Окончательно $K(s) = [\gamma/(\sqrt{\varepsilon^2+\gamma}+\varepsilon)]\,[1/(\sqrt{\varepsilon^2+\gamma}+s)]$. При $\varepsilon=0$ $K(s)=\sqrt{\gamma}/(\sqrt{\gamma}+s)$. Множитель Лагранжа γ выбирается из условия обеспечения заданного качества в переходном режиме.

Эту задачу решим с использованием предлагаемого в статье способа. Левую и правую часть (П7) умножим на $(\varepsilon-s)/(a-s)$. Для определенности положим $a=1$. В результате

$$[(\varepsilon^2+\gamma-s^2)/(\varepsilon+s)(1-s)]K(s)-\gamma/(\varepsilon+s)(1-s)=\Gamma(s)[(\varepsilon-s)/(1-s)] \tag{П12}$$

или, используя (4),

$$[(\gamma-s^2)/s(1-s)]K(s)-[(\gamma-1)/(1-s)]K(1)-\gamma/s=0. \tag{П13}$$

Здесь ε можно уже приравнять нулю. Из (П13)

$$K(s)=[(\gamma-1)K(1)s+\gamma-\gamma s]/(\gamma-s^2). \tag{П14}$$

Определим

$$K(1)=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{j\infty}K(s)\frac{1}{1-s}\,ds=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{j\infty}\frac{(\gamma-1)K(1)s+\gamma(1-s)}{(s-\sqrt{\gamma})(s+\sqrt{\gamma})(s-1)}\,ds=$$

$$=\frac{-(\gamma-1)K(1)\sqrt{\gamma}+\gamma(1+\sqrt{\gamma})}{2\sqrt{\gamma}(\sqrt{\gamma}+1)},$$

откуда

$$K(1)=\sqrt{\gamma}/(\sqrt{\gamma}+1). \tag{П15}$$

Подставляя (П15) в (П14), $K(s)=\sqrt{\gamma}/(\sqrt{\gamma}+s)$. Эту задачу можно решить еще проще, если принять $a=\sqrt{\varepsilon^2+\gamma}$. Уравнение (П12) для этого значения a упрощается:

$$[(\sqrt{\varepsilon^2+\gamma}+s)/(\varepsilon+s)]K(s)-\gamma/(\varepsilon+s)(\sqrt{\varepsilon^2+\gamma}-s)=$$
$$=\Gamma(s)[(\varepsilon-s)/(\sqrt{\varepsilon^2+\gamma}-s)]. \tag{П16}$$

Используя (4), из (П16) найдем $(\sqrt{\gamma}+s)K(s)/s-\sqrt{\gamma}/s=0$, откуда $K(s)=\sqrt{\gamma}/(\sqrt{\gamma}+s)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зотов М. Г. Решение интегральных уравнений Винера — Хопфа и Заде — Рагаццини операционным методом.— Автометрия, 1972, № 1.
2. Зотов М. Г. Решение систем интегральных уравнений при оптимальном синтезе многомерных систем.— Автометрия, 1973, № 4.
3. Зотов М. Г. Об одном способе определения неизвестных параметров при решении интегральных уравнений операционным методом.— Автометрия, 1975, № 4.
4. Ньютон Дж. К., Гулд Л. А., Кайзер Дж. Ф. Теория линейных следящих систем.— М.: Физматгиз, 1968.

Поступило в редакцию 26 апреля 1982 г.

УДК 621.373.826 : 772.99

Е. Ф. ОЧИН

(Ленинград)

ЧЕТЫРЕХВЕКТОРНОЕ (2×2) АМПЛИТУДНОЕ КОДИРОВАНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНЫХ ФИЛЬТРОВ

Заданная передаточная функция когерентного оптического процессора пространственно-частотной фильтрации реализуется в общем виде как комплексный пространственно-частотный фильтр

$$H(x,\ y)=a(x,\ y)\ \exp[i\varphi(x,\ y)]. \tag{1}$$

Здесь $-1\leqslant a(x,\ y)\leqslant 1$ — функция амплитудной модуляции, $\varphi(x,\ y)$ — фазовой модуляции.

Фильтр (1) можно представить в виде двумерной структуры, состоящей из двух слоев. Первый слой является неотрицательным амплитудным модулятором:

$$A(x, y) = |a(x, y)|, \tag{2}$$

а второй — фазовым:

$$F(x, y) = \exp\{i[\varphi(x, y) + (\pi/2)\,\mathrm{sign}\,[a(x, y)]]\}, \tag{3}$$

где

$$\mathrm{sign}\,(a) = \begin{vmatrix} 1, & a \geqslant 0, \\ -1, & a < 0. \end{vmatrix}$$

Физическая реализация такого фильтра связана с непреодолимыми трудностями взаимной юстировки амплитудного (2) и фазового (3) модуляторов. Однако в некоторых частных случаях, когда одна из функций ((2) или (3)) имеет простейший вид, возможна двухслойная реализация комплексных фильтров.

Пусть, например, функция пропускания фильтра имеет специальный вид

$$T(x, y) = t(x, y)\exp[2\pi i(k_x x + k_y y)], \tag{4}$$

$0 \leqslant t(x, y) \leqslant 1$; k_x, k_y — константы. Неотрицательный амплитудный модулятор $t(x, y)$ реализуется в виде амплитудного транспаранта (фотопленки, фотопластинки и т. п.), фазовый модулятор $\exp[2\pi i(k_x x + k_y y)]$ — в виде призмы. Конструктивные параметры призмы k_x и k_y зависят от длины волны λ. Действие призмы на оптический сигнал сводится к изменению направления распространения световой волны. Поэтому по окончании процедуры расчета фильтра (4) можно отказаться от фактического включения призмы в схему когерентного оптического процессора, соответствующим образом изменив взаимное положение некоторых его элементов.

Методы амплитудного кодирования комплексных фильтров сводятся к замене физически нереализуемого фильтра (1) физически реализуемым (4). Такая замена имеет смысл лишь в том случае, если оба фильтра оказывают на оптический сигнал эквивалентные воздействия. Очевидно, что не существует действительной неотрицательной функции $t(x, y)$, удовлетворяющей уравнению $t(x, y)\exp[2\pi i(k_x x + k_y y)] = a(x, y)\exp[i\varphi(x, y)]$.

Осуществим ступенчатую аппроксимацию функций (1) и (4):

$$\hat{H}(x, y) = \sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N} H_{mn}\,\mathrm{rect}\,\frac{x - m\Delta x}{\Delta x}\,\mathrm{rect}\,\frac{y - n\Delta x}{\Delta y}, \tag{5}$$

$$\hat{T}(x, y) = \sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N} T_{mn}\,\mathrm{rect}\,\frac{x - m\Delta x}{\Delta x}\,\mathrm{rect}\,\frac{y - n\Delta y}{\Delta y}, \tag{6}$$

где $H_{mn} = \int\limits_{x_1}^{x_2}\int\limits_{y_1}^{y_2} a(x, y)\exp[i\varphi(x, y)]\,dxdy$, $T_{mn} = \int\limits_{x_1}^{x_2}\int\limits_{y_1}^{y_2} t(x, y)\exp[2\pi i(k_x x + k_y y)]\,dxdy$,

$x_1 = (m - 0{,}5)\Delta x$, $x_2 = (m + 0{,}5)\Delta x$, $y_1 = (n - 0{,}5)\Delta y$, $y_2 = (n + 0{,}5)\Delta y$, Δx, Δy — шаги дискретизации, выбираемые в соответствии с теоремой отсчетов, примененной к функции (1). Найдем действительную неотрицательную функцию $t(x\, y)$, удовлетворяющую уравнению

$$\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\int\limits_{x_1}^{x_2}\int\limits_{y1}^{y_2} t(x, y)\exp[2\pi i(k_x x + k_y y)]\,dxdy\,\mathrm{rect}\,\frac{x - m\Delta x}{\Delta x}\,\mathrm{rect}\,\frac{y - n\Delta y}{\Delta y} = \hat{H}(x, y). \tag{7}$$

Сравнивая (5) и (6), можно записать

$$\int\limits_{x_1}^{x_2}\int\limits_{y_1}^{y_2} t(x, y)\exp[2\pi i(k_x x + k_y y)]\,dxdy = H_{mn}. \tag{8}$$

Уравнение (8) допускает бесконечное число решений. Одно из них дает метод кодирования фурье-голограмм, предложенный Ли [1]:

$$t(x, y) = \sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\mathrm{rect}\,\frac{y - n\Delta y}{\Delta y}\sum_{j=1}^{4} t_{mnj}\,\mathrm{rect}\,\frac{x - m\Delta x - (j - 2{,}5)\,\Delta x/4}{\Delta x/4}, \tag{9}$$

где $0 \leqslant t_{mnj} \leqslant 1$. Подставляя (9) в (8), при $k_x = 1/\Delta x$, $k_y = 0$ получим

$$\int\limits_{x_1}^{x_2}\int\limits_{y_1}^{y_2}\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\mathrm{rect}\,\frac{y - n\Delta y}{\Delta y}\sum_{j=1}^{4} t_{mnj}\,\mathrm{rect}\,\frac{x - m\Delta x - (j - 2{,}5)\,\Delta x/4}{\Delta x/4}\times$$

$$\times\exp(2\pi i x/\Delta x)\,dxdy = \sum_{j=1}^{4} t_{mnj}\exp\left[i\frac{\pi}{2}(j - 2{,}5)\right] = H_{mn}.$$

	$b_{mn}<0$	$b_{mn}\geqslant 0$	$b_{mn}<0$	$b_{mn}\geqslant 0$
t_{mn1}	0	0	a_{mn}	a_{mn}
t_{mn2}	0	b_{mn}	0	b_{mn}
t_{mn3}	$-a_{mn}$	$-a_{mn}$	0	0
t_{mn4}	$-b_{mn}$	0	$-b_{mn}$	0

удобной форме, умножая (1) на $\exp(-3\pi i/4)$:

$$\sum_{j=1}^{4} t_{mnj} \exp\left[i\,\frac{\pi}{2}(J-1)\right] = H_{mn}. \qquad (10)$$

Представляя H_{mn} в алгебраической форме

$$H_{mn} = a_{mn} + i b_{mn}, \qquad (11)$$

уравнение (10) можно записать в виде системы уравнений с действительными коэффициентами:

$$t_{mn1} - t_{mn3} = a_{mn},\ t_{mn2} - t_{mn4} = b_{mn}. \qquad (12)$$

Система уравнений (12) допускает бесконечное число решений. Одно из них можно записать в виде таблицы решений (табл. 1).

Из (12) следует, что кодирование Ли требует от устройства вывода фильтров из ЭВМ реализации четырех элементов размером ($\Delta y \times 0{,}25\Delta x$) (рисунок, *а*). Так как разрешение большинства устройств вывода одинаково в направлениях x и y, необходимое разрешение должно быть не хуже ($0{,}25\Delta y \times 0{,}25\Delta x$). Следовательно, метод

а

t'_{mn1}	t'_{mn2}	t'_{mn3}	t'_{mn4}

б

t''_{mn21}	t''_{mn22}
t''_{mn11}	t''_{mn12}

Амплитудное кодирование:
а — ячейка четырехвекторного (1×4) кодирования Ли;
б — ячейка четырехвекторного (2×2) кодирования.

Ли требует не менее $4 \times 4 = 16$ элементов разрешения устройства вывода фильтров из ЭВМ на один отсчет фильтра и $16(2M-1)\ (2N-1)$ элементов на весь фильтр.

В модифицированном Буркхартом [2] методе Ли на один отсчет достаточно $3 \times 3 = 9$ элементов разрешения. Покажем, что размерность ячейки можно сократить до $2 \times 2 = 4$ элементов разрешения, получив кодирование, эквивалентное по точности кодированию Ли.

Предлагаемый метод кодирования базируется на введении амплитудного транспаранта вида

$$t(x, y) = \sum_{m=-M}^{M} \sum_{n=-N}^{N} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{2} t_{mnkl} \operatorname{rect} \frac{x - m\Delta x - (k-1{,}5)\,\Delta x/2}{\Delta x/2} \times$$
$$\times \operatorname{rect} \frac{y - n\Delta y - (l-1{,}5)\,\Delta y/2}{\Delta y/2}. \qquad (13)$$

Подставляя (13) в (8), при $k_x = 1/\Delta x$, $k_y = 1/2\Delta y$ получим

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{2} t_{mnkl} \exp\left[i\,\frac{\pi}{2}(2k+l-4{,}5)\right] = H \quad, \ n \text{ четно}, \\ &\sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{2} t_{mnkl} \exp\left[i\,\frac{\pi}{2}(2k+l-2{,}5)\right] = H_{mn}, \ n \text{ нечетно}. \end{aligned}\right\}$$

Функция $\exp[2\pi i(x/\Delta x + y/2\Delta y)]$ в уравнении (8) имеет период в направлении x, равный Δx, а в направлении y — равный $2\Delta y$, поэтому результат интегрирования в (8) зависит от четности индекса n. Аналогично (10) умножим (1) на $\exp(5\pi i/4)$ и получим более удобное разложение H_{mn}:

Таблица 2

t_{mnkl}	n четно				n нечетно			
	$a_{mn}<0$		$a_{mn}\geqslant 0$		$a_{mn}<0$		$a_{mn}\geqslant 0$	
	$b_{mn}<0$	$b_{mn}\geqslant 0$	$b_{mn}<0$	$b_{mn}\geqslant 0$	$b_{mn}<0$	$b_{mn}\geqslant 0$	$b_{mn}<0$	$b_{mn}\geqslant 0$
t_{mn11}	0	0	a_{mn}	a_{mn}	$-a_{mn}$	$-a_{mn}$	0	0
t_{mn12}	$-a_{mn}$	$-a_{mn}$	0	0	0	0	a_{mn}	a_{mn}
t_{mn21}	0	b_{mn}	0	b_{mn}	$-b_{mn}$	0	$-b_{mn}$	0
t_{mn22}	$-b_{mn}$	0	$-b_{mn}$	0	0	b_{mn}	0	b_{mn}

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{2} t_{mnkl}\exp\left[i\frac{\pi}{2}(2k+l-3)\right]=H_{mn}, \quad n \text{ четно},\\ &\sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{2} t_{mnkl}\exp\left[i\frac{\pi}{2}(2k+l-1)\right]=H_{mn}, \quad n \text{ нечетно}.\end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Воспользовавшись (11), уравнения (14) можно записать в виде систем уравнений с действительными коэффициентами:

$$\left.\begin{aligned}&\left.\begin{aligned}t_{mn11}-t_{mn12}&=a_{mn},\\ t_{mn21}-t_{mn22}&=b_{mn},\end{aligned}\right\}, \quad n \text{ четно},\\ &\left.\begin{aligned}t_{mn12}-t_{mn11}&=a_{mn},\\ t_{mn22}-t_{mn21}&=b_{mn},\end{aligned}\right\}, \quad n \text{ нечетно}.\end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Системы уравнений (15) допускают бесконечное число решений. Одно из них можно представить в виде таблицы решений (табл. 2).

Предлагаемый метод кодирования, как это следует из (15), требует от устройства вывода фильтров из ЭВМ реализации четырех элементов размером $\Delta x/2\times\Delta y/2$ (рисунок, *б*), что в два раза снижает требование к разрешению в сравнении с методом Ли. Предложенный метод кодирования может быть применен для синтеза фурье-голограмм и голограмм Френеля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lee W. H. Sampled Fourier-Transform Hologram Generated by Computer.— Appl. Opt., 1970, vol. 9, N 9.
2. Burckhardt C. B. Simplification of Lee's Method of Generating Holograms by Computer.— Appl. Opt., 1970, vol. 9, N 8, p. 1949.

Поступило в редакцию 16 декабря 1980 г.

УДК 532.57 : 533.6.071.08 : 621.375.8

Н. П. КОЛОТАЕВ

(Москва)

АДАПТИРУЮЩАЯСЯ К УСЛОВИЯМ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННАЯ АСНИ ЛДИС МИНИ-ЭВМ

Аэродинамический эксперимент представляет сложный вид научного исследования аэрофизических процессов в воздушных потоках, обтекающих модели и элементы летательных аппаратов. Он характеризуется большим объемом измерений различных физических величин, высокой точностью и информативностью результатов измерений, малой длительностью процесса измерений. Внедрение в практику метода лазерной