

10. Прокофьев В. Н. Двухвыборочные ранговые правила обнаружения сигнала с использованием крайних наблюдений.— Радиотехника и электроника, 1976, т. 21, № 8, с. 1782.
11. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.

Поступила в редакцию 25 января 1981 г.

УДК 535. 317.25 : 535.8

А. А. ВАСИЛЬЕВ, Б. В. КЛИМКОВИЧ,  
И. Н. КОМПАНЕЦ, С. П. КОТОВА  
(Москва)

## ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО МОДУЛЯТОРА

**Введение.** Преобразования координат или геометрические преобразования сигналов [1, 2] относятся к классу линейных пространственно-зависимых преобразований. Интерес к геометрическим преобразованиям обусловлен возможностью решения с их помощью таких практически важных задач, как коррекция изображений, подвергшихся пространственно-зависимым искажениям, и корреляционное опознавание оптических сигналов с разным масштабом и различной ориентацией. Преобразования координат могут быть выполнены электронными (с помощью специальных телевизионных разверток) и оптическими методами [1, 2]. Последние из них являются наиболее привлекательными, поскольку не требуют многократных преобразований оптических сигналов в электрические и обратно.

Известно несколько оптических методов выполнения геометрических преобразований. Один из них, предложенный в [3], предназначен для обработки одномерных сигналов. В нем световой пучок, пространственно промодулированный вдоль одной координаты в соответствии с амплитудой сигнала, проходит сквозь щелевую диафрагму, форма которой зависит от выполняемого геометрического преобразования сигнала. Недостатком такого метода является несовместимость большой светосилы оптической системы с высокой пропускной способностью. С ростом числа  $N$  разрешаемых системой элементов сигнала светосила падает как  $1/N^2$ . Отмеченный недостаток присущ и методам, развитым в работах [4, 5].

В другом способе используется голографический фильтр, полученный путем записи наложенных голограмм, каждая из которых представляет результат интерференции световых волн от двух точечных источников, являющихся дискретными отсчетами преобразуемого и результирующего сигналов [6, 7]. Каждая точка входной плоскости восстанавливает только одну соответствующую ей точку в результирующем сигнале. При использовании объемных регистрирующих сред это достигается за счет избирательности фильтра по углу падения волны, а для тонких голограмм — за счет модуляции опорной волны разными участками диффузно рассеивающей пластины. Пропускная способность таких схем достаточно высока, поскольку с ростом числа наложенных голограмм растут шумы в преобразованном сигнале и падает дифракционная эффективность. Метод экспериментально продемонстрирован для сигналов, содержащих 3—4 отсчета [6, 7].

Наиболее эффективным, по-видимому, является метод фазовых масок, предложенный в [8] (рис. 1). Во входной плоскости системы (передняя фокальная плоскость линзы) вплотную с преобразуемым сигналом

устанавливается маска  $T$  с пропусканием  $t(x, y) = \exp[i\Phi(x, y)]$ , где  $\Phi$  — набег фазы света, прошедшего сквозь маску. При этом могут применяться маски разных типов: преломляющего, отражающего и дифракционного. Преобразованный сигнал формируется в задней фокальной плоскости линзы. Каждому участку входной плоскости соответствует участок в выходной плоскости системы, координаты которого определяются углом отклонения светового луча фазовой маской в данном участке входной плоскости.

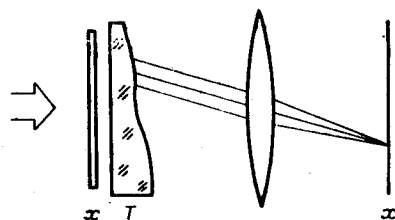


Рис. 1.

В работе [8] в качестве фазовых масок были предложены синтезированные с помощью ЭВМ фильтры. Однако эксперименты показали [8, 9], что с помощью таких фильтров можно преобразовывать только простейшие сигналы и, кроме того, они обладают значительными шумами. Это заставляет искать новые типы фазовых масок.

В данной работе сделана оценка пропускной способности оптической системы с фазовой маской, выполняющей логарифмическое преобразование координат. Такое преобразование реализует, в частности, масштабно-инвариантную корреляционную обработку оптических сигналов [2]. Показана возможность выполнения этого преобразования с помощью фазового элемента преломляющего типа на основе ориентационных эффектов в нематических жидких кристаллах (ЖК) [10].

**Пропускная способность оптической системы с фазовой маской.** Воздействие  $f$  в плоскости входного зрачка исследуемой оптической системы (см. рис. 1) и отклик  $g$  в плоскости выходного зрачка связаны интегралом суперпозиции

$$g(x') = \int_{-\infty}^{\infty} s(x, x') f(x) dx, \quad (1)$$

где  $s(x, x')$  — импульсный отклик системы. Учитывая, что маска имеет пропускание  $t(x) = \exp[i\Phi(x)]$ , получим

$$g(x') = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp[ikxx'/F + i\Phi(x)] dx, \quad (2)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $F$  — фокусное расстояние линзы.

Для достаточно «медленно» меняющейся функции  $f(x)$  значение интеграла (2) можно найти методом перевала, считая экспоненту быстро осциллирующей функцией. В этом случае  $g(x') \sim f(x)$ . Здесь  $x$  — точка стационарной фазы, определяемая из уравнения

$$\frac{d\Phi}{dx} = -\frac{kx'}{F}. \quad (3)$$

Под пропускной способностью системы будем понимать предельное число разрешаемых элементов в сигналах  $f$  и  $g$ . В идеальной системе, выполняющей некоторое геометрическое преобразование вида  $x' = \Psi(x)$ , элементы входного сигнала размером  $\Delta x$  переходят в выходной плоскости в элементы размером  $\Delta x'(x)$ , причем очевидно, что

$$\Delta x'(x) = \left| \frac{d\Psi(x)}{dx} \right| \Delta x. \quad (4)$$

Однако вследствие дифракции полуширина светового пятна в выходной плоскости, соответствующая участку входной плоскости размером  $\Delta x$ , равна, как известно,

$$\Delta x'_R \cong F\lambda/\Delta x. \quad (5)$$

Условие разрешения всех элементов в преобразуемом изображении может быть выражено неравенством

$$\Delta x'_d \leq \Delta x'(x) \text{ или } \frac{F\lambda}{\Delta x} \leq \left| \frac{d\Psi}{dx} \right| \Delta x. \quad (6)$$

Отсюда можно определить приведенный ко входной плоскости размер минимального разрешаемого элемента:

$$\Delta x_{\min}(x) = \left( F\lambda \left| \frac{d\Psi}{dx} \right| \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Видно, что этот размер меняется вдоль координаты  $x$  и зависит от вида выполняемого преобразования. Обозначив  $\Phi(x) = B\varphi(x)$ , где  $|\varphi(x)| \leq 1$ ,  $B$  — максимальная глубина модуляции, и воспользовавшись уравнением (3), будем иметь

$$\Delta x_{\min}(x) = \left( \frac{B}{2\pi} \left| \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \right| \right)^{-1/2}. \quad (8)$$

Пропускная способность системы

$$N = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{\Delta x_{\min}(x)} = \sqrt{\frac{B}{2\pi}} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left| \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \right|^{1/2} dx. \quad (9)$$

$x_{\max} - x_{\min}$  — апертура входного транспаранта.

Рассмотрим логарифмическое преобразование координат вида  $x = -(BF/kx_0) \ln(x/x_0)$ ,  $x_0$  — характерный размер маски. Решая уравнение (3), находим требуемую зависимость фазового набега от координаты

$$\Phi(x) = B((x/x_0) \ln(x/x_0) - x/x_0). \quad (10)$$

Для точного вычисления разрешающей способности найдем оптическую передаточную функцию (ОПФ), которую для пространственно-зависимых систем удобно записать следующим образом:

$$S(x', \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega x) s(x, x') dx. \quad (11)$$

В этом случае интеграл суперпозиции (1) представляется в виде

$$g(x') = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) S(\omega, x') d\omega, \quad (12)$$

где  $F(\omega)$  — фурье-спектр входного сигнала.

ОПФ идеальной системы описывается выражением  $S_{\pi}(\omega, x) = \exp[-i\omega\Psi^{-1}(x')]$  (или в исходных координатах —  $S_{\pi}(\omega, x) = \exp(-i\omega x)$ ). Легко показать, что ОПФ исследуемой схемы имеет вид

$$S(x', \omega) = C \exp \{ iB \exp(-kx_0 x'/BF) (1 - \exp(x_0 \omega/B)) + i(\omega - kx/F)(x_0/2B) \}. \quad (13)$$

Как видно из (8), (9), интерес представляют системы с  $B \gg 1$ . В этом случае вещественная часть показателя экспоненты в (13) пренебрежимо мала. Представляя  $S(\Psi(x), \omega)$  в виде  $S = S_{\pi} S_a$ , выделим ту часть ОПФ, которая характеризует искажения сигнала в реальной системе

$$S_a(\omega, x) = \exp [iB(x/x_0)(1 - \exp(x_0 \omega/B)) + i\omega x]. \quad (14)$$

Отсюда следует, что искажения системы являются чисто фазовыми. Полосу пропускания пространственных частот можно определить исходя из того, что относительный сдвиг фаз для крайних частот не должен превышать некоторой величины, например  $\pi$ . Следовательно, верхнюю границу полосы пропускания  $\Omega$  можно найти из уравнения

$$|B(x/x_0)[1 - \exp(x_0 \Omega/B)] + \Omega x| = \pi. \quad (15)$$

При  $\Omega \leq x_0/B$ , разлагая экспоненту в ряд, получим

$$\Omega = \sqrt{2\pi B/xx_0}. \quad (16)$$

Отсюда размер минимального разрешаемого элемента и значение пропускной способности системы соответственно равны

$$\Delta x_{\min} = 2\pi/\Omega = \sqrt{2\pi xx_0/B},$$

$$N = \int_0^{x_{\max}} \frac{dx}{\Delta x_{\min}} = \sqrt{\frac{2Bx_{\max}}{\pi x_0}}. \quad (17)$$

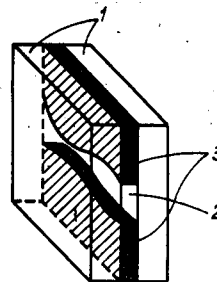


Рис. 2.

Из формул (9), (17) видно, что пропускная способность системы зависит от максимальной глубины фазовой модуляции  $B$ . Так, например, для логарифмического преобразования координат сигнала, состоящего из 100 элементов, необходима маска с максимальной глубиной фазовой модуляции около 2500л. По достижимому диапазону изменения фазового пропускания можно оценивать возможности различных типов масок. Так, например, путем синтеза на ЭВМ можно изготовить фильтры, состоящие из  $10^4 \times 10^4$  элементов размером 12,5 мкм [11]. При условии, что минимальное число элементов, приходящихся на одну полосу ( $2\pi$ ), равно 10 и что апертура фильтра 40 мм, значение  $B$  для логарифмического преобразования будет ограничено величиной 30—50л (в зависимости от точности выполняемого преобразования). Это соответствует всего 14—16 разрешаемым элементам во входном одномерном сигнале.

**Жидкокристаллический фазовый модулятор.** Конструкция модулятора схематически показана на рис. 2. Рабочим веществом модулятора является слой нематического ЖК 2, заключенный между стеклянными подложками 1 и фигурными металлическими электродами 3. Заданное распределение глубины фазовой модуляции вдоль оси симметрии модулятора достигается за счет изменения двойного лучепреломления, вызванного действием на ориентированный слой ЖК электрического поля определенной конфигурации. Конфигурация поля задается формой электродов, на которые подается напряжение фиксированной величины.

Нахождение требуемой формы электродов является в общем случае непростой задачей в силу сложного характера взаимодействия ЖК с неоднородным электрическим полем [10, 12]. Поэтому при аналитическом расчете формы электродов сделаем следующие допущения.

1. Расстояние  $h$  между электродами вдоль оси симметрии (ось  $x$ ) меняется настолько медленно, что можно пренебречь изменением плотности заряда вдоль границы электрода.

2. Расстояние  $h$  для любого  $x$  много больше толщины  $L$  слоя ЖК. Это означает, что можно не учитывать упругого взаимодействия между соседними участками слоя ЖК, которое распространяется на расстояния, не превышающие  $L$  [12], поскольку влияние электрического поля, создаваемого соседними участками электродов, характеризуется расстоянием  $h$ .

Первое условие позволяет записать выражение для электрического поля на оси симметрии электродов в виде интеграла суперпозиции:

$$E(x) = A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U}{h(x')} \frac{\partial \alpha(x-x')}{\partial x'} dx', \quad (18)$$

где постоянная  $A$  определяется из условия нормировки;  $U$  — значение напряжения на электродах;  $h(x')$  — расстояние между электродами;  $\alpha(x-x')$  — переходная характеристика, равная напряженности поля на оси симметрии электродов, имеющих резкий прямоугольный край:

$$1/h(x') = \chi(x' - x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x' \geq x, \\ 0 & \text{при } x' < x. \end{cases} \quad (19)$$

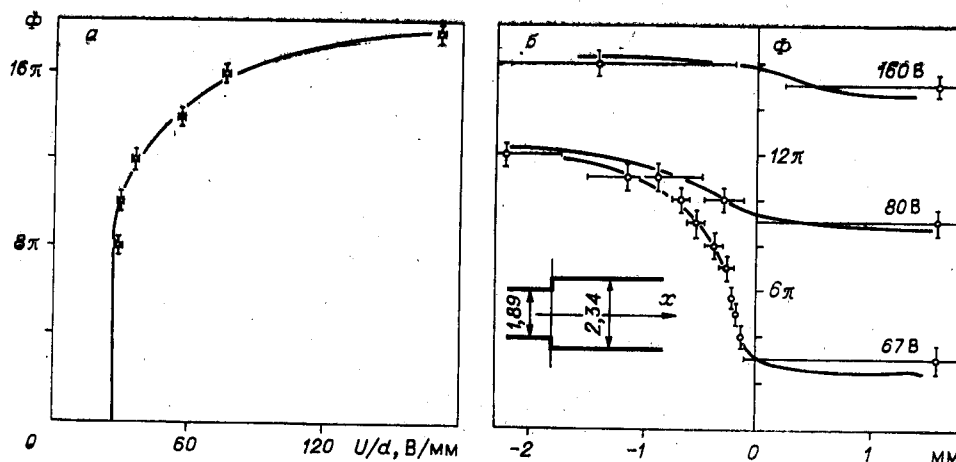


Рис. 3.

Она учитывает изменение напряженности поля в точке  $x$  за счет изменения расстояния между электродами в точке  $x'$ .

Второе условие дает возможность воспользоваться модуляционной характеристикой  $\Phi(E)$  для выяснения требуемого распределения электрического поля  $E(x)$  по заданной зависимости набега фазы от координаты  $\Phi(x)$ . (Модуляционная характеристика  $\Phi(E)$  — зависимость набега фазы прошедшего через модулятор света от величины приложенного к электродам напряжения при параллельных границах электродов). Это же условие позволяет найти переходную характеристику  $\alpha(x-x')$  по экспериментально измеренным зависимостям  $\Phi(E)$  и  $\Phi_n(x)$  (последняя представляет собой переходную характеристику по фазовой задержке и измеряется в ячейке с электродами ступенчатой формы).

На рис. 3 изображены модуляционная характеристика  $\Phi(E)$  (а) и переходные характеристики  $\Phi_n(x)$  (б), измеренные в ячейке, форма электродов которой изображена на вставке. Параметры жидкокристаллических ячеек приведены ниже. Переходная характеристика, соответствующая этим зависимостям, хорошо аппроксимируется функцией вида

$$\alpha(x/h) = \begin{cases} 0,5(1 - \exp(ax/h)) & \text{при } x < 0, \\ 0,5 \exp(-ax/h) & \text{при } x > 0, \end{cases} \quad (20)$$

где  $a$  — безразмерный параметр, который в нашем случае равен  $a = 3,3 \pm 0,2$ .

Путем решения уравнения (18) была получена форма электродов модулятора с логарифмической зависимостью пространственной частоты от координаты  $x$  при условии слабой зависимости  $h$  от  $x$ , т. е.  $\frac{dh}{dx} \ll 1$  (рис. 4).

**Экспериментальные результаты.** Эксперименты проводились с образцами ячеек, содержащих гомеотропно-ориентированный [10] слой нема-

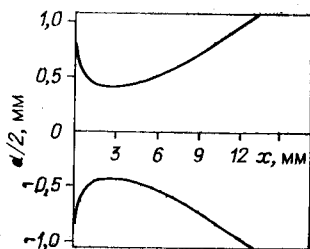


Рис. 4.

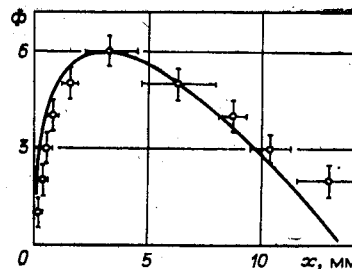


Рис. 5.

тического ЖК толщиной 50 мкм. В качестве ЖК использовалась смесь цианфениловых эфиров алкоксибензойных кислот, характеризующаяся положительной диэлектрической анизотропией ( $\Delta\epsilon = 22$ ) при частоте  $10^3$  Гц и величиной двойного лучепреломления  $\Delta n = 0,17$  [13]. Электроды изготовлялись из медной фольги толщиной 50 мкм методом фотолитографии (толщина электродов определяла толщину слоя ЖК).

Зависимость набега фазы от координаты  $\Phi(x)$  в модуляторе с изготовленными согласно расчетам электродами при напряжении 100 В приведена на рис. 5. Сплошной кривой обозначена требуемая теоретическая зависимость. Измерения проводились с использованием излучения гелий-неонового лазера с длиной волны 0,63 мкм.

С помощью модулятора было выполнено логарифмическое преобразование координат простейших сигналов. Зависимость координат светового пятна в выходном зрачке  $x'$  от координат светового пятна во входном зрачке  $x$  представлена на рис. 6. На рис. 7 приведены фотографии входного (а) и преобразованного (б) сигналов.

Следует отметить, что во избежание сильных фазовых искажений обрабатываемые в данной схеме сигналы не должны содержать частоты, выше некоторой предельной, вычисленной из условия (15). Этого можно добиться путем предварительной фильтрации входных сигналов.

Максимальная глубина модуляции при напряжении на электродах 100 В составляла 18л. Однако вследствие резкого нарастания модуляционной характеристики на начальном участке в модуляторе была использована только часть диапазона изменения набега фазы в слое ЖК.

Отметим, что максимальная глубина модуляции в жидкокристаллическом транспаранте толщиной  $L$  выражается соотношением  $\Delta\Phi = 2\pi(\Delta n L/\lambda)$ . Следовательно, при толщине слоя  $\sim 1$  мм она может составлять около 1000л. Если считать, что хотя бы половина этого диапазона будет использована при работе фазового элемента, то пропускная способность системы достигнет величины около 40 элементов (в одном измерении). Это значение хотя и невелико, но превышает любые известные оценки для фазовых элементов других типов.

Итак, в работе показано, что пропускная способность оптической системы, реализующей геометрические преобразования с помощью фазовой маски, определяется глубиной фазовой модуляции  $V$ . Для логарифмического преобразования координат одномерного сигнала она приблизительно равна  $\sqrt{2VX_{\max}/\pi x_0}$ . В качестве фазового элемента нами предложен одномерный модулятор на основе ЖК, обеспечивающий значительную глубину модуляции (более 500л).

Следует ожидать, что такие элементы помогут создать оптические системы с пропускной способностью, достаточной для выполнения геометрических преобразований простейших сигналов, и возможностью подстройки пропускания в процессе их юстировки.

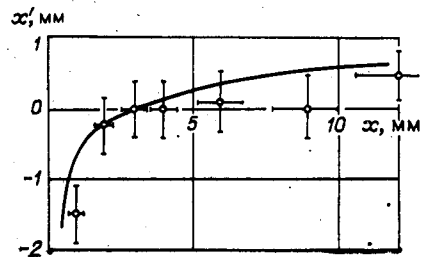


Рис. 6.

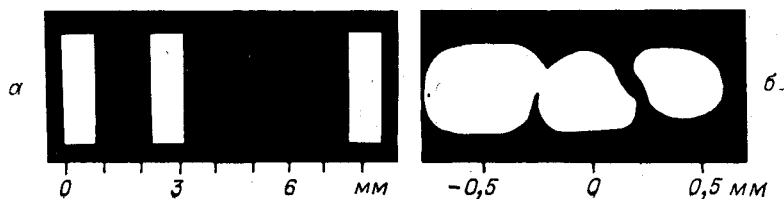


Рис. 7.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гудмен Дж. Возможности когерентных оптических систем обработки.— ТИИЭР, 1977, т. 65, № 1.
2. Касасент Д., Псалтис Д. Новые методы оптических преобразований для распознавания образов.— ТИИЭР, 1977, т. 65, № 1.
3. Cutrona L. J. Recent Developments in Coherent Optical Technology.— In: Optical and Electro-Optical Information Processing/Eds. J. T. Tippett, D. A. Berhowitz, L. C. Clapp, C. J. Koester, A. Vanderburgh, Jr.— Cambridge: MIT Press, 1965, Chap. 6.
4. Goodman J. W., Kellman P., Hansen E. W. Linear Space-Variant Optical Processing of 1-D Signals.— Appl. Opt., 1977, vol. 16, N 3.
5. Rhodes W. T., Florence J. M. Frequency Variant Optical Signal Analysis.— Appl. Opt., 1976, vol. 15, N 12.
6. Deen L. M., Walkup J. F., Hagler M. O. Representations of Space-Variant Optical Systems Using Volume Holograms.— Appl. Opt., 1975, vol. 14, N 10.
7. Krile T. F., Marks II R. J., Walkup J. F., Hagler M. O. Holographic Representations of Space-Variant Systems Using Phase-Coded Reference Beams.— Appl. Opt., 1977, vol. 16, N 12.
8. Bryngdahl O. Geometrical Transformations in Optics.— JOSA, 1974, vol. 64, N 8.
9. Casasent D., Psaltis D. Scale Invariant Optical Correlation Using Mellin Transforms.— Opt. Comm., 1976, vol. 17, N 1.
10. Блинов Л. М. Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М.: Наука, 1978.
11. Ярославский Л. П., Мерзляков Н. С. Методы цифровой голографии. М.: Наука, 1977.
12. Chigrinov V. G., Kompanets I. N., Vasiliev A. A. Behavior of Nematic Liquid Crystals in Inhomogeneous Electric Field.— Mol. Cryst. and Liquid Cryst., 1979, vol. 55, N 2, p. 193—207.
13. Гребенкин М. Ф., Сильвестров В. А., Блинов Л. М., Чигринов В. Г. Свойства нематических жидких кристаллов с положительной диэлектрической анизотропией.— Кристаллография, 1975, т. 20, № 5.

*Поступила в редакцию 9 июля 1980 г.;  
окончательный вариант — 1 февраля 1982 г.*

УДК 681.327.535.317.7

**В. А. ДОМБРОВСКИЙ, С. А. ДОМБРОВСКИЙ**  
(Новосибирск)

### **ТРЕБОВАНИЯ К АБЕРРАЦИЯМ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ И ТОЧНОСТИ ИХ УСТАНОВКИ В ГОЛОГРАММНЫХ ЗУ**

**Введение.** Влияние aberrаций оптической системы на геометрические параметры и информационные характеристики ГЗУ исследовалось в [1—4]. В работах [5—7] рассмотрены вопросы точности юстировки отдельных оптических элементов. В статье [5] определены требования к точности установки транспаранта данных в передней фокальной плоскости Фурье-объектива при записи голограмм. В [6] проведен анализ условий восстановления и расчет ГЗУ, использующих голограммы Фурье. Получены выражения для продольного и поперечного смещений и увеличения изображения. В [7] определены требования к точности установки транспаранта данных и фотоматрицы, а также анализируется влияние несогласованности радиусов кривизны опорного и восстанавливающего пучков на качество изображения.

Однако в реальной оптической системе ГЗУ одновременно присутствуют и разъюстировка оптических элементов, и aberrации объективов, и несогласованность параметров пучков, формирующих голограмму. Aberrации восстановленного изображения в плоскости фотоматрицы, как правило, являются следствием совместного действия всех вышеперечисленных причин. Поэтому при анализе требований, например, к точности