

случае при общей разрядности сумматора  $l_j = c+r$ , где  $c$  — число основных разрядов, среднее значение результирующей ошибки ЦСУ от усечения составит

$$\bar{\epsilon}_m = -m2^{-(2+r)}. \quad (20)$$

Для того чтобы эта погрешность не возрастала с ростом числа звеньев ЦСУ, необходимо добавлять в сумматор каждого звена, начиная со второго, еще  $(j-1)$  дополнительных разрядов, т. е.  $l_j = c+r+(j-1)$ . Тогда результирующая погрешность усечения составит постоянную величину, равную  $\bar{\epsilon}_m = -2^{-(2+r)}$ . Однако такое схемное решение нетехнологично. Очевидно, при выборе числа младших дополнительных разрядов  $r$  необходимо добиваться компромисса между точностью сглаживания (см. формулу (20)) и объемом аппаратурных затрат.

**Результаты моделирования.** На рис. 3 приведены графики исходной и сглаженных значений дискретной реализации (усилие силовой установки на номинальном режиме), полученные при моделировании работы 5-звенного ЦСУ на управляющей ЦЭВМ.

### Выводы

Отличаясь простотой технической реализации, рассмотренное ЦСУ может найти эффективное применение в качестве цифрового рекурсивного фильтра низких частот в аппаратуре корреляционного и спектрального анализа случайных процессов. Как видно из (19), при современной элементной базе максимальная частота работы ЦСУ может достигать значений порядка 1—1,5 МГц.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов.— М.: Сов. радио, 1968.
2. Гольденберг Л. М., Левчук Ю. П., Поляк М. Н. Цифровые фильтры.— М.: Связь, 1974.
3. Саакян Э. А., Бахчиев Г. А., Погребецкий П. И. Цифровое сглаживающее устройство. (Автор. свид-во № 356644).— БИ, 1972, № 32.
4. Сенин А. Г. Фильтрация и обнаружение непрерывных сигналов по дискретной последовательности с распределением Пуассона.— Автометрия, 1974, № 2.
5. Клоков Ю. Л., Цирлин А. М. Центрирование реализаций случайных процессов при помощи ЦВМ.— Автоматика и телемеханика, 1963, т. 24, № 3.
6. Голд Б., Рейдер Ч. Цифровая обработка сигналов.— М.: Сов. радио, 1973.
7. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы.— М.: Сов. радио, 1971.

*Поступило в редакцию 3 мая 1977 г.;  
окончательный вариант — 12 июня 1979 г.*

УДК 519.853.6 : 681.3

А. С. ЗАГОРУЙКО

(Новосибирск)

### ПАКЕТ ПРОГРАММ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МНОГОМЕРНОЙ МИНИМИЗАЦИИ И СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРО-ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Назначение.** Пакет предназначен для определения локального минимума скалярной функции  $\Phi(X)$ , заданной в евклидовом пространстве  $E_N$  на  $N$ -мерном гиперпараллелепипеде, и решения  $N$ -мерных систем  $\Phi_i(X)$  ( $i = \overline{1, N}$ ) нелинейных алгебро-трансцендентных уравнений (СНАУ) при различных режимах его использования; пакет написан на языке ФОРТРАН и эксплуатируется на ЭВМ АСВТ М-4030.

**Обращение.**

CALL KMIPAK (FUN, N, X, XMIN, XMAX, Z,  
EPSF, EPSX, EPS4, JMAX, Y, NP, LS, IG, IPE, JM)

**Описание параметров.** FUN — имя подпрограммы пользователя, имеющей вид SUBROUTINE FUN (N, X, Z, FP). Тело данной подпрограммы должно описывать вместе с задаваемым ниже параметром LS минимизируемую функцию, значение которой для каждого  $N$ -мерного вектора переменных  $X$  заносится в  $Z$  ( $Z = \Phi(X)$  и  $LS=0$ ) или систему  $N$  нелинейных уравнений в виде  $N$  невязок ( $FP(I) = \Phi_i(X)$ ,  $I = \overline{1, N}$ ;  $LS=1$ ).

$N$  — количество переменных.

$X$  — вектор\* переменных размерности  $N$ , представляющий собой начальное приближение, с которого начинается минимизация  $\Phi(X)$  или решение СНАУ.

$XMIN$ ,  $XMAX$  —  $N$ -мерные векторы двухсторонних ограничений на вектор переменных ( $XMIN(I) \leq X(I) \leq XMAX(I)$ ,  $I = \overline{1, N}$ ).

$Z$  — найденное минимальное значение целевой функции при окончании итерационного процесса оптимизации или решения СНАУ. При выходе из пакета вектор  $X$  содержит значения оптимизируемых переменных, соответствующих данному значению  $Z$ .

$EPSF$ ,  $EPSX$ ,  $EPS1$  — задаваемые допустимые ошибки, характеризующие соответственно точности определения минимума целевой функции, приращения параметров и одномерной минимизации при определении шага спуска. Чем меньше эти величины, тем точнее вычисляется экстремальная точка, но при этом возрастают затраты машинного времени.

$JMAX$  — максимальное количество итераций, по достижении которого происходит в зависимости от величины  $JM$  или «обновление» текущей матрицы направлений, или прекращение итерационного процесса данного алгоритма. Рекомендуемое значение  $JMAX = 10 \div 20$ .

$Y$  — реальный параметр, характеризующий относительное приращение переменных в случае численного определения градиента целевой функции. Рекомендуемое значение  $Y = 10^{-2} \div 10^{-3}$ .

$NP$  — целочисленный параметр, задающий режим использования пакета. Если задать  $NP > 0$ , то будет работать только одна программа с номером  $NP$ , реализующая один из следующих методов поиска:  $NP = 1$  — комбинированный с поординатным спуском обобщенный метод хорд КХОРД [1];  $NP = 2$  — модифицированный метод Пауэлла КММП;  $NP = 3$  — метод поворота системы координат Розенброка;  $NP = 4$  — метод переменной метрики Давидона — Флетчера — Пауэлла КДФП\*\* [2].

Если  $NP = 0$ , то программы последовательно проработают в указанном выше порядке один цикл. Если  $NP \leq 0$ , то итерационный процесс, кроме первого цикла, будет представлять собой последовательную смену указанных программ псевдослучайным образом, причем количество циклов их повторной работы равно абсолютной величине  $NP$ . Первый цикл аналогичен работе программ при  $NP = 0$ .

$LS$  — целочисленный параметр, задаваемый равным нулю, если требуется минимизировать функцию, и единице, если нужно решить СНАУ.

$IG$  — целочисленный индикатор задания градиента минимизируемой функции  $\Phi(X)$ . Если  $IG = 0$ , градиент вычисляется автоматически численно, при  $IG = 1$  градиент задается аналитически пользователем в подпрограмме, имеющей вид SUBROUTINE KGRAN ( $N$ ,  $X$ ,  $FP$ ). Для  $N$ -мерного вектора  $X$  переменных составляющие градиента заносятся в массив  $FP$  ( $FP(I) = \frac{\partial \Phi(X)}{\partial X(I)}$ ,  $I = \overline{1, N}$ ). Массивы  $X$  и  $FP$ ,

как и в подпрограмме  $FUN$ , должны описываться с двойной точностью. Значение индикатора  $IG$  имеет смысл только в случае минимизации функции ( $LS = 0$ ) и для режимов с использованием программы КХОРД ( $NP \leq 1$ ). Для других режимов ( $NP \geq 2$ ) или при решении СНАУ ( $LS = 1$ ) значение  $IG$  несущественно.

$IRE$  — целочисленный параметр, управляющий режимом печати выходных результатов;  $IRE = 1$  — печать после каждой итерации;  $IRE = 0$  — печать только на последнем шаге поиска каждой из программ минимизации, а для программы КХОРД — и по истечении  $JMAX$  итераций;  $IRE = -1$  — отсутствие печати промежуточных результатов.

Выходными результатами являются всегда значения целевой функции  $Z$  и составляющих вектора  $X$ . Следует учитывать, что в случае минимизации функции  $\Phi(X)$  программами КММП, КРОЗ и КДФП целевой функцией является она сама ( $Z = \Phi(X)$ ). В случае минимизации  $\Phi(X)$  программой КХОРД целевая функция определяется как сумма квадратов отклонений составляющих градиента от нуля, т. е.

$$Z = \sum_{I=1}^N \left( \frac{\partial \Phi(X)}{\partial X(I)} \right)^2, \quad I = \overline{1, N}. \quad (1)$$

При решении СНАУ целевая функция представляет собой сумму квадратов невязок уравнений системы, т. е.

$$Z = \sum_{I=1}^N [\Phi_I(X)]^2, \quad I = \overline{1, N}. \quad (2)$$

В частном случае, когда минимизируемую функцию можно разложить на сумму четных степеней многочленов от  $X$ , ее лучше задавать в виде СНАУ таким образом, чтобы целевая функция (2) была равна исходной минимизируемой функции. Такой прием, как показали численные эксперименты, приводит к значительному увеличению быстродействия программы КХОРД.

\* Все реальные переменные и массивы описаны в пакете с двойной точностью.

\*\* Данный пакет легко может быть расширен, в ближайшем будущем в нем будут реализованы и другие методы минимизации.

JM — целочисленная переменная, абсолютная величина |JM| которой характеризует допустимое количество «обновлений» текущей матрицы направлений, включая ее начальное формирование. При этом она задает вместе с величиной JMAX максимальный объем вычислений по данному алгоритму. Знак величины JM определяет выбор метода одномерной минимизации. Если  $JM \geq 0$ , то поиск оптимального шага спуска осуществляется методом «золотого сечения». Если  $JM < 0$ , то работает метод скользящей параболической аппроксимации, который, как показали численные эксперименты, превосходит метод «золотого сечения» по быстродействию, но менее надежен.

**Критерии окончания работы программ.** Переменная JM при выходе из пакета содержит информацию о конечном результате его работы.

Если  $JM=1$ , то найден минимум целевой функции с точностью  $E=Z < EPSF$ , т. е. в данном случае заранее известно, что минимум целевой функции Z равен нулю. Такая ситуация характерна при решении СНАУ любой из указанных выше программ и в случае минимизации  $\Phi(X)$  программой КХОРД, когда градиент сводится к нулю, т. е. решается СНАУ вида  $\text{grad } \Phi(X) = 0$ . При  $JM=1$  работа пакета прекращается и осуществляется выход из него с соответствующим сообщением.

Если  $JM=2$ , последующие итерации перестают существенно менять значения целевой функции и оптимизируемых параметров, т. е.

$$\left| \frac{X_i^{h+1} - X_i^h}{X_i^h} \right| \leq EPSX, \quad i = \overline{1, N}; \quad (3)$$

$$\left| \frac{\Phi^{h+1} - \Phi^h}{\Phi^h} \right| \leq EPSF. \quad (4)$$

Если  $|\Phi^h| \leq EPSF$  или  $|X_i^h| \leq EPSX$ , то вместо (3) или (4) используются абсолютные изменения соответственно целевой функции или переменных.

При  $JM=2$  выдается сообщение о том, что возможности соответствующей программы исчерпаны, и итерационный процесс в зависимости от параметра NP или продолжается по другой программе пакета, или прекращается с выходом из него.

Если указанные условия окончания работы программ не выполняются ( $JM=3$ ), то в конце концов срабатывает ограничение сверху на допустимый объем вычислений по данному алгоритму (см. описание параметра JMAX и первоначального значения JM).

**Практическое использование пакета.** Отбор основных программ минимизации при их включении в пакет был проведен на основе решения серии тестовых примеров и реальных задач (задач параметрической оптимизации электронных схем, отражающего многолучевого интерферометра, взрывомагнитного генератора), исходя из критериев надежности получения результата и быстродействия [1, 2]. При решении практической задачи полиномиальной аппроксимации характеристики фото диода методом наименьших квадратов при помощи данного пакета наибольшую эффективность показала программа, реализующая модифицированный метод Пауалла.

Подпрограмма KMIPAK, по имени которой осуществляется обращение к пакету, служит для организации режимов работы пакета, т. е. в соответствии со значением переменной NP вызывает поочередно ту или иную подпрограмму минимизации, контролирует время работы пакета.

Приведем пример задания минимизируемой функции, например функции Розенброка  $\Phi(X) = (1 - X_1)^2 + 100(X_1^2 - X_2)^2$ .

```
SUBROUTINE ROZ (N, P, Z, FP)
DOUBLE PRECISION P(1), FP(1), Z
Z = (1. DO - P(1)) ** 2 + 100. DO * (P(1) * P(1) - P(2)) ** 2
RETURN
END
```

Эту же функцию можно задать в виде системы двух уравнений. Для этого оператор (5) заменяется двумя

```
FP(1) = 1. DO - P(1)
FP(2) = 10. DO * (P(1) * P(1) - P(2))
```

Обращение к пакету следующее:

```
CALL KMIPAK (ROZ, 2, P, PMIN, PMAX, Z, 1. D - 10,
1. D - 8, 1. D - 6, 10, 1. D - 5, 2, 0, 0, 1, 9)
```

В этой же головной программе перед указанным обращением должны быть заданы массивы начальных значений оптимизируемых параметров P, границы PMIN, PMAX их изменения и оператор EXTERNAL ROZ. Минимизация функции  $Z = \Phi(P)$  будет осуществляться модифицированным методом Пауалла (подпрограмма KMMII) с одномерным спуском по методу «золотого сечения» и сопровождаться выдачей промежуточных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Загоруйко А. С. О комбинированных с обобщенным методом хорд способах многомерной минимизации.— *Автометрия*, 1980, № 5.
2. Загоруйко А. С. Результаты сравнения релаксационных методов многомерной минимизации на ЭВМ.— *Автометрия*, 1979, № 5.

*Поступило в редакцию 4 мая 1981 г.*

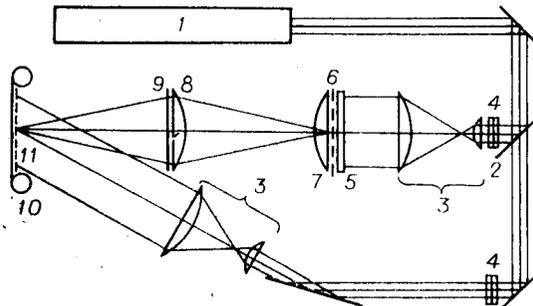
УДК 778.38

В. Г. ЗАЙЦЕВ, В. А. ЗУБОВ, А. В. КРАЙСКИЙ  
(Москва)

### ХАРАКТЕРИСТИКИ СХЕМЫ ЗАПИСИ ИНФОРМАЦИИ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ЗУ С ИЗОБРАЖЕНИЕМ РАССЕИВАТЕЛЯ В ПЛОСКОСТЬ ГОЛОГРАММЫ

В работе исследованы характеристики голограмм, полученных в схеме записи информации для голографической памяти с изображением рассеивателя в плоскость голограммы, предложенной в [1]. Достоинством такой схемы, по мнению авторов, является ее простота, поскольку в этом случае не требуется изготовления специальных фазовых масок [2].

Схема установки записи голограмм изображена на рис. 1. Излучение лазера 1 разделялось на два канала делителем 2. В каждом канале помещалась телескопическая система 3 с цилиндрической оптикой для формирования плоской волны в виде полоски. Для изменения интенсивности света использовались нейтральные фильтры 4. В предметном пучке располагались последовательно матовый рассеиватель 5, линейка из восьми диафрагм 6 и оптическая система 7, играющая роль коллектива. В процессе работы можно было открывать независимо любую из диафрагм или их комбинацию. Светосильная оптическая система 8 обеспечивала одинаковую освещенность входного зрачка излучением каждой из диафрагм при хорошем использовании светового потока. Вплотную к оптической системе располагался транспарант 9 с записываемой информацией, представляющей набор регулярно расположенных двоичных единиц. Далее устанавливалась кассета с регистрирующим материалом 10 (пленка ФПГВ), на котором формировалось изображение матовой пластинки 5. Для уменьшения паразитных засветок перед регистрирующим материалом помещалась система диафрагм 11, совпадающая с изображением диафрагм 6. Каждая точка матового рассеивателя в плоскости голограммы дает квази-фурье-спектр транспаранта со своим фазовым множителем. В результате поле представляет собой свертку комплексной амплитудной прозрачности рассеивателя и фурье-образа комплексной амплитудной прозрачности транспаранта. Следствием такого выравнивания распределения освещенности должна быть близкая к максимальной дифракционная эффективность ( $D\theta$ ) для данного материала и режима его обработки. Кроме того, каждая точка голограммы несет информацию о всех элементах транспаранта, поэтому помехозащищенность оказывается высокой. Экспонированные голограммы обрабатывались так же, как и в работе [1]. Использование рассеивателя естественно приводит к появлению спекл-структуры в плоскости транспаранта с информацией и в конечном итоге накладывает ограничение на плотность записи, так как в этом случае играет роль соотношение характерного размера пятнистой структуры и размера информационной ячейки. Анализ этих ограничений для рассеивателя, описываемого изменением фазы падающего на него излучения на величину  $2\pi\xi(x)/\lambda$ , где  $\xi(x)$  — нормальная стационарная величина с дисперсией  $\sigma^2$ , функцией корреляции  $R(\tau)$  и радиусом корреляции  $\tau_c$ , приведен в работе [1]. Если радиус корреляции  $\tau_c$  столь мал, что рассеянное излучение полностью заполняет транспарант с информацией, то для диафрагмы квадратной формы уровень шумов  $\beta$  из-за зернистой структуры в восстановленном изображении описывается выражением  $\beta = \lambda\rho/d_r D$ , где  $d_r$  — размер голограммы,  $D$  — размер информационной ячейки,  $\rho$  — расстояние от оптической системы 8 до голограммы, а плотность записи



*Рис. 1.* Схема экспериментальной установки для записи голограмм с изображением рассеивателя в плоскость голограммы.