6. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций.— М.: Наука, 1980.
7. **Васильев Ф. П.** Численные методы решения экстремальных задач.— М.: Наука, 1980.
8. **Воскобойников Ю. Е.** Критерий и алгоритмы выбора параметра при сглаживании сплайн-функциями.— В кн.: Алгоритмы обработки и средства автоматизации теплофизического эксперимента. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1978.
9. **Golub H. G., Heath M.** Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter.— Technometrics, 1979, vol. 21, N 2, p. 215—223.
10. **Воскобойников Ю. Е.** Комплекс программ для сглаживания и дифференцирования экспериментальных данных при помощи B-сплайнов.— В кн.: Алгоритмические и аппаратурные средства переработки информации. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1981.

Поступила в редакцию 6 января 1982 г.

УДК 621.391.1 : 519.246

Н. Г. ЧЕРНОГУЗ

(Баку)

ОТБРАКОВКА АНОМАЛЬНЫХ ОШИБОК С ПОМОЩЬЮ СТОХАСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Существующие подходы к анализу применяемых в информационно-измерительных системах разностных алгоритмов отбраковки аномальных ошибок [1, 2] допускают определенное упрощение задачи и поэтому не дают достаточно полного представления об их эффективности. Целью настоящей работы является анализ алгоритма отбраковки аномальных ошибок при измерении центрированного нормального марковского случайного процесса $\{y_n\}$, $n=0, 1, 2, \ldots$, описываемого стохастическим разностным уравнением авторегрессии 1-го порядка [3]:

$$y_n = \rho y_{n-1} + v_n, \tag{1}$$

где $\rho = E[y_n y_{n-1}]/\sigma_y^2$, $\sigma_y^2 = D[y_n]$ ($E[\ ]$ — знак математического ожидания, $D[\ ]$ — дисперсии), $\{v_n\}$ — «белый» гауссов шум.

Рассмотрим аномальные ошибки как стационарный пуассоновский поток импульсов, имеющих величину λ и среднюю частоту ν, причем при появлении аномальной ошибки результат измерения x_n принимает значение $y_n' = y_n + \lambda$, а при ее отсутствии $x_n = y_n$.

Алгоритм отбраковки аномальных ошибок заключается в том, что для проверяемого в текущий момент наблюдения x_n вычисляется прогноз $\hat{y}_n = \varphi z_{n-1}$, где z_{n-1} — результат проверки предыдущего наблюдения (причем в общем случае $\varphi \neq \rho$); и если абсолютная величина ошибки прогноза $u_n = x_n - \hat{y}_n$ превышает некоторый допустимый порог, то проверяемое наблюдение x_n заменяется своим прогнозом, т. е. $z_n = \varphi z_{n-1}$, в противном случае $z_n = x_n$.

Пользуясь установившейся для задачи отбраковки терминологией [2], рассмотрим процесс принятия решения при проверке наблюдения x_n как проверку гипотезы $H_0: x_n = y_n'$ против альтернативы H_1: $x_n = y_n$. Ошибка в принятии решения при этом характеризуется двумя условными вероятностями: вероятностью пропуска аномальной ошибки $P(H_1|H_0)$ и вероятностью ложной отбраковки $P(H_0|H_1)$. Качество алгоритма отбраковки можно характеризовать, например, полной вероятностью ошибочных решений [4]

$$L = P(H_1 | H_0) P_{H_0} + P(H_0 | H_1) P_{H_1}, \tag{2}$$

где $P_{H_0}=\nu$ и $P_{H_1}=1-\nu$ — априорные вероятности недостоверных и достоверных наблюдений соответственно. Отметим, что $L_1=P(H_1|H_0)P_H$ есть безусловная вероятность пропуска аномальной ошибки, а $L_2=P(H_0|H_1)P_{H_1}$ — безусловная вероятность ложной отбраковки.

Однако непосредственное вычисление $P(H_1|H_0)$ и $P(H_0|H_1)$ в задаче отбраковки оказывается затруднительным. Проанализируем поведение дисперсии ошибки прогноза u_n в процессе работы алгоритма. Заметим, что если предыдущее наблюдение не отбраковано, то $z_{n-1}=x_{n-1}$ и $D[u_n]=\sigma_y^2[1-\rho^2+(\varphi-\rho)^2]$. Если x_{n-1} отбраковано и для прогноза в качестве опорного наблюдения используется x_{n-2}, т. е. $z_{n-1}=\varphi x_{n-2}$, то тогда $D[u_n]=D[y_n-\varphi^2 y_{n-2}]=\sigma_y^2[1-\rho^4+(\varphi^2-\rho^2)^2]$. Далее, если $i-1$ предыдущих наблюдений подряд отбракованы, то $z_{n-1}=\varphi^{i-1}x_{n-i}$ и

$$D[u_n]=\sigma_y^2\left[1-\rho^{2i}+\left(\varphi^i-\rho^i\right)^2\right]=\sigma_y^2 t^2(i,\varphi,\rho), \tag{3}$$

где $t^2(i,\varphi,\rho)=1-\rho^{2i}+(\varphi^i-\rho^i)^2$.

Таким образом, дисперсия ошибки прогноза может в процессе отбраковки меняться, что необходимо учитывать при формировании порога отбраковки.

Предположим, что для гипотезы H_0 принят уровень значимости α. Для того чтобы фактический уровень значимости при обработке не менялся, порог должен возрастать или убывать в соответствии с (3). Сам алгоритм отбраковки при этом принимает вид

$$\begin{gathered} z_n=\varphi z_{n-1},\quad i=i+1;\\ |x_n-\varphi z_{n-1}| \gtrless h\sigma_y t(i,\varphi,\rho);\\ z_n=x_n,\quad i=1, \end{gathered} \tag{4}$$

где коэффициент h устанавливается в соответствии с α.

В свою очередь, смещение ошибки прогноза $E[u_n]$ зависит от достоверности опорного и проверяемого измерений, а также от величины упреждения при прогнозе i и определяется одним из следующих соотношений:

$$E[y_n-\varphi^i y_{n-i}]=0, \tag{5}$$

$$E\left[y_n'-\varphi^i y_{n-i}\right]=\lambda, \tag{6}$$

$$E\left[y_n-\varphi^i y_{n-i}'\right]=-\varphi^i\lambda, \tag{7}$$

$$E\left[y_n'-\varphi^i y_{n-i}'\right]=\left(1-\varphi^i\right)\lambda. \tag{8}$$

Таким образом, в процессе отбраковки ошибка прогноза $u_n=x_n-\widehat{y}_n$ распределена по нормальному закону, параметры которого изменяются на каждом шаге в соответствии с (3) и (5)—(8) случайным образом. Поэтому дальнейший анализ будет строиться с помощью условных вероятностей $P(H_c|H_d,\widehat{y}_n)$ принятия гипотезы H_c, в то время как верна гипотеза H_d, c, $d=0{,}1$, а прогноз имеет величину $\widehat{y}_n$ (где $\widehat{y}_n=\varphi^i y_{n-i}$ или $y_n=\varphi^i y_{n-i}'$). Указанные вероятности можно легко определить через соотношения (3), (5)—(8) и интеграл Лапласа $F(b)=(2\pi)^{-1/2}\int\limits_{-\infty}^{b}\times$ $\times\exp(-u^2/2)\,du$. Так, при принятии гипотезы H_1

$$\begin{gathered} P(H_1|H_d,\widehat{y}_n)=F\{(hD^{1/2}[u_n]-E[u_n])/D^{1/2}[u_n]\}-\\ -F\{(-hD^{1/2}[u_n]-E[u_n])/D^{1/2}[u_n]\},\ d=0{,}1. \end{gathered}$$

В частности, для $P(H_1|H_0,\varphi^i y_{n-i})$, учитывая (3) и (6),

$$\begin{gathered} P(H_1|H_0,\varphi^i y_{n-i})=F\{h-\lambda/\sigma_y t(i,\varphi,\rho)\}-F\{-h-\lambda/\sigma_y t(i,\varphi,\rho)\}=\\ =\Phi_h[\theta/t(i,\varphi,\rho)], \end{gathered} \tag{9}$$

где $\Phi_h(b)=F(h-b)-F(-h-b)$ и $\theta=\lambda/\sigma_y$.

Еще для трех случаев принятия гипотезы H_1 соответственно имеем:

$$P\left(H_1 \mid H_0,\ \varphi^i y'_{n-i}\right) = \Phi_h\left[\theta\left(1-\varphi^i\right)/t\left(i,\ \varphi,\ \rho\right)\right], \tag{10}$$

$$P(H_1 | H_1,\ \varphi^i y_{n-i}) = \Phi_h(0), \tag{11}$$

$$P\left(H_1 \mid H_1,\ \varphi^i y'_{n-i}\right) = \Phi_h\left[\varphi^i\theta/t\left(i,\ \varphi,\ \rho\right)\right]. \tag{12}$$

Условные вероятности для четырех случаев принятия H_0 находятся из очевидного соотношения

$$P(H_c | H_d,\ \widehat{y}_n) = 1 - P(H_d | H_d,\ \widehat{y}_n), \quad c,\ d = 0,\ 1. \tag{13}$$

На основании полученных выражений можно построить удобную схему вероятностного анализа. Основная идея схемы заключается в представлении процедуры отбраковки в виде однородной цепи Маркова. Заметим, что вероятность использования прогнозов на i шагов быстро уменьшается с ростом i. Вследствие этого можно ограничиться некоторым конечным числом шагов k, считая вероятности больших i равными нулю. Теперь представим работу алгоритма в виде последовательности состояний, заданных следующим образом. Обозначим через i (или $k+i$) состояние, при котором отбраковано подряд $i-1$ предыдущих измерений и $\widehat{y}_n = \varphi^i y_{n-i}$ (или $\widehat{y}_n = \varphi^i y'_{n-i}$). Общее число таких состояний равно $2k$. Заметим, что из любого состояния i или $k+i$ возможны только следующие переходы: при отбраковке текущего измерения — в состояние $i+1$ или $k+i+1$ соответственно, а при пропуске текущего измерения — либо в состояние 1, если пропущено достоверное измерение, либо в состояние $k+1$, если пропущена аномальная ошибка. Обозначая вероятность перехода из состояния i в состояние j через P_{ij}, получим

$$\left.\begin{aligned} P_{i,i+1} &= P\left(H_0 \mid H_0,\ \varphi^i y_{n-i}\right)\nu + P\left(H_0 \mid H_1,\ \varphi^i y_{n-i}\right)(1-\nu), \\ P_{k+i,k+i+1} &= P\left(H_0 \mid H_0,\ \varphi^i y'_{n-i}\right)\nu + P\left(H_0 \mid H_1,\ \varphi^i y'_{n-i}\right)(1-\nu), \end{aligned}\right\} i = 1,\ 2,\ \ldots,\ k-1;$$

$$\left.\begin{aligned} P_{i,1} &= P\left(H_1 \mid H_1,\ \varphi^i y_{n-i}\right)(1-\nu), \\ P_{i,k+1} &= P\left(H_1 \mid H_0,\ \varphi^i y_{n-i}\right)\nu, \\ P_{k+i,1} &= P\left(H_1 \mid H_1,\ \varphi^i y'_{n-i}\right)(1-\nu), \\ P_{k+i,k+1} &= P\left(H_1 \mid H_0,\ \varphi^i y'_{n-i}\right)\nu, \end{aligned}\right\} i = 1,\ 2,\ \ldots,\ k. \tag{14}$$

Описанная совокупность состояний представляет собой однородную цепь Маркова. Для каждого из $2k$ состояний переходные вероятности (14) образуют полную систему событий: все остальные переходы невозможны в соответствии со способом определения данной цепи. В итоге матрица переходных вероятностей $(P_{i,j})$, $i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ 2k$, принимает такой вид:

$$(P_{i,j}) = \begin{pmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & & 0 & P_{1,k+1} & & & \\ P_{2,1} & & P_{2,3} & & P_{2,k+1} & & 0 & \\ \vdots & & & \ddots & \vdots & & & \\ P_{k-1,1} & & & P_{k-1,k} & P_{k-1,k+1} & & & \\ P_{k,1} & & & & P_{k,k+1} & & & \\ P_{k+1,1} & & & & P_{k+1,k+1} & P_{k+1,k+2} & & \\ \vdots & & 0 & & \vdots & & \ddots & \\ P_{2k,1} & & & & P_{2k-1,k+1} & & 0 & P_{2k-1,2k} \\ P_{2k,1} & & & & P_{2k,k+1} & & & \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Стационарное распределение вероятностей состояний однородной цепи Маркова $\{P_i^{(k)}\}$, $i=1, 2, \ldots, 2k$, может быть найдено с помощью системы уравнений Чепмена — Колмогорова [5]:

$$\sum_{i=1}^{2k} P_i^{(k)} P_{i,j} = P_j, \quad j = 1, 2, \ldots, 2k. \tag{16}$$

Решение системы (16) обычными методами при больших k было бы связано с определенными вычислительными трудностями. Однако, учитывая вид матрицы (15), можно свести решение к простому рекуррентному алгоритму. Добавляя к (16) нормирующее соотношение

$$\sum_{i=1}^{2k} P_i^{(k)} = 1, \tag{17}$$

получим следующие уравнения относительно $P_1^{(k)}$ и $P_{k+1}^{(k)}$:

$$P_1^{(k)}(1 - P_{1,1} - P_{1,2}P_{2,1} - P_{1,2}P_{2,3}P_{3,1} - \ldots - P_{1,2}P_{2,3}\ldots P_{k-1,k}P_{k,1}) =$$
$$= P_{k+1}^{(k)}(P_{k+1,1} + P_{k+1,k+2}P_{k+2,1} + P_{k+1,k+2}P_{k+2,k+3}P_{k+3,1} + \ldots$$
$$\ldots + P_{k+1,k+2}P_{k+2,k+3}\ldots P_{2k-1,2k}P_{2k,1}); \tag{18}$$

$$P_1^{(k)}(P_{1,k+1} + P_{1,2}P_{2,k+1} + P_{1,2}P_{2,3}P_{3,k+1} + \ldots + P_{1,2}P_{2,3}\ldots P_{k-1,k}P_{k,k+1}) =$$
$$= P_{k+1}^{(k)}(1 - P_{k+1,k+1} - P_{k+1,k+2}P_{k+2,k+1} - P_{k+1,k+2}P_{k+2,k+3}P_{k+3,k+1} - \ldots$$
$$\ldots - P_{k+1,k+2}P_{k+2,k+3}\ldots P_{2k-1,2k}P_{2k,k+1}); \tag{19}$$

$$P_1^{(k)}(1 + P_{1,2} + P_{1,2}P_{2,3} + \ldots + P_{1,2}P_{2,3}\ldots P_{k-1,k}) + P_{k+1}^{(k)}(1 + P_{k+1,k+2} +$$
$$+ P_{k+1,k+2}P_{k+2,k+3} + \ldots + P_{k+1,k+2}P_{k+2,k+3}\ldots P_{2k-1,2k}) = 1. \tag{20}$$

Введем обозначения:

$$M_1^{(k)} = \begin{cases} 1, & k=1; \\ \prod_{i=2}^{k} P_{i-1,i}, & k>1; \end{cases} \quad M_2^{(k)} = \begin{cases} 1, & k=1; \\ \prod_{i=2}^{k} P_{k+i-1,k+i}, & k>1; \end{cases} \tag{21}$$

$$S_1^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} P_{i,1}M_1^{(i)}; \quad S_2^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} P_{k+i,1}M_2^{(i)}; \tag{22}$$

$$S_3^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} P_{i,k+1}M_1^{(i)}; \quad S_4^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} P_{k+i,k+1}M_2^{(i)}; \tag{23}$$

$$S_5^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} M_1^{(i)}; \quad S_6^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} M_2^{(i)}; \tag{24}$$

$$G_1^{(k)} = S_5^{(k)}S_2^{(k)} + \left(1 - S_1^{(k)}\right)S_6^{(k)}; \tag{25}$$

$$G_2^{(k)} = S_6^{(k)}S_3^{(k)} + \left(1 - S_4^{(k)}\right)S_5^{(k)}. \tag{26}$$

С учетом (21)—(26) из (18)—(20) получаем

$$P_1^{(k)} = S_2^{(k)}/G_1^{(k)}, \tag{27}$$

$$P_{k+1}^{(k)} = S_3^{(k)}/G_2^{(k)}. \tag{28}$$

Соотношения (27), (28) совместно с (25), (26) и выражениями

$$M_1^{(k)} = M_1^{(k-1)}P_{k-1,k}, \quad M_2^{(k)} = M_2^{(k-1)}P_{2k-1,2k}, \tag{29}$$

$$S_1^{(k)} = S_1^{(k-1)} + P_{k,1}M_1^{(k)}, \quad S_2^{(k)} = S_2^{(k-1)} + P_{2k,1}M_2^{(k)}, \tag{30}$$

$$S_3^{(k)} = S_3^{(k-1)} + P_{k,k+1}M_1^{(k)}, \quad S_4^{(k)} = S_4^{(k-1)} + P_{2k,k+1}M_2^{(k)}, \tag{31}$$

$$S_5^{(k)} = S_5^{(k-1)} + M_1^{(k)}; \quad S_6^{(k)} = S_6^{(k-1)} + M_2^{(k)} \tag{32}$$

образуют рекуррентный по k алгоритм для вычисления $P_1^{(k)}$ и $P_{k+1}^{(k)}$.

Очевидно, что алгоритм сходится. Так, для $S_1^{(k)}$, например, имеем

$$S_1 = \lim_{k\to\infty} S_1^{(k)} = \lim_{k\to\infty} \sum_{i=1}^{k} P_{i,1} M_1^{(i)} = P_{1,1} + \lim_{k\to\infty} \sum_{i=2}^{k} P_{i,1} M_1^{(i)} < P_{1,1} +$$

$$+ \lim_{k\to\infty} \sum_{i=2}^{k} P_{i,1} q^i < P_{1,1} + \lim_{k\to\infty} \sum_{i=2}^{k} q^i < \infty,$$

где $q = \max\{P_{i-1,\, i}\} < 1$, $i = 2, 3, \ldots$ Аналогичным образом можно показать сходимость и для величин $S_2^{(k)}$, $S_3^{(k)}$, $S_4^{(k)}$, $S_5^{(k)}$ и $S_6^{(k)}$. Подставляя соответствующие пределы в (25), (26), получим предельные значения $G_1^{(k)}$ и $G_2^{(k)}$, а затем, переходя к (27), (28), пределы искомых вероятностей $P_1^{(k)}$ и $P_{k+1}^{(k)}$. Пусть

$$P_i = \lim_{k\to\infty} P_i^{(k)}, \quad P_i^* = \lim_{k\to\infty} P_{k+i}^{(k)}, \quad i = 1, 2, 3, \ldots, k. \tag{33}$$

Вероятности $\{P_i, P_i^*\}$, $i = 2, 3, \ldots,$ можно найти по формулам

$$P_i = P_1 M_1^{(i)}, \quad P_i^* = P_1^* M_2^{(i)}. \tag{34}$$

Теперь вычислим через полученные величины значение вероятности L, задаваемое соотношением (2). Полная вероятность ложной отбраковки $L_2^{(k)}$ с учетом $2k$ состояний имеет вид

$$L_2^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} \left[P_i^{(k)} P(H_0 | H_1, \varphi^i y_{n-i})(1-\nu) + P_{k+i}^{(k)} P\left(H_0 | H_1, \varphi^i y'_{n-i}\right)(1-\nu)\right]. \tag{35}$$

Учитывая, что $P(H_0|H_1, \varphi^i y_{n-i})(1-\nu) = [1 - P(H_1|H_1, \varphi^i y_{n-i})](1-\nu) = 1 - \nu - P(H_1|H_1, \varphi^i y_{n-i})(1-\nu) = 1 - \nu - P_{i,1}$ и аналогично что $P\left(H_0|H_1, \varphi^i y'_{n-1}\right)(1-\nu) = 1 - \nu - P_{k+i,1}$, а также принимая во внимание (17) и (16), получим

$$L_2^{(k)} = \sum_{i=1}^{k} \left[P_i^{(k)}(1 - \nu - P_{i,1}) + P_{k+i}(1 - \nu - P_{k+i,1})\right] =$$

$$= (1-\nu) \sum_{i=1}^{k} \left(P_i^{(k)} + P_{k+i}^{(k)}\right) - \sum_{i=1}^{k} \left(P_i^{(k)} P_{i,1} + P_{k+i}^{(k)} P_{k+i,1}\right) = 1 - \nu - P_1^{(k)}. \tag{36}$$

Таким образом, полная вероятность ложной отбраковки L_2 — это просто разность между априорной вероятностью достоверных измерений P_{H_1} и безусловной вероятностью их пропуска, соответствующей P_1. Аналогичным образом можно найти и безусловную вероятность пропуска аномальных ошибок L_1, которая соответствует вероятности P_1^*:

$$L_1 = P_1^*. \tag{37}$$

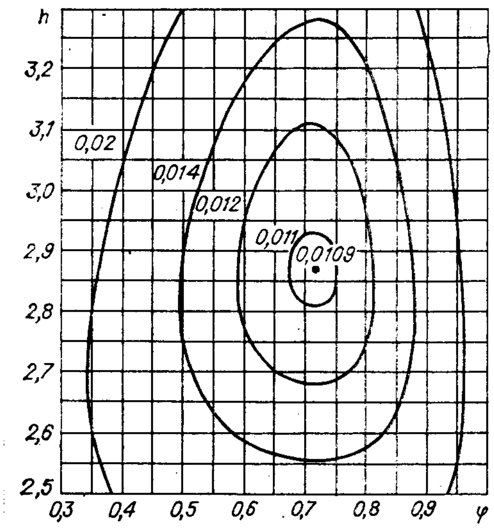
В итоге

$$L = L_1 + L_2 = P_1^* + 1 - \nu - P_1. \tag{38}$$

При расчетах оценки L быстро сходятся. Так, например, для случая, когда $\rho = 0{,}8$, $\varphi = 0{,}65$, $\theta = 3$, $h = 3$ и $\nu = 0{,}1$, за 7 итераций достигается точность порядка 10^{-4} (см. таблицу).

k	1	2	3	4	5	6	7
$L^{(k)}$	0,4574	0,0684	0,0454	0,0431	0,0429	0,0428	0,0428

Сходимость еще более улучшается при уменьшении φ, ρ, ν или θ; необходимая точность при этом может быть достигнута всего за 2—3 итерации. С ростом указанных величин сходимость ухудшается, однако поскольку объем вычислений связан с числом итераций k линейно, то это всегда позволяет достичь «разумной» с вычислительной точки зрения точности.



Необходимо подчеркнуть, что рассмотренная схема вероятностного анализа применима (в отличие от упрощенных способов [1, 2]) и для таких условий, когда сама отбраковка, казалось, теряет смысл, например, при очень малых θ или при больших ν. Тем не менее вероятность принятия ложного решения L можно достаточно точно оценить и для таких случаев и, что самое главное, соответствующим выбором φ и h свести к минимуму. При этом достигаемый выигрыш может оказаться весьма существенным, а L может достичь приемлемой для практики величины.

В качестве конкретного примера приведем рассчитанные описанным выше способом значения L (см. рисунок) при $\rho = 0{,}8$, $\theta = 3$ и $\nu = 0{,}1$. Здесь минимальное значение $L \approx 0{,}0109$ достигается при $\varphi \approx 0{,}72$ и $h \approx 2{,}875$. Для сравнения отметим, что при $\varphi = 1$ (что соответствует часто используемому при коррелированных измерениях конечно-разностному алгоритму отбраковки) и $h = 3$ (правило «три сигма») величина L увеличивается почти в три раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Голубков В. С., Коротаев В. П.** Отбраковка недостоверных результатов телеизмерений.— Метрология, 1973, № 2.
2. **Новоселов О. Н., Фомин А. Ф.** Основы теории и расчета информационно-измерительных систем.— М.: Машиностроение, 1980.
3. **Бокс Дж., Дженкинс Г.** Анализ временных рядов. Прогноз и управление.— М.: Мир, 1974.
4. **Ван Трис Г.** Теория обнаружения оценок и модуляции.— М.: Сов. радио, 1972, т. 1.
5. **Розанов Ю. А.** Лекции по теории вероятностей.— М.: Наука, 1968.

Поступила в редакцию 13 августа 1979 г.;
окончательный вариант — 22 мая 1980 г.

УДК 621.398 : 621.391.274

А. Л. АЛИМОВ, А. Е. ЩАДИЛОВ

(Ленинград)

ОПТИМАЛЬНОЕ АДАПТИВНОЕ СЖАТИЕ ЦИФРОВЫХ СООБЩЕНИЙ ПО АЛГОРИТМУ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

При цифровой телеметрии статистически плохо определенного процесса обычно наблюдается информационная избыточность потока дискретных отсчетов контролируемого параметра. Для устранения избыточности, сжатия сообщений применяются специальные алгоритмические и