

Сходимость еще более улучшается при уменьшении φ , ρ , ν или θ ; необходимая точность при этом может быть достигнута всего за 2—3 итерации. С ростом указанных величин сходимость ухудшается, однако поскольку объем вычислений связан с числом итераций k линейно, то это всегда позволяет достичь «разумной» с вычислительной точки зрения точности.

Необходимо подчеркнуть, что рассмотренная схема вероятностного анализа применима (в отличие от упрощенных способов [1, 2]) и для таких условий, когда сама отбраковка, казалось, теряет смысл, например, при очень малых θ или при больших ν .

Тем не менее вероятность принятия ложного решения L можно достаточно точно оценить и для таких случаев и, что самое главное, соответствующим выбором φ и h свести к минимуму. При этом достигаемый выигрыш может оказаться весьма существенным, а L может достигнуть приемлемой для практики величины.

В качестве конкретного примера приведем рассчитанные описанным выше способом значения L (см. рисунок) при $\rho = 0,8$, $\theta = 3$ и $\nu = 0,4$. Здесь минимальное значение $L \approx 0,0109$ достигается при $\varphi \approx 0,72$ и $h \approx 2,875$. Для сравнения отметим, что при $\varphi = 1$ (что соответствует часто используемому при коррелированных измерениях конечно-разностному алгоритму отбраковки) и $h = 3$ (правило «три сигма») величина L увеличивается почти в три раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубков В. С., Коротаев В. П. Отбраковка недостоверных результатов телеизмерений.— Метрология, 1973, № 2.
2. Новоселов О. Н., Фомин А. Ф. Основы теории и расчета информационно-измерительных систем.— М.: Машиностроение, 1980.
3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление.— М.: Мир, 1974.
4. Ван Трие Г. Теория обнаружения оценок и модуляции.— М.: Сов. радио, 1972, т. 1.
5. Розанов Ю. А. Лекции по теории вероятностей.— М.: Наука, 1968.

Поступила в редакцию 13 августа 1979 г.;
окончательный вариант — 22 мая 1980 г.

УДК 621.398 : 621.391.274

А. Л. АЛИМОВ, А. Е. ЩАДИЛОВ

(Ленинград)

ОПТИМАЛЬНОЕ АДАПТИВНОЕ СЖАТИЕ ЦИФРОВЫХ СООБЩЕНИЙ ПО АЛГОРИТМУ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

При цифровой телеметрии статистически плохо определенного процесса обычно наблюдается информационная избыточность потока дискретных отсчетов контролируемого параметра. Для устранения избыточности, сжатия сообщений применяются специальные алгоритмические и

технические средства [1, 2], подробная их классификация приведена в [3]. В [1, 2] указано, что при минимуме априорных сведений о телеметрируемом процессе эффективным способом сжатия является аппроксимация поступающих отсчетов функциями простейшего вида: ступенчатыми либо кусочно-линейными.

В данной работе излагается адаптивный алгоритм сжатия, в котором кусочно-линейная аппроксимация, использующая критерий максимального уклонения, предусматривает минимизацию числа сообщений на всем временном участке наблюдения.

1. Постановка задачи. Информация о телеметрируемом процессе представлена на интервале времени $[0, T]$ сигналом датчика $V(t)$. Упорядоченный набор $2N$ величин $t_i, V_i, i = \overline{1, N}$, где t_i — дискретные моменты опроса датчика, V_i — соответствующие этим моментам отсчеты:

$$V_i = V(t_i), \quad t_{i+1} > t_i, \quad t_1 = 0, \quad t_N = T, \quad (1)$$

последовательно подается в устройство сжатия. В нем должно быть в реальном масштабе времени сформировано приближенное представление $\tilde{V}(t)$ сигнала $V(t)$, определяемое набором $2n$ величин $\tilde{t}_j, \tilde{V}_j, j = \overline{1, n}$, где \tilde{t}_j — новые (опорные) моменты времени, \tilde{V}_j — новые (опорные) отсчеты:

$$\tilde{V}_j = \tilde{V}(\tilde{t}_j), \quad \tilde{t}_{j+1} > \tilde{t}_j, \quad \tilde{t}_1 = 0, \quad \tilde{t}_n = T. \quad (2)$$

Функция $\tilde{V}(t)$ считается по определению непрерывной, линейной на каждом отрезке $[\tilde{t}_j; \tilde{t}_{j+1}], j = \overline{1, n-1}$.

Задаются неотрицательные функции $\delta_1(t), \delta_2(t)$, характеризующие в каждый момент опроса $t_i, i = \overline{1, N}$, максимально допустимое искажение сигнала $V(t)$ в устройстве сжатия:

$$\tilde{V}(t_i) \in [V(t_i) - \delta_1(t_i); V(t_i) + \delta_2(t_i)], \quad i = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Вычисление значений $\delta_1(t_i), \delta_2(t_i)$ может быть как регулярным, так и адаптивным, например учитывающим поведение $V(t)$ в предыдущих моментах t_{i-1}, t_{i-2}, \dots . В простейшем случае $\delta_1(t) = \delta_2(t) = \varepsilon = \text{const}$.

Сжатие выражается в том, что количество величин в новом описании (2) сигнала датчика оказывается меньше, чем количество величин в исходном описании (1): $2n < 2N$. Эффективность сжатия оценивается коэффициентом сжатия $K_{\text{сж}} = N/n$. При фиксированном числе N моментов опроса достижение максимальной эффективности сжатия $K_{\text{сж}} \rightarrow \max$ связано с выполнением условия минимальности числа опорных отсчетов:

$$n \rightarrow \min. \quad (4)$$

Необходимо построить алгоритм перехода от исходного представления (1) сигнала $V(t)$ к новому представлению (2), обеспечивающий при соблюдении (3) оптимальность сжатия, т. е. выполнение условия (4).

Подчеркнем, что по условиям задачи в качестве опорных моментов допустимо использовать произвольные моменты времени из отрезка $[0; T]$, а не только моменты опроса, как обычно принято [1, 2].

2. Геометрическая интерпретация. На плоскости t, V поставим в соответствие моментам опроса $t_i, i = \overline{1, N}$, вертикальные отрезки $L_i, i = \overline{1, N}$ (рис. 1), определяемые соотношением

$$L_i = \{(t, V) : t = t_i, V \in [V_i - \delta_1(t_i); V_i + \delta_2(t_i)]\}.$$

График искомой функции $\tilde{V}(t)$ на плоскости t, V — это ломаная с узлами $(\tilde{t}_j, \tilde{V}_j), j = \overline{1, n}$, пересекающая в силу (3) при каждом $t = t_i$ соответствующий отрезок $L_i, i = \overline{2, N-1}$. Начальный и конечный узлы ломаной расположены на отрезках L_1 и L_N соответственно:

$$(\tilde{t}_1, \tilde{V}_1) \in L_1, \quad (\tilde{t}_n, \tilde{V}_n) \in L_N.$$

Условие (4) означает, что указанная ломаная должна иметь минимум звеньев.

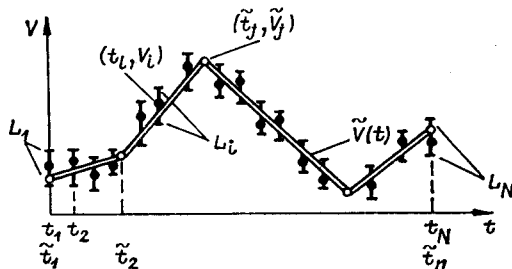


Рис. 1.

точное положение узла в пределах найденного отрезка.

Расчет ломаной организован по схеме итераций; на итерации с номером j реализуются две процедуры: сначала определяется отрезок H_{j+1} , далее в полученном на предыдущей итерации отрезке H_j фиксируется узел $(\tilde{t}_j, \tilde{V}_j)$ как результат пересечения H_j с прямой, на которой лежит H_{j+1} . В качестве исходного отрезка H_1 используется отрезок L_1 .

Принцип формирования отрезков H_j , $j = 2, n$, можно проиллюстрировать процессом распространения световых лучей в плоской области с препятствиями. Аналогия с геометрической оптикой в данном случае удобна с точки зрения компактности изложения и его наглядности.

Обозначим через M_i , $i = \overline{1, N}$, вертикальные прямые $t = t_i$ (очевидно, $L_i \subset M_i$), а через D — часть плоскости t, V , задаваемую соотношением

$$D = \{(t, V): t \in (t_1; t_N], V \in (-\infty, \infty)\} \setminus \bigcup_{i=2}^{N-1} (M_i \setminus L_i).$$

Опишем первую итерацию. Представим себе, что отрезок H_1 (т. е. отрезок L_1) — это источник света, распространяющегося в плоскости t, V , прямые M_i , $i = \overline{2, N}$ — препятствия на пути света, отрезки L_i , $i = \overline{2, N-1}$ — отверстия в препятствиях. Область D состоит из двух частей: освещенной области $D_1^{\text{осв}}$ и области тени D_1^{T} (рис. 2).

В том случае когда хотя бы одна точка отрезка L_N попадает в $D_1^{\text{осв}}$, существует, по крайней мере, один луч света, соединяющий L_1 с L_N , проходящий через все отверстия L_i , $i = \overline{2, N-1}$. Этот луч определяет искомую ломаную, которая состоит всего из одного звена.

Другой случай — весь отрезок L_N оказывается в области D_1^{T} . Область тени D_1^{T} многосвязна. Выделим ее компоненту связности G_1 , содержащую отрезок L_N . Рассмотрим границу области G_1 . Она включает несколько вертикальных участков: всю прямую M_N либо ее полубесконечную часть, части некоторых препятствий $M_i \setminus L_i$, $i = \overline{2, N-1}$, а также один не вертикальный участок. Этот единственный не вертикальный участок представляет собой отрезок конечной длины, который и возьмем в качестве H_2 . Он обладает следующим оптимальным свойством: любая ломаная, сое-

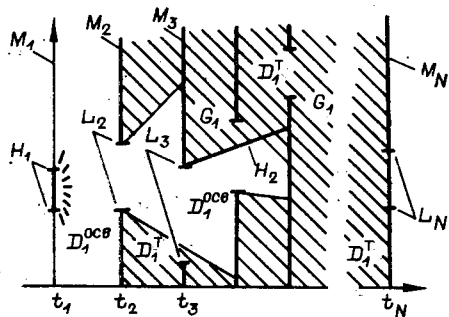


Рис. 2.

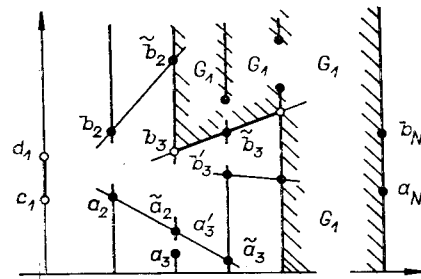


Рис. 3.

Расчет в режиме реального времени требует построения узлов ломаной в искомом алгоритме в соответствии с возрастанием значений параметра t .

3. Схема решения. Построение узла $(\tilde{t}_j, \tilde{V}_j)$ ломаной осуществляется в два этапа: сначала находится некоторый отрезок H_j , в котором этот узел содержится, затем вычисляется

дияющая L_1 с L_N и удовлетворяющая ограничениям задачи, обязательно его пересекает, причем если $(\tilde{t}_2, \tilde{V}_2) \in H_2$, то число узлов ломаной на участке от L_1 до точки пересечения минимально (равно 1). При $(\tilde{t}_2, \tilde{V}_2) \notin H_2$ отрезок H_2 пересекается, как минимум, вторым звеном ломаной.

Узел $(\tilde{t}_1, \tilde{V}_1)$ найдем в результате пересечения H_1 с прямой, на которой лежит H_2 . Первая итерация закончена.

На следующей итерации в качестве источника света вместо H_1 возьмем H_2 . Рассмотрим возникшие в D новые области — освещенности $D_2^{\text{осв}}$ и тени $D_2^{\text{т}}$. Если окажется, что $L_N \cap D_2^{\text{осв}} = \emptyset$, выделим компоненту связности G_2 области $D_2^{\text{т}}$, содержащую L_N . Единственный невертикальный участок границы области G_2 — это отрезок, используемый в качестве H_3 . Пересечение прямой, на которой лежит H_3 , с отрезком H_2 задает второй узел $(\tilde{t}_2, \tilde{V}_2)$ искомой ломаной. Вторая итерация закончена.

После этого в качестве источника света возьмем H_3 , проанализируем возникшие области освещенности и тени $D_3^{\text{осв}}$, $D_3^{\text{т}}$, выделим область G_3 , определим невертикальный участок ее границы H_4 и т. д.

На некоторой итерации с номером $r = n - 1$ свет от источника H_r впервые достигнет отрезка L_N , т. е. окажется, что $L_N \cap \bar{D}_r^{\text{осв}} \neq \emptyset$. Взяв любую освещенную точку на L_N и соединив ее отрезком с какой-либо из освещающих ее точек отрезка H_r , получим последнее звено искомой ломаной. Итерации закончены.

Можно доказать, что не существует ломаной, удовлетворяющей ограничениям задачи и содержащей менее r звеньев (при доказательстве опираемся на анализ последовательности областей $D_j^{\text{осв}}$, $j = \overline{1, r}$, и используем свойство оптимальности их граничных участков H_j , $j = \overline{2, r}$). Таким образом, расчет сжатия по предложенной схеме дает максимально возможное в рамках кусочно-линейной аппроксимации отсчетов (t_i, V_i) , $i = \overline{1, N}$, значение $K_{\text{сж}} = K_{\text{max}}$.

4. Алгоритм построения отрезков H_j . Обозначим точки $(t_i, V_i - \delta_1(t_i))$, $(t_i, V_i + \delta_2(t_i))$ — нижний и верхний конец отрезка L_i — соответственно через a_i , b_i , $i = \overline{1, N}$, нижний конец отрезка H_1 (точку a_1) — через c_1 , верхний конец H_1 (точку b_1) — через d_1 (рис. 3).

Опишем построение отрезка H_2 . Проведем прямую через точки b_2 и c_1 , \tilde{b}_2 будет точкой ее пересечения с M_3 , и прямую через точки a_2 и d_1 , \tilde{a}_2 — точка ее пересечения с M_3 . Отрезок \tilde{L}_2 с концами \tilde{a}_2 , \tilde{b}_2 — это множество всех точек на M_3 , которые допускают соединение с H_1 отрезком, пересекающим L_2 . Таким образом, \tilde{L}_2 — освещенная источником света H_1 часть прямой M_3 . Обозначим нижнюю точку отрезка $L'_3 = \tilde{L}_2 \cap L_3$ через a'_3 , верхнюю — через b'_3 . Отрезок L'_3 — это освещенная часть отверстия L_3 .

Далее проведем прямую через точки a'_3 и b_2 , другую прямую — через точки a'_3 и d_1 , \tilde{a}_3 — верхняя из точек пересечения этих прямых с M_4 . Проведем прямую через точки b'_3 и a_2 , другую прямую через точки b'_3 и c_1 , \tilde{b}_3 — нижняя из точек пересечения этих прямых с M_4 . Отрезок \tilde{L}_3 с концами \tilde{a}_3 , \tilde{b}_3 есть множество всех точек на M_4 , допускающих соединение с H_1 отрезком, пересекающим L_2 и L_3 , т. е. это освещенная часть прямой M_4 . Отрезок $L'_4 = \tilde{L}_3 \cap L_4$ — это освещенная часть отверстия L_4 .

Затем (по аналогии) определим освещенную часть \tilde{L}_4 прямой M_5 , освещенную часть L'_5 отверстия L_5 и т. д.

Наконец, на очередном шаге k построений окажется $\tilde{L}_{k+1} \cap L_{k+2} = \emptyset$, т. е. будет найдено ближайшее к источнику света H_1 отверстие L_{k+2} , полностью лежащее в его области тени.

Если отрезок \tilde{L}_{k+1} расположен на прямой M_{k+2} выше отверстия L_{k+2} , то искомый отрезок H_2 определится следующим образом. Он лежит на той прямой, пересечением которой с M_{k+2} была получена точка \tilde{a}_{k+1} . В качестве одного из концов H_2 (обозначим его d_2) возьмем точку \tilde{a}_{k+1} ,

в качестве другого конца H_2 (обозначим его c_2) — ближайшую слева от \bar{a}_{k+1} точку этой прямой, содержащуюся в наборе a_i , $i = \overline{2, k-1}$.

Если отрезок \bar{L}_{k+1} расположен на прямой M_{k+2} ниже отверстия L_{k+2} , то искомым отрезок H_2 лежит на прямой, пересечением которой с M_{k+2} была получена точка \bar{b}_{k+1} . Конец c_2 отрезка H_2 — точка \bar{b}_{k+1} , другой конец d_2 — ближайшая слева от \bar{b}_{k+1} точка этой прямой, имеющаяся в наборе b_i , $i = \overline{2, k-1}$.

Построение отрезка H_3 проводится аналогично построению отрезка H_2 , только вместо точек c_1 , d_1 следует взять точки c_2 , d_2 соответственно, а далее анализу на освещенность необходимо подвергнуть отверстия L_i , $i = \overline{k+3, N}$.

Все остальные отрезки H_j , $j = \overline{4, n-1}$, последовательно находятся по той же методике. Определение узлов (\bar{i}_j, \bar{V}_j) по известным отрезкам H_j , $j = \overline{1, n-1}$, описано в п. 3.

5. Заключение. Приведенный алгоритм оптимален по эффективности сжатия в классе алгоритмов кусочно-линейной аппроксимации, использующих критерий максимального уклонения при оценке вносимого сжатием искажения отсчетов. Оптимальность становится особенно заметной при высокой динамичности телеметрируемого параметра. Полученное с помощью этой процедуры значение $K_{сж} = K_{\max}$ может служить эталоном при определении эффективности сжатия по другим алгоритмам из указанного класса. Процедура достаточно проста в аппаратной реализации, однако требует несколько большего количества действий при обработке одного отсчета, чем обычные апертурные алгоритмы первого порядка [1, 2] (это не относится лишь к алгоритмам среднеквадратической аппроксимации). Поэтому в схеме сжатия желательно применять микропроцессор, обладающий высоким быстродействием и достаточным объемом буферной памяти. Алгоритм хорошо приспособлен к работе в системах с неравномерной дискретизацией [4], может быть использован в системах с предварительным накоплением и последующей ускоренной передачей сжатых сообщений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ольховский Ю. Б., Новоселов О. Н., Мановцев А. П. Сжатие данных при телеизмерениях. — М.: Сов. радио, 1971.
2. Свириденко В. А. Анализ систем со сжатием данных. — М.: Связь, 1977.
3. Виттих В. А. Сжатие данных при экспериментальных исследованиях. — В кн.: Вопросы кибернетики. Сжатие данных. — М.: Сов. радио, 1974.
4. Гапонов В. А., Томсон Я. Я. Об оценке математического ожидания стационарного случайного процесса при неравномерной дискретизации. — В кн.: Алгоритмы обработки и средства автоматизации теплофизического эксперимента. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1978.

Поступила в редакцию 11 мая 1982 г.

УДК 681.5.015

О. А. КАЦУБА, Д. К. ТЮМИКОВ

(Куйбышев)

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДОМИНАНТНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

Введение. В настоящее время благодаря возможностям современных ЦВМ, а также развитию подхода, основанного на использовании дисперсионных функций и дисперсионных отношений [1], стало возможным идентифицировать нелинейные объекты. При этом из-за вычислительных