УДК 681.7.014.3

П. СТЕФЕН, Х. В. ШИСЛЕР

(Ерланген, ФРГ)

ОДНОМЕРНАЯ ОБРАБОТКА ДВУХ- И ТРЕХМЕРНЫХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРСИВНЫХ СИСТЕМ

1. **Введение.** Обработка двух- и трехмерных сигналов приобретает все большее значение. Примером может служить обработка изображений или сигналов в геофизике и медицине. В соответствии с этим очень быстро развивались методы решения таких задач и теории, лежащие в их основе.

А. Как правило, теория многомерных систем вводится как обобщение одномерных. Особо отмечается, что пространственные переменные не ограничены и в этом отношении соответствуют временной переменной в одномерном случае. Но, с другой стороны, изображение всегда имеет конечные размеры.

Б. Обычная обработка пространственно-ограниченных изображений с помощью двумерных систем ведет к увеличению размера исходного изображения, а в рекурсивных системах — даже к бесконечному увеличению

В. Перенос одномерных алгоритмов для обработки многомерных сигналов влечет за собой зависимость от направлений, по которым ведется обработка. На самом деле результат обработки изображения не должен зависеть от этого.

С этой целью в [1] рассматривается способ обработки изображений (в общем случае — обработки последовательности векторов, соответственно последовательности матриц), при котором обработанное изображение имеет тот же размер, что и исходное, и результат обработки не зависит от ее направления. Соответствующие системы описываются векторными дифференциальными уравнениями, при этом изображения представляются векторами. В специальном случае (система степени 0) предложенный способ дает интересную связь с часто используемыми методами обработки изображений.

2. **Обработка векторных последовательностей.** Общее преобразование последовательности векторов $\mathbf{u}(k)$ длиной L в последовательность векторов $\mathbf{y}(k)$ той же длины описывается соотношением

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{S}\{\mathbf{u}(k)\}, \quad k \in \mathbf{z}, \quad (1)$$

при этом оператор $\mathbf{S}$ представляет действие системы. Если ограничиться линейными инвариантными относительно времени системами, удовлетворяющими принципу причинно-следственной связи, то получаем для (1)

$$\sum_{\nu=0}^{n} \mathbf{C}_\nu \mathbf{y}(k+\nu) = \sum_{\nu=0}^{n} \times$$
$$\times \mathbf{B}_\nu \mathbf{u}(k+\nu), \quad k \in \mathbf{z} \quad (2)$$

с $L \times L$ матрицами $\mathbf{C}_\nu$ и $\mathbf{B}_\nu$, n — натуральное число,

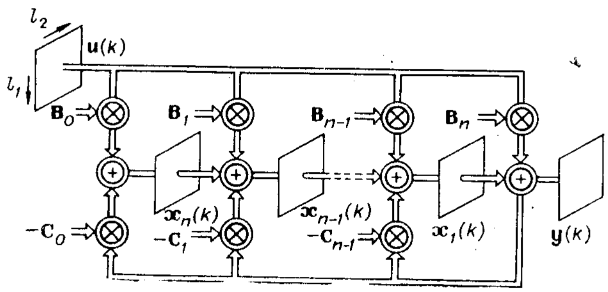

Рис. 1.

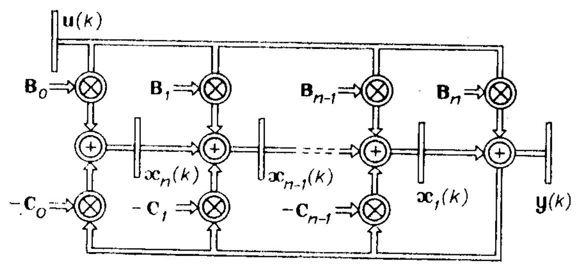

Рис. 2.

которое определяет степень системы. На рис. 1 показана возможная структура для реализации дифференциального уравнения (2).

Предположим, например, что координата $y_l(k)$ выходного вектора зависит только от значения непосредственных соседей, вычисленных ранее, $y_{l-1}(k-\nu)$, $y_l(k-\nu)$, $y_{l+1}(k-\nu)$, и от входных значений $u_{l-1}(k-\nu)$, $u_l(k-\nu)$, $u_{l+1}(k-\nu)$; все матрицы $\mathbf{C}_\nu$ и $\mathbf{B}_\nu$ имеют трехдиагональную форму:

$$\mathbf{C}_\nu = \begin{bmatrix} c^\nu_{0,1} & c^\nu_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ c^\nu_{-1,1} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & c^\nu_{1,L-1} \\ 0 & \cdots & 0 & c^\nu_{-1,L-1} & c^\nu_{0,l} \end{bmatrix}, \tag{3а}$$

$$\mathbf{B}_\nu = \begin{bmatrix} b^\nu_{0,1} & b^\nu_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ b^\nu_{-1,1} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b^\nu_{1,L-1} \\ 0 & \cdots & 0 & b^\nu_{-1,L-1} & b^\nu_{0,L} \end{bmatrix}. \tag{3б}$$

Особый интерес представляют системы, которые можно описать с помощью симметричных теплицевых матриц:

$$\mathbf{C}_\nu = \begin{bmatrix} c^\nu_{0} & c^\nu_{1} & 0 & \cdots & 0 \\ c^\nu_{1} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & c^\nu_{1} \\ 0 & \cdots & 0 & c^\nu_{1} & c^\nu_{0} \end{bmatrix}, \tag{4а}$$

$$\mathbf{B}_\nu = \begin{bmatrix} b^\nu_{0} & b^\nu_{1} & 0 & \cdots & 0 \\ b^\nu_{1} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b^\nu_{1} \\ 0 & \cdots & 0 & b^\nu_{1} & b^\nu_{0} \end{bmatrix}. \tag{4б}$$

Операцию

$$\mathbf{w} = \mathbf{D}\mathbf{v}, \tag{5}$$

где $\mathbf{D}$ — одна из матриц $\mathbf{C}_\nu$ или $\mathbf{B}_\nu$, можно описать как действие масок:

$$\boxed{c^\nu_1\ c^\nu_0\ c^\nu_1} \quad \text{соответственно} \quad \boxed{b^\nu_1\ b^\nu_0\ b^\nu_1}.$$

3. **Обработка матриц.** Преобразование последовательностей матриц можно проводить с помощью алгоритма, аналогичного описанному в п. 2. Для этой цели из входных и выходных матриц размерностью $L \times L$ формируются векторы длиной L^2 [2]:

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(k) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_L(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(k) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_L(k) \end{bmatrix}, \tag{6}$$

$\mathbf{u}_l(k)$, $\mathbf{y}_l(k)$ — соответственно элементы входной и выходной матриц. Аналогично изложенному в п. 2 линейные инвариантные относительно времени системы, удовлетворяющие принципу причинно-следственной связи, можно описать следующим дифференциальным уравнением:

$$\sum_{\nu=0}^{n} \mathbf{C}_\nu \mathbf{y}(k+\nu) = \sum_{\nu=0}^{n} \mathbf{B}_\nu \mathbf{u}(k+\nu), \quad k \in \mathbf{z}. \tag{7}$$

При этом матрицы $\mathbf{C}_\nu$ и $\mathbf{B}_\nu$ имеют размерность $L^2 \times L^2$. Возможная структура для реализации (7) показана на рис. 2.

Предположив, как в п. 2, что значения $y_{l,\lambda}(k)$ выходных матриц зависят лишь от вычисленных ранее значений ближайших соседей

$$y_{l-1,\lambda-1}(k)\ y_{l-1,\lambda}(k),\ y_{l-1,\lambda+1}(k),$$
$$y_{l,\lambda-1}(k),\ y_{l,\lambda}(k),\ y_{l,\lambda+1}(k),$$
$$y_{l+1,\lambda-1}(k),\ y_{l+1,\lambda}(k),\ y_{l+1,\lambda+1}(k)$$

и соответствующих значений входных матриц, имеем следующую структуру для коэффициентов матриц:

$$\mathbf{C}_\nu = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0^\nu & \mathbf{C}_1^\nu & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}_1^\nu & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{C}_1^\nu \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{C}_1^\nu & \mathbf{C}_0^\nu \end{bmatrix}, \tag{8}$$

$$\mathbf{B}_\nu = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0^\nu & \mathbf{B}_1^\nu & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{B}_1^\nu & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{B}_1^\nu \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{B}_1^\nu & \mathbf{B}_0^\nu \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Матрицы $\mathbf{B}_0^\nu$ и $\mathbf{C}_0^\nu$ описывают влияние l-столбца, $\mathbf{B}_1^\nu$ и $\mathbf{C}_1^\nu$ — влияние соседних столбцов на l-столбец выходных матриц. Если матрицы $\mathbf{B}_{0,1}^\nu$ и $\mathbf{C}_{0,1}^\nu$ имеют специальный вид (4), то их действие можно представить как действие двумерных масок:

$$\begin{array}{|ccc|} c_{1,1}^\nu & c_{0,1}^\nu & c_{1,1}^\nu \\ c_{1,0}^\nu & c_{0,0}^\nu & c_{1,0}^\nu \\ c_{1,1}^\nu & c_{0,1}^\nu & c_{1,1}^\nu \end{array} \qquad \begin{array}{|ccc|} b_{1,1}^\nu & b_{0,1}^\nu & b_{1,1}^\nu \\ b_{1,0}^\nu & b_{0,0}^\nu & b_{1,0}^\nu \\ b_{1,1}^\nu & b_{0,1}^\nu & b_{1,1}^\nu \end{array}$$

Особое значение имеют системы степени $n=0$. Здесь на каждом шаге с входной матрицей $\mathbf{u}$ непосредственно сопоставляется выходная матрица $\mathbf{y}$:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{u}, \tag{10}$$

при этом $\mathbf{y}$ и $\mathbf{u}$ имеют вид (10), а $\mathbf{B}$ в значительной степени произвольна:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_{l,\lambda}],\ l, \lambda = 1, \ldots, L.$$

Все линейные методы преобразования для обработки изображений можно представить в виде (6).

4. **Примеры применений.** В работе [3] показано, как системы для обработки последовательностей векторов можно использовать для дву-

мерной фильтрации. Двумерный дискретный фильтр с рациональной передаточной функцией можно реализовать непосредственно по схеме (2) (см. рис. 1), если выходной сигнал рассматривается только в полосе шириной L.

В публикациях [3, 4] показано, как можно применить системы для переработки последовательностей матриц в задаче моделирования диф-устойчивости. В данной работе предлагается способ одномерной обработки двумерных и трехмерных сигналов. Суть способа представляют системы с L и L^2 входами и выходами соответственно. Обработка происходит рекурсивно таким образом, что для определения выходных значений привлекаются значения соседей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schüssler H. W. A 1D-Approach to 2D-Signal Processing.— In: Proc. of the International Symposium on Advances in Digital Image Processing. Bad Neuenahr, Sept. 1978, S. 33—59.
2. Pratt W. K. Digital Image Processing.— N. Y.— Chichester — Brisborne — Toronto: John Wiley & Sons, 1978.
3. Steffen P. Ein Beitrag zur Theorie und Anwendung digitaler Systeme mit mehreren Ein- und Ausgängen.— Ausgewählte Arbeiten über Nachrichtensysteme, N 31.
4. Stilkerich H. Simulation Partieller Differentialgleichungen auf einem Digitalen Signalprozessor.— In: Diplomarbeit am Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, N 139. Erlangen, 1981.
5. Eichhorn W. Entwicklung eines Programmsystems zur Bildfolgenverarbeitung.— In: Diplomarbeit am Lehrstuhls für Nachrichtentechnik, N 96. Erlangen, 1980.
6. Poloshi G. N. Numerische Lösung von Randwertproblemen der Mathematischen Physik.— Leipzig: Teubner — Verlag, 1966.
7. Schüssler H. W., Steffen P. On the Stability of Recursive Systems for Moving Images.— Zur Veröffentlichung bei Signal Processing Eingereicht.

Поступила в редакцию 8 августа 1982 г.

УДК 535.317 : 681.33

Р. РОЛЕР

(Мюнхен, ФРГ)

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ОСНОВАННЫЕ НА СВОЙСТВАХ ВИЗУАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Введение. В настоящее время существует большая потребность в создании эффективных методов обработки изображений. Однако до сих пор проблемы автоматического распознавания изображений, накопления оптических данных и многие другие находили только частичное решение. Относительно небольшие возможности искусственных систем обработки изображений становятся особенно заметными при их сравнении с визуальными системами живых организмов. Очевидно, что искусственные системы могли бы быть усовершенствованы путем копирования природных естественных систем зрения, и это является одной из задач кибернетики.