

может быть любой длины по рассматриваемой координате при определенном направлении смещения.

Это число операций и данных, очевидно, далеко превосходит возможности цифровой обработки. Здесь более предпочтительна оптическая вычислительная техника для получения свертки сечений изображений.

Эксперименты по моделированию осесимметричного $3P$ -полосового фильтра и по растяжению сечений с их интерполяцией приведены в [2, 8, 9].

5. Заключение. Многомерную свертку можно представить в виде $2P$ -свертки сечений, если считывание обеих функций возможно по всем или двум координатам. Результат представляется снова как двуразмерное сечение. Представление сигнала $2P$ -сечений требует высокой полосы пропускания частот как цены за потерю многомерности. Когерентно-оптическая аналоговая вычислительная техника располагает подходящими фильтрами для таких систем. Объем переработанной информации аналогичен объему для обычных оптических систем; например, при $3P$ -импульсном отклике со 100 разрешаемыми элементами по координатам можно переработать достаточно большое изображение с 600×600 элементами. Естественно, что время обработки существенно зависит от того, представлены ли входные данные в виде выборок на пленке и подготовлен ли фильтр. Многомерная обработка сигналов — это область исследования, значение и возможности которой непрерывно меняются. Многие методы, развитые для обработки $1P$ -, $2P$ -сигналов, могут иметь успешное применение для обработки многомерных сигналов, если есть априорная информация о движении или локальных свойствах объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Platzner H., Glunder H. Generation and Use of Local Power Spectra by Coherent Optics.— In: Machine-Aided Image Analysis. L.: The Institute of Physics — London, p. 114—119; Inst. of Phys. Conf. Ser. N 44, 1979.
2. Hofer-Alfeis J., Bamler R. 3-D and 4-D Convolution by Coherent Optical Filtering.— In: Transformations in Optical Signal Processing/Ed. W. T. Rhodes et al. Bellingham, WA, USA, SPIE, 1982.
3. Vander Lugt A. Signal Detection by Complex Spatial Filtering.— IEEE Trans. Inform. Theory, 1964, vol. 10, p. 139—149.
4. Stroke G. W. An Introduction to Coherent Optics and Holography.— L.— N. Y.: Academic Press, 1969, p. 82—86.
5. Lohmann A. W., Paris O. P. Binary Fraunhofer Hologramms, Generated by Computer.— Appl. Opt., 1967, vol. 6, p. 1739—1748.
6. For Reviews of Computer Holography; Lee W. H. Computer-Generated Holograms: Techniques and Applications.— In: Progress in Optics/Ed. E. Wolf. North-Holland, 1978, vol. 16, p. 124—232.
7. Lowenthal S., Chavel P. Reduction of the Number of Samples in Computer Holograms for Image Processing.— Appl. Opt., 1974, vol. 13, p. 718—720.
8. Narko H. The z-Model — a Proposal for Spatial and Temporal Modelling of Visual Threshold Perception.— Biol. Cybernetics, 1980, vol. 39, p. 111—123.
9. Bamler R., Nofer-Alfeis J. Three- and Fourdimensional Filter Operations by Coherent Optics.— Optica Acta, 1982, vol. 29, p. 747—757.

Поступила в редакцию 8 августа 1982 г.

УДК 535.4 : 778.38

О. БРИНГДАЛ
(Эссен, ФРГ)

ОПТИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1. Введение. Голограммы, синтезированные при помощи вычислительной машины (ГСМ), находят применение в области оптической обработки информации и при контроле качества линз. В последнее

время ГСМ стали использовать также для геометрических преобразований.

В предлагаемой работе я остановлюсь на двух примерах, иллюстрирующих потенциальные возможности изготовления и применения обобщенных оптических элементов в форме ГСМ. Будут показаны простота и гибкость ГСМ при создании сложных оптических элементов. Один из таких примеров — оптические преобразования при формировании волновых фронтов и геометрические изменения фрагментов синтезируемых изображений.

2. Голограммы, синтезированные вычислительной машиной. Голографический подход означает, что при освещении интерференционной структуры одной из исходных волн дифрагированный световой луч будет восстанавливать другую первоначальную волну. Поэтому в строгом смысле не существует большой разницы между ГСМ и обычной голограммой. Обе они могут рассматриваться как интерферограммы; такое толкование упрощает понимание самого явления и собственно конструирование голограмм в случае, когда фильтры, синтезированные вычислительной машиной, применяются в качестве оптических элементов. Фактически требуется создать интерферограмму, основываясь на математическом описании одного из волновых фронтов и используя при этом вычислительную машину и построитель.

Для расчета оптических элементов, прежде всего, нужно знать информацию о распределении фазы волнового фронта. Структура полос в плоскости голограммы (интерферограммы) может быть описана решетчатой функцией:

$$x/T + \Phi(x, y)/2\pi = n, \quad (1)$$

где T — средний период следования полос, n — индекс полосы. Для изготовления голограммы следует решить это уравнение, определив местоположение полос. Затем, выполнив построение полос, получим ГСМ волнового фронта $\exp(i\Phi(x, y))$. Более детально изготовление бинарных ГСМ обсуждается в [1]. Сначала с помощью графопостроителя вычерчивается голограмма, а затем проводится ее фоторедукция до нужного размера.

3. Примеры из области интерферометрии. В интерферометрии часто стремятся отображать информацию о контролируемых объектах в форме, которую было бы легко интерпретировать. Например, вследствие того что многие оптические элементы имеют круговую симметрию, представляется естественным отображение результатов тестовых испытаний проводить в полярных координатах.

К основным типам структур, служащих для отображения в полярных координатах, относятся интерферограммы: 1) с радиально ориентированными полосами, 2) с полосами, ориентированными в азимутальном направлении. Для формирования концентрических эквидистантных окружностей необходима следующая разность фаз между волновыми фронтами в двухлучевом интерферометре: $\Delta\Phi = r/r_0$, а для формирования радиально ориентированных интерференционных полос — $\Delta\Phi = \varphi/\varphi_0$. Рис. 1, *a* представляет собой синтезированную вычислительной машиной голограмму с линейным изменением фазы в радиальном направлении. Одним из требований, предъявляемых при изготовлении голограмм, является разделение соседних дифракционных порядков, т. е. частотная компонента первого дифракционного порядка не должна накладываться на компоненту второго порядка. Поэтому существует ограничение на наклон синтезируемого волнового фронта. На рис. 1, *b* приведен частотный спектр голограммы. Интерферограмма, показанная на рис. 1, *c*, была получена при восстановлении голограммы рис. 1, *a*. На рис. 2 отображены аналогичные структуры для геликоидальной волны.

Типичные ситуации, при которых особенно полезны интерферограммы с радиально ориентированными и круговыми полосами, — иссле-

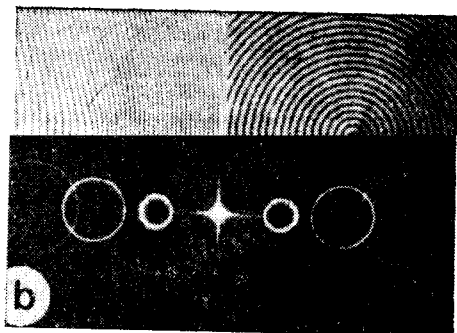


Рис. 1. Примеры конического волнового фронта:

a — голограмма конического волнового фронта, синтезированная вычислительной машиной; *b* — частотный спектр голограммы; *c* — интерферограмма волнового фронта, восстановленного голограммой.

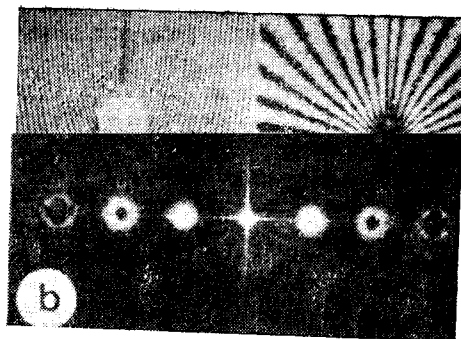


Рис. 2. Примеры геликообразного волнового фронта:

a — голограмма геликообразного волнового фронта, синтезированная вычислительной машиной; *b* — частотный спектр голограммы; *c* — интерферограмма волнового фронта, восстановленного голограммой.

дования круговых и радиальных фазовых решеток. На рис. 3 объектом является круговая решетка. Ее обычная интерферограмма для наклонной опорной волны представлена на рис. 3, *a*. Применение элемента с радиальными полосами (рис. 3, *b—d*) устраняет шумы, вызванные муаровыми полосами, и позволяет легко интерпретировать результат.

4. Геометрические формы с различными пространственными распределениями полос. Синтез голограмм, рассмотренный выше, позволяет получать различные типы пространственного распределения полос. Фактически фильтр в соответствии с уравнением [1] есть система линейных полос с пространственной частотой, равной $1/T$. Для круговой несущей с частотой $1/r_c$ по аналогии можно записать

$$r/r_c + \Phi(r, \varphi)/2\pi = n. \quad (2)$$

На рис. 4 приведено изображение такой решетки. ГСМ, изготовленная

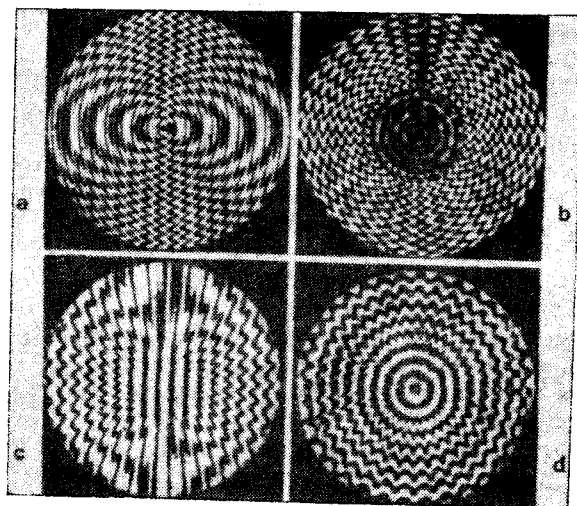


Рис. 3. Интерферограммы круговой фазовой решетки:

a — обычная, *b* — с радиально ориентированными полосами. Интерферограммы радиальной фазовой решетки: *c* — обычная, *d* — с круговыми полосами.

по рассмотренной методике, имеет следующую амплитудную функцию пропускания:

$$t(x, y) \propto \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp \{im [2\pi x / T + \Phi(x, y)]\}. \quad (3)$$

Вследствие бинарной структуры голограммы восстанавливается множество дифракционных порядков с различными величинами индекса m . Первый дифракционный порядок может быть отделен от остальных в частотной области, поскольку наклон $\Phi(x, y)$ не превышает $2\pi/3T$.

5. Оптико-геометрические преобразования. До-

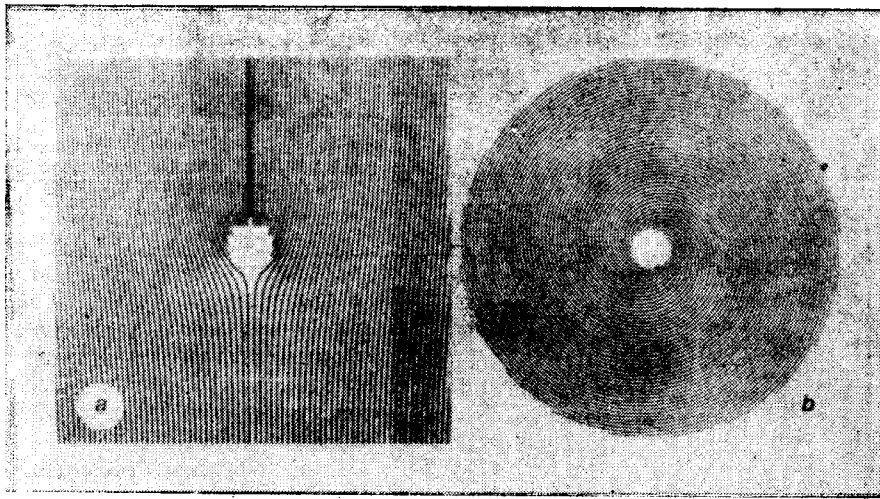


Рис. 4. Пространственная структура дифракционных фильтров геликообразного волнового фронта:
a — с линейным пространственным распределением полос, *b* — с круговым пространственным распределением полос.

полнительно к чисто фазовому преобразованию волнового фронта можно осуществлять также геометрические преобразования, т. е. изменять пространственную геометрию распределения света в изображении. Для решения этой проблемы требуются оптические системы с высокими пространственно-неинвариантными свойствами.

Обычные оптические системы для получения изображений являются пространственно-инвариантными. Тем не менее их можно сделать пространственно зависимыми, применяя голограммы, синтезированные вычислительной машиной [2]. Направление распространения световой волны определяется вариацией фазы в фазовом фильтре. Линейная вариация дает эффект отклонения света, а квадратичная — приводит к фокусировке.

Рис. 5, *a* иллюстрирует решение проблемы. Трансформированное изображение амплитудного объекта образуется в частотной плоскости линзы *L*. Локальное изменение фазы пространственно-неинвариантного фильтра *E* можно представить как комбинацию отклоняющей (призмы) и фокусирующей (линзы) компонент. Если фазовая функция оптического элемента *E* — $\Phi(x, y)$, то нормаль к волновому фронту, проходящему через *E*, имеет направление

$$k^{-1}\partial\Phi/\partial x, \quad k^{-1}\partial\Phi/\partial y. \quad (4)$$

Положим, что в передней фокальной плоскости линзы *L* с фокусом f_L координатами системы являются x, y , в задней фокальной плоскости — x', y' , причем $k = 2\pi/\lambda$. Тогда для парааксиальной области справедливо

$$x' = \frac{f_L}{k} \frac{\partial\Phi(x, y)}{\partial x}, \quad y' = \frac{f_L}{k} \frac{\partial\Phi(x, y)}{\partial y}. \quad (5)$$

Световой луч фокусируется на расстоянии

$$z' = -f_L^2/f_E(x, y) \quad (6)$$

от задней фокальной плоскости линзы *L*, $f_E(x, y)$ — фокусное расстояние фильтра *E*.

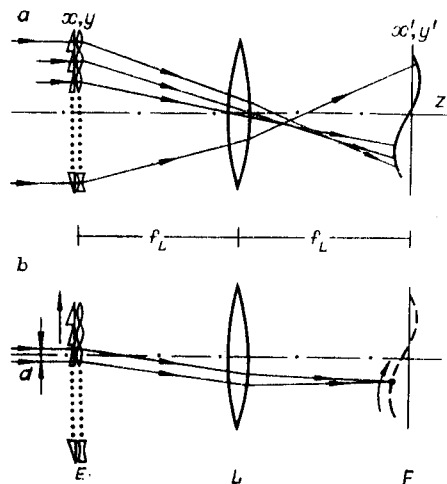


Рис. 5. Пространственно-неинвариантная оптическая система.

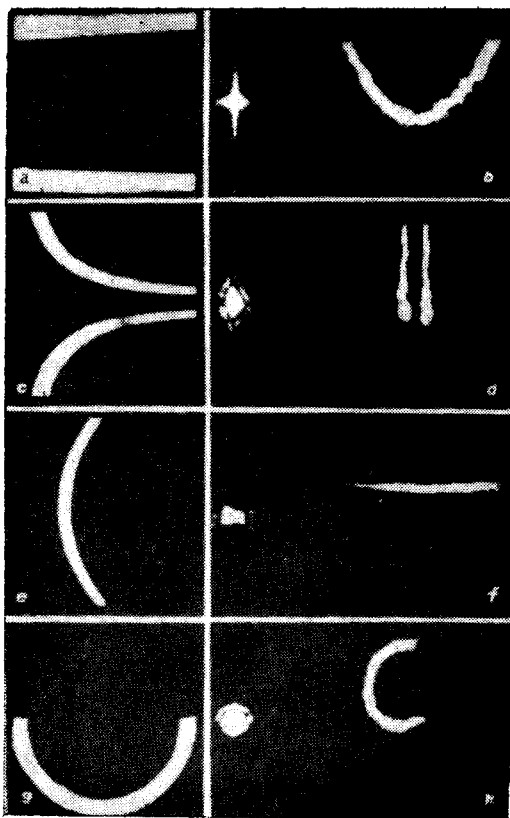


Рис. 6. Пример конформного преобразования, иллюстрирующий, каким образом прямые линии трансформируются в гиперболы и наоборот.

применялась схема, подобная схеме рис. 1, а. При проекции распределения объекта на элемент E было записано распределение света в задней фокальной плоскости линзы L . На рис. 6 слева показаны транспаранты объектов, освещающие голограммы, а справа — преобразованные изображения.

Другое преобразование осуществлено по схеме, изображенной на рис. 7. Здесь фокусное расстояние ГСМ есть

$$f_x(x, y) = 654/\sin(2\pi x/D) \sin(2\pi y/D) \text{ мм},$$

где D — боковой размер голограммы. Объект — круговая решетка — показан на рис. 8, а. На рис. 8, с представлено изображение центральной части объекта в фокусе после преобразования, на рис. 8, b, d — распределения перед и за плоскостью изображения.

7. Лазерный сканер. Пространственно-неинвариантные элементы можно применять для обработки оптической информации способом сканирования. По сравнению с обычными зеркальными или призмочными системами они имеют большую гибкость. Дифракционные структуры сканеров с линейной разверткой приведены на рис. 9. На рис. 9, а даны линейно-перемещаемые элементы, являющиеся частью зонной пластинки с фазовой функцией

$$\Phi(x, y) = 2\pi y/T + k(x^2 + y^2)/2f. \quad (9)$$

Такой фильтр способен как отклонять, так и фокусировать световой луч. При сдвиге элемента по прямой линии сфокусированное световое пятно будет перемещаться в том же направлении. Другим преимуществом предлагаемого фильтра является то, что его геометрическая форма



Рис. 7. Оптическая система для проектирования изображений объектов на искривленную поверхность.

Отсюда следует, что можно отобразить распределение света с поверхности исходной формы на поверхность произвольной формы и выполнить такие операции, как изменение масштаба, вращение и перемещение изображения.

6. Примеры геометрического преобразования. Предположим, что необходимо осуществить оптическое конформное преобразование

$$iw^* = z^2, \quad (7)$$

где z — плоскость координат x, y , а w — плоскость $u, v(x', y')$. Решая (5) совместно с (7), получим

$$\Phi(x, y) = (k/f_L)(x^2y - y^3/3). \quad (8)$$

Эта фазовая функция послужила основой для изготовления ГСМ, при построении которой

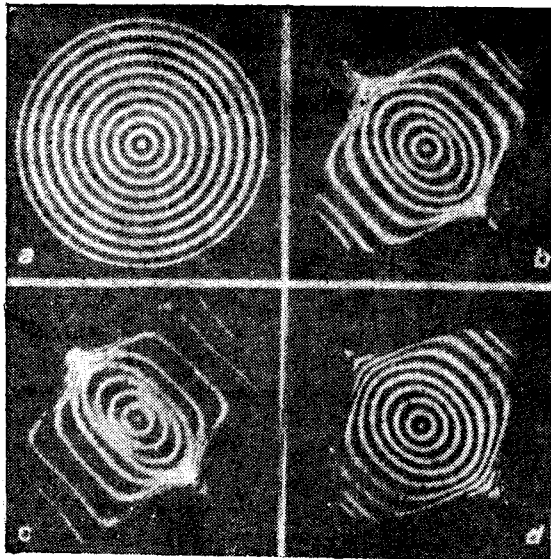


Рис. 8. Пример проецирования изображения объекта на синусоидальную поверхность:
a — исходный объект, *b* — изображение объекта после прохождения ГСМ, *c* и *d* — изображения, наблюдаемые перед и за изображением *b* соответственно.

рии сканирования [3, 4] (см. пример на рис. 9, *b*). Здесь участок зонной пластинки был изогнут в кольцевую полоску. Эту структуру можно представить как

$$\Phi(r, \varphi) = 2\pi r / r_c + \pi(r^2 + r_a^2 \varphi^2) / 2f, \quad (10)$$

r_c — средний радиус изгиба голограммы. Подобная структура — геометрическое преобразование решетки, изображенной на рис. 9, *a*. Элемент круговой голограммы был помещен на диске, приводимом во вращение электродвигателем. Коллимированный лазерный луч после кольцевой голограммы повторял траекторию сканирования структуры, показанной на рис. 9, *a*.

8. Объединение нескольких независимых функций. Для синтеза оптических систем, способных осуществлять операции вращения и масштабирования, применяются пассивные отклоняющие, преломляющие и (или) дифракционные элементы. Производимое ими действие зависит от относительной ориентации и (или) составляющих элементов. При этом важно, работают ли элементы на оптической оси системы и из какого числа подвижных частей они состоят. В этом отношении отражательные системы, видимо, более предпочтительны, чем линзовые. Нами проведено несколько экспериментов [5] по созданию комбинаций из дифракционных элементов (рис. 10).

Пусть дифракционным линзовым элементом является зонная пластинка Френеля. При помещении внеосевого участка зонной пластинки в точку *O* (см. схему на рис. 5, *a*) в частотной плоскости образуется несколько областей. Эти области соответствуют различным дифракционным порядкам: центральное световое пятно производится нулевым порядком, а другие — первым и более высокими. При наложении второй внеосевой зонной пластинки Френеля на первую появляются две группы дифракционных фигур. В этом случае можно получить кросс-комбинационные порядки, так как световой луч будет испытывать дифракцию как на первой, так и на второй зонной пластинке. Все кросс-комбинационные изображения протяженные и, как мы увидим, имеют полезные свойства.

Экспериментальные результаты с двумя одномерными зонными пластинками иллюстрируются рис. 10, *a*, *b*. На рис. 10, *a* зонные пластинки

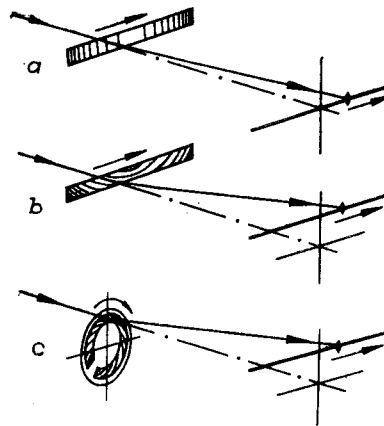


Рис. 9. Конфигурация сканера с линейной разверткой, использующая различную геометрию элемента.

На рисунках показан только один из дифрагированных световых лучей.

может быть выбрана произвольной, например, независимо от требуемой траектории сканирования

структуры, показанной на рис. 9, *a*.

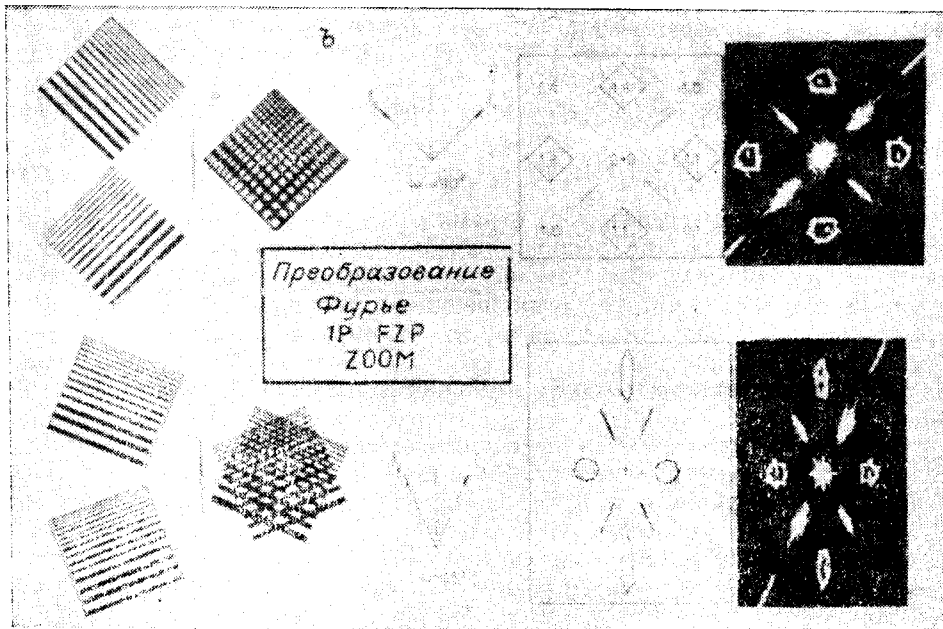
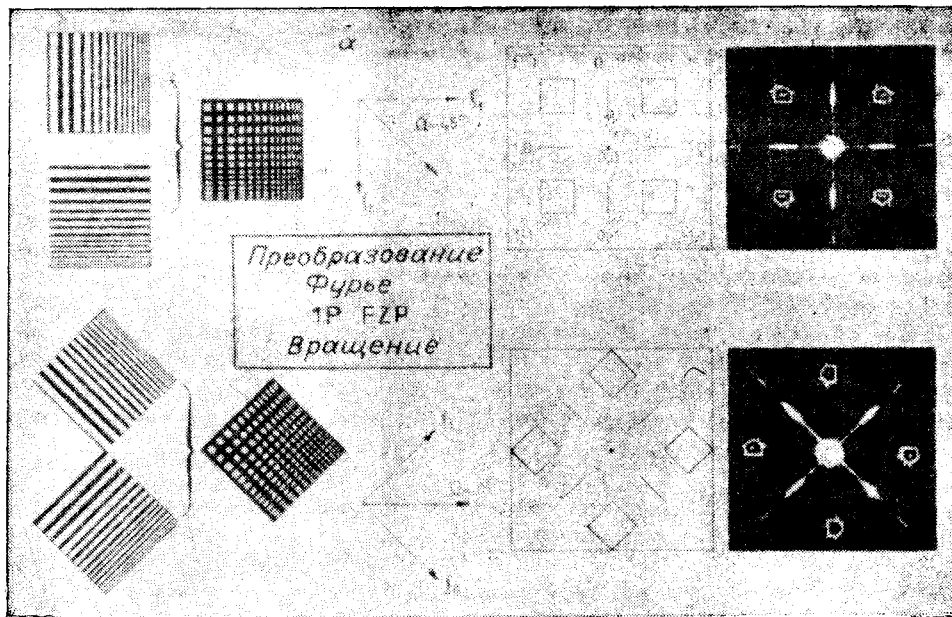


Рис. 10. Результаты, полученные при использовании в качестве элемента *E* (рис. 5) двух скрещенных одномерных зонных пластинок Френеля:
a — совместное вращение, *b* — повороты зонных пластинок в противоположные стороны.

ки скрещены. Блок из зонных пластинок образует четыре изображения, имеющих радиальную ориентацию по отношению к оптической схеме. На рис. 10 показана только одна пара комбинационных порядков. При вращении блока угол вращений изображений равен удвоенному углу поворота пластинок. На рис. 10, *b* представлен результат вращений зонных пластинок в противоположные друг другу стороны. В этом случае для изменения размеров изображений используется только одна пара комбинационных порядков (плюсовой и минусовой). Отображаемые конфигурации искажаются, когда одна из зонных пластинок разворачивается относительно скрещенной с ней пластинки.

Эквивалентные преломляющие системы
Положительные и отрицательные линзы

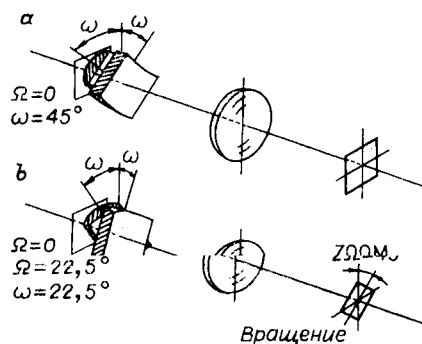


Рис. 11. Вариант системы с отражательными элементами.
Схемы при различной ориентации цилиндрических линз.

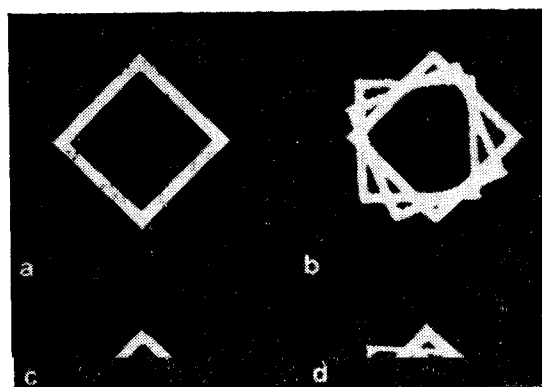


Рис. 12. Результаты, полученные при использовании двух цилиндрических линз в качестве элемента E (рис. 5):

a — изображение, b — наложения изображений при различных Ω , c — то же при различных ω , d — при различных Ω и ω .

Идея получения вращающегося изображения и трансформации его масштаба состояла в объединении плюсового и минусового порядков от наложенных друг на друга одномерных дифракционных элементов. Однако те же самые изменения фазы, соответствующие этим порядкам, могут быть получены при соединении положительной и отрицательной цилиндрических линз. Фокусные расстояния цилиндрических линз должны быть противоположны по знаку. Обобщенный вариант системы с цилиндрическими линзами представлен на рис. 11. Максимальное увеличение изображения, равное f_1/f_2 , достигается при скрещенных линзах (см. рис. 11, a). Фокусное расстояние цилиндрических линз равно f_2 . Эффекты увеличения и вращения возникают при повороте цилиндрических линз в противоположных направлениях и при вращении всей сборки (см. рис. 11, b, c). Результаты эксперимента даны на рис. 12. Преобразование изображений при изменениях ориентации цилиндрических линз показано на рис. 12, $b-d$.

9. Заключение. В обычной голографии для получения голограммы требуется копия восстановленного волнового фронта. Это требование трудно удовлетворить, когда приходится иметь дело с обобщенными формами. В этом отношении техника синтеза голограмм при помощи вычислительной машины представляет нам новые возможности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lee W. H. Binary Synthetic Holograms.— Appl. Opt., 1974, vol. 13, p. 1677—1682.
2. Bryngdahl O. Optical Map Transformations.— Opt. Comm., 1974, vol. 10, p. 164—168.
3. Bryngdahl O. Optical Scanner-Light Deflection Using Computer-Generated Diffractive Elements.— Opt. Comm., 1975, vol. 15, p. 237—240.
4. Bryngdahl O., Lee W. H. Laser Beam Scanning Using Computer-Generated Holograms.— Appl. Opt., 1976, vol. 15, p. 183—194.
5. Braunecker B., Bryngdahl O., Schnell B. Optical System for Image Rotation and Magnification.— J. Opt. Soc. Amer., 1980, vol. 70, p. 137—141.

Поступила в редакцию 8 августа 1982 г.