог будет превышен в момент прихода точно m-го фотоэлектрона, равна разности вероятностей превышения порога при приходе m фотоэлектронов и после прихода $(m-1)$-го фотоэлектрона. Если на интервале пришло ровно N фотоэлектронов, то среднее время пересечения порога при условии, что он обязательно будет превышен, с учетом (1) можно записать так:

$$\bar{t}_{с}(r) = \sum_{m=1}^{N} \frac{m\tau}{(N+1)} \left[P\left(\sum_{i=1}^{m} u_i > r\right) - P\left(\sum_{i=1}^{m-1} u_i > r\right)\right]. \tag{2}$$

Здесь $u_i = U_i/K\bar{U}_0$ — нормированное значение отклика ВУ при действии i-го одноэлектронного импульса, $\bar{U}_0$ — среднее значение амплитуды одноэлектронного импульса.

Если известна плотность распределения амплитуды каждого импульса, то плотность распределения суммы импульсов является m-кратной сверткой плотностей распределения слагаемых. При экспоненциальном распределении одноэлектронного импульса суммарная амплитуда имеет распределение Эрланга m-го порядка [4]. Обозначим через $u = U_{ВУ}/K\bar{U}_0$ нормированное напряжение на выходе ВУ, и тогда плотность этого напряжения можно записать [4] в виде

$$p\left(\sum_{i=1}^{m} u_i\right) = p(u) = \exp\{-u\}\, u^{m-1}/(m-1)! \tag{3}$$

Вероятность того, что суммарная амплитуда при приходе m фотоэлектронов превысит порог r, равна

$$P\left(\sum_{i=1}^{m} u_i > r\right) = \int_r^{\infty} p(u)\, du = \frac{1}{(m-1)!}\int_r^{\infty} u^{m-1} e^{-u} du. \tag{4}$$

Среднее время пересечения порога с учетом (2)

$$\bar{t}_{с}(r) = \sum_{m=1}^{N} \frac{m\tau}{N+1}\left[\int_r^{\infty} \frac{u^{m-1}}{(m-1)!} e^{-u} du - \int_r^{\infty} \frac{u^{m-2}}{(m-2)!} e^{-u} du\right] =$$

$$= \frac{\tau e^{-r}}{N+1} \sum_{m=0}^{N-1} \frac{r^m (m+1)}{m!}. \tag{5}$$

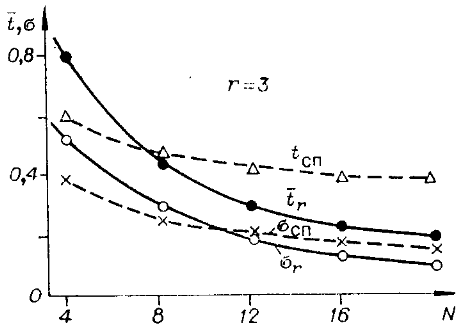
При $N \gg r$ выражение (5) можно записать так: $\bar{t}_с(r) = (r+1)\tau/(N+1)$.

Аналогично найдем выражения (при $N \gg r$) для второго момента и дисперсии времени пересечения порога:

$$M_2^{с}(r) = \frac{\tau^2 e^{-r}}{(N+1)(N+2)} \sum_{m=0}^{N-1} \frac{(m+1)(m+2)\, r^m}{m!} \approx \frac{(r+4r+2)\tau^2}{(N+1)^2} \quad \text{и}$$

$$\sigma^2(r) = (2r+1)\tau^2/(N+1). \tag{6}$$

Рассмотрим метод привязки со следящим порогом. Сигнал с выхода ВУ поступает на усилитель-ограничитель снизу с уровнем ограничения r, а затем на два плеча схемы. В первом плече он передается без изменения, а во втором — задерживается на время $\tau_{лз} = \tau$ и усиливается в два раза. Затем сигнал поступает на схему сравнения, которая вырабатывает сигнал в момент равенства напряжений в обоих плечах СВП. Обозначим через u_{1c} и u_{2c} нормированные напряжения в первом и во втором плечах схемы в момент равенства напряжений. При выбранных параметрах схемы напряжения будут равны при появлении $(N - x + 1)$-го фотоэлектрона, сдвинутого на время τ в первом плече, и при появлении x-го фотоэлектрона, задержанного во втором плече на то же время $\tau = \tau_{лз}$, при этом выполняется равенство



$$u_{1c}(N - x + 1) - r = 2[u_{2c}(x) - r],$$

или

$$u_{1c}(N - x + 1) = 2u_{2c}(x) - r. \tag{7}$$

Величины u_{1c} и u_{2c} являются случайными и равными соответственно

$$u_{1c} = \sum_{i=1}^{N-x+1} u_i, \quad u_{2c} = \sum_{i=1}^{x} u_i.$$

Условная вероятность того, что в момент равенства напряжений напряжение в первом плече достигнет величины u_{1c} точно в момент прихода $(N - x + 1)$-го фотоэлектрона, равна

$$P_c(N - x + 1/u_{1c}) = \int_{u_{1c}}^{\infty} \frac{u^{N-x}}{(N-x)!} e^{-u} du - \int_{u_{1c}}^{\infty} \frac{u^{N-x-1}}{(N-x-1)!} e^{-u} du = \frac{u_{1c}^{N-x}}{(N-x)!} e^{-u_{1c}}.$$

В силу выполнения в этот момент условия (7)

$$P_c(N - x + 1/u_{1c}) = P_c(x/u_{2c}) = \left[(2u_{2c} - r)^{N-x} e^{-2u_{2c}+r}\right] \Big/ (N-x)!$$

При этом величина u_{2c} имеет плотность распределения (с учетом (3))

$$p(u_{2c}) = p\left(\sum_{i=1}^{x} u_i\right) = \frac{u_{2c}^{x-1}}{(x-1)!} e^{-u_{2c}}. \tag{8}$$

Вероятность того, что напряжения в плечах схемы равны при появлении x-го фотоэлектрона во втором плече, можно найти как

$$P_c(x) = \int_{2r}^{\infty} P_c(x/u_{2c}) \, p_c(u_{2c}) \, du_{2c} =$$

$$= \frac{2^{-x} e^{-5r}}{(N-x)!\,(x-1)!} \left(\frac{2}{3}\right)^N \sum_{k=0}^{N-x} C_{N-x}^{k} (N-k-1)! \left(-\frac{3}{2}\right)^r \sum_{m=0}^{N-k-1} \frac{(6r)^m}{m!}. \tag{9}$$

Пусть параметры схемы выбраны так, что вероятность того, что напряжения в плечах схемы не пересекутся, пренебрежимо мала. Тогда равенство (7) может выполняться в момент прихода 1-, 2-, ..., x-, ..., N-го фотоэлектронов, при этом среднее время и второй момент времени фиксации определяются соотношениями

$$\bar{t}_{сп}(N) = \sum_{x=1}^{N} \bar{t}_c(x) P_c(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^N e^r \frac{\tau}{(N+1)} \sum_{x=1}^{N} \frac{x 2^{-x}}{(N-x)!(x-1)!} A(N, x), \tag{10}$$

$$M_{сп}^2(N) \approx \left(\frac{2}{3}\right)^N \frac{\tau^2 e^r}{(N+1)^2} \sum_{x=1}^{N} \frac{x(x+1) 2^{-x}}{(N-x)!(x-1)!} A(N, x),$$

где $A(N, x) = \sum_{k=0}^{N-x} C_{N-x}^{k} \left(-\frac{3r}{2}\right)^k \Gamma(N-k, 6r)$, а $\Gamma(x, y)$ неполная гамма-функция. При $N \gg r$ выражения для среднего времени и дисперсии момента фиксации упрощаются:

$$\overline{t}_{\text{сп}} \approx ((N+r+2)/3(N+1))\,\tau, \;\; \sigma^2_{\text{сп}} \approx ((4(N+r)+7)/9(N+1)^2)\,\tau^2.$$

Зависимости среднего времени и СКО времени фиксации от числа пришедших на интервале $(0, \tau)$ фотоэлектронов для двух методов измерения временного положения импульса приведены на рисунке.

Предложенная методика позволяет проводить оценку точности определения временного положения импульса фотоприемником с ФЭУ при различных методах фиксации временного положения импульса с учетом реальных флуктуаций одноэлектронной характеристики ФЭУ и статистического характера сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мелешко Е. А.** Интегральные схемы в наносекундной ядерной электронике.— М.: Атомиздат, 1977.
2. **Богомолов А. А., Бугаев Ю. Н., Суетенко А. В.** Оценка точности определения временного положения светового импульса фотоприемником.— В кн.: Импульсная фотометрия. Л.: Машиностроение, 1979, вып. 6.
3. **Перцев А. Н., Писаревский А. Н.** Одноэлектронные характеристики ФЭУ и их применение.— М.: Атомиздат, 1971.
4. **Кокс Д. Р., Смит В. Л.** Теория восстановления: Пер. с англ./Под ред. Ю. К. Беляева.— М.: Сов. радио, 1967.

Поступило в редакцию 29 мая 1980 г.

УДК 681.325 : 625.376

В. Н. СИДЕЛЬНИКОВ, Р. Р. ХАМИТОВ

(Москва)

О ГРАНИЦАХ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

В задачах распознавания образов с помощью байесовских классификаторов, как правило, весьма сложен аналитический расчет вероятности ошибочной классификации P_e и важное значение приобретает поиск соотношений, задающих ее нижнюю и верхнюю границы. Эти границы должны определять возможности классификатора в зависимости от конфигурации и числа m эталонных образов (классов) $J_r(s)$, априорного распределения вероятностей этих образов P_r $(r = 1, \ldots, m)$ и условных распределений наблюдений $\mathcal{J}(s)$ (s — пространственная или временная переменная).

В литературе, посвященной этому вопросу, приводятся обычно соотношения для $m = 2$, а для $m > 2$ известны лишь верхние границы вероятности ошибочной классификации [1, 2]. Общий интерес к нахождению удобных соотношений для верхних границ обусловлен необходимостью наличия критерия оптимальности для поиска систем эффективных признаков [3, 4]. Однако для разработчиков систем распознавания весьма важной задачей становится получение двусторонних соотношений для P_e при $m > 2$. Так как нахождение границ для двухклассовой задачи обычно проще, чем для многоклассовой, то желательно, чтобы эти соотношения выражались через соотношения для границ при $m = 2$.

Пусть заданы границы для вероятности ошибочной классификации при $m = 2$:

$$g_{\text{н}}(P_1,\ P_2,\ \rho_{12}) \leqslant P_e \leqslant g_{\text{в}}(P_1,\ P_2,\ \rho_{12}), \tag{1}$$

где ρ_{12} — некоторая мера сходства образов $J_1(s)$ и $J_2(s)$, зависящая от условных распределений вероятностей $\mathcal{J}(s)$.

Для получения границ вероятности ошибки при $m > 2$ рассмотрим

$$A_{qr} = \{\mathcal{J}(s) : P[J_q(s) \,|\, \mathcal{J}(s)] \geqslant \Gamma[J_r(s) \,|\, \mathcal{J}(s)]\}$$

— множество наблюдений $\mathcal{J}(s)$, для которых в соответствии с оптимальным байесовским алгоритмом принимаем решение в пользу образа $J_q(s)$ против $J_r(s)$, а $P[J_q(s) \,|\, \mathcal{J}(s)]$ и $P[J_r(s) \,|\, \mathcal{J}(s)]$ — апостериорные вероятности образов $J_q(s)$ и $J_r(s)$. Пусть далее имеет место $J_r(s)$, тогда в соответствии с [4] для верхней границы получим

$$P_{e,r} = P\left\{\bigcup_{\substack{q=1\\q\neq r}}^{m} A_{qr} \,\middle|\, J_r(s)\right\} \leqslant \sum_{\substack{q=1\\q\neq r}}^{m} P\left\{A_{qr} \,|\, J_r(s)\right\}$$