

## ЛИТЕРАТУРА

1. Цифровое телевидение/Под ред. М. И. Кривошеева.— М.: Радио и связь, 1979.
2. Кодирование изображений.— ТИИЭР, 1980, т. 68, № 3.
3. Landau H. J., Slepian D. Some Computer Experiments in Picture Processing for Bandwidth Reduction.— The Bell System Techn. J., 1974, vol. 50, N 5.
4. Бокштейн И. М., Брауде-Золотарев Ю. М. Цифровая интерполяция при двумерном анализе и синтезе изображений.— Труды НИИР, 1980, № 4.
5. Старков М. А., Пинчук А. И. Эффективное кодирование изображений.— Техника средств связи. Техника телевидения, 1981, № 3.
6. Карпова О. М., Старков М. А. Информационные свойства изображений.— Автоматизация, 1982, № 2.

Поступила в редакцию 30 октября 1981 г.

УДК 621.391

А. Н. САФРОНОВ, И. Н. ТРОИЦКИЙ, О. П. ХАРИТОНОВА  
(Москва)

### СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ КОРРЕКЦИИ ИСКАЖЕННЫХ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ

По общему признанию зарубежных и отечественных исследователей применение когерентных активных оптических систем является в настоящее время наиболее перспективным направлением в решении задач улучшения качества изображений, формируемых в присутствии оптически неоднородных непоглощающих сред [1—4]. Преимущество таких систем заключается в их способности преддетекторной компенсации фазовых искажений, вносимых в полезный сигнал средой распространения. Для достижения этой цели в приемный тракт, содержащий формирующую оптику и регистрирующее устройство в плоскости изображения, вводят дополнительно активный оптический элемент (АОЭ), способный изменять пространственный профиль фазы проходящей волны. В качестве АОЭ могут использоваться брэгговские ячейки, сегментированные, монокристаллические и пленочные зеркала. Стратегия коррекции при этом всегда опирается на информацию, регистрируемую в плоскости образа. Обычно АОЭ состоит из совокупности примыкающих друг к другу отражающих поверхностей (сегментов), способных перемещаться друг относительно друга и тем самым образовывать в совокупности требуемый профиль всего зеркала.

Во всех системах подобного рода создание такого профиля основано на методе пробных возмущений. Это подразумевает внесение посредством АОЭ пробных фазовых приращений в отраженный от АОЭ сигнал в пределах некоторого сегмента с целью максимизации определенного интегрального критерия — функции резкости (ФР). Смещение сегмента, дающее максимум ФР, фиксируется в АОЭ с последующим переходом к другому сегменту зеркала с той же целью. Вся процедура осуществляется в течение временного интервала «замороженности» неоднородной среды  $\tau_n$ . Такой простейший алгоритмический подход тем не менее связан с наибольшими техническими трудностями [5]. Уже при разумном числе сегментов ( $N \sim 10^2$ ), оправдывающем применение активной оптики, требование на быстрое действие АОЭ становится практически невыполнимым, поскольку время переключения одного сегмента при этом должно удовлетворять неравенству

$$\tau_n \ll \tau_0 / Npl,$$

где  $p, l$  — количество фазовых дискретов и циклов подстройки соответственно. В частности, при  $\tau_0 \sim 10^{-3}$  с,  $N \sim 10^2$ ,  $pl = 10$  имеем  $\tau_n \ll 10^{-6}$  с. Кроме того, в рамках описанной методики остается невыясненной воз-

возможность достижения именно абсолютного, а не локального максимума ФР.

В предлагаемой статье на основе адаптивного байесова подхода [6] и методов стохастической аппроксимации [7, 8] синтезирован адаптивный алгоритм одновременной подстройки сегментов АОЭ, позволяющий преодолеть описанные выше трудности.

В этом алгоритме в отличие от его предшественника  $N$  одновременным возмущениям уже соответствует не один замер ФР, а не менее  $N$  замеров. Следовательно, одномерная ФР здесь разворачивается в векторную, каждая компонента которой измеряется в соответствующем ей канале, связанном с другими и идентичном им по структуре. Наряду с усложнением структуры алгоритма изменилась и его содержательная сторона, включившая новые операции по обработке входного сигнала.

В нашей работе будем придерживаться модели приходящего сигнала, описанной в [4]. Тогда

$$\varepsilon(\rho, t) = \operatorname{Re} \{ \varepsilon(\rho) \exp [i\omega_0 t + i\varphi(\rho)] \} + n(\rho, t), \quad (1)$$

где  $\varepsilon(\rho)$  — статистически нормальная комплексная амплитуда,  $\omega_0$  — несущая частота сигнала,  $\varphi(\rho)$  — аддитивные фазовые искажения,  $n(\rho, t)$  — нормальный белый шум, для которого среднее по ансамблю реализаций  $\overline{n(\rho_1, t_1)n(\rho_2, t_2)} = N_0 \delta(\rho_1 - \rho_2) \delta(t_1 - t_2)$  при спектральной плотности  $N_0$ . В рамках выбранной модели поле на объекте  $E(\mathbf{r})$  имеет статистические характеристики вида  $\langle E(\mathbf{r}) \rangle = 0$ ,  $\langle E(\mathbf{r}_1)E(\mathbf{r}_2) \rangle = 0$ ,  $\langle E(\mathbf{r}_1)E^*(\mathbf{r}_2) \rangle = u(\mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ , где  $u(\mathbf{r})$  есть функция яркости объекта и угловые скобки означают процесс усреднения по ансамблю объектов.

Для сигнала (1) функционал плотности вероятности (ФПВ) имеет вид

$$F[\varepsilon(\rho, t) | \varphi(\rho), V(\mathbf{r})] = K_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int V(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \left| \int_0^T \int_{S_1} \varepsilon(\rho, t) \exp [i\omega_0 t + i\varphi(\rho)] H(\rho - \mathbf{r}) d\rho dt \right|^2 - \frac{1}{2N_0} \int_0^T \int_{S_1} \varepsilon^2(\rho, t) d\rho dt \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $V(\mathbf{r}) = -\frac{1}{N_0^2} \frac{u(\mathbf{r})}{1 + Tu(\mathbf{r})/4N_0}$ ;  $\varepsilon(\rho) = \int E(\mathbf{r}) H(\rho - \mathbf{r}) d\mathbf{r}$ ;  $H(\rho - \mathbf{r})$  — передаточная функция пространства, заключенного между плоскостью объекта  $\{\mathbf{r}\}$  и плоскостью входной апертуры  $\{\rho\}$ .

Дискретизируем далее задачу, разбив область  $S_1$  на  $N$  известных непересекающихся подобластей  $\{s_n\}_{n=1}^N$ , в пределах которых  $\varphi(\rho)$  неизменна и равна  $\varphi_n(\rho \in s_n)$ . Тогда

$$\varphi(\rho) = \sum_{n=1}^N \varphi_n \Delta_n(\rho), \quad \text{где } \Delta_n(\rho) = \begin{cases} 1, & \rho \in s_n; \\ 0, & \rho \notin s_n. \end{cases}$$

Синтез алгоритма опирается на более полный и строгий подход в отличие от ранее известных. Сущность его заключается в решении уравнения максимального правдоподобия (МП):

$$\nabla_{\varphi} \ln F[\varepsilon(\rho, t) | \varphi] = 0 \quad (3)$$

и нахождении оценки МП  $\hat{\varphi} = \{\hat{\varphi}_1, \dots, \hat{\varphi}_N\}$ , доставляющей максимум ФПВ и являющейся (при несущественных в данном случае ограничениях) оптимальной. В целях уяснения структуры алгоритма рассмотрим сначала частный случай, когда  $u(\mathbf{r})$  известна. Возможность получить решение уравнения МП (3) аналитическим путем, не прибегая к каким-либо кардинальным упрощениям, практически отсутствует. Далее вместо аналитического подхода будем использовать алгоритмический подход, тесно связанный с итеративными методами.

Пусть каждая очередная  $m$ -я подстройка всех  $N$  элементов осуществляется по случайной реализации поля  $\varepsilon(\rho, t)$ , статистически независимой от предыдущей реализации. Тогда логарифм ФПВ пространственно-некогерентного принимаемого поля представим в виде

$$L\{\varepsilon(\rho, t)|\varphi\} = L_{m-1}\{\varepsilon(\rho, t)|\varphi\} + l_m\{\varepsilon(\rho, t)|\varphi\}, \quad (4)$$

$L_{m-1}$  зависит от всей реализации  $\varepsilon(\rho, t)$ , полученной вплоть до начала  $m$ -й подстройки, а  $l_m$  — от реализации, принятой в процессе  $m$ -й подстройки:

$$l_m = -\frac{1}{2} \int V(\mathbf{r}) \left| \sum_{n=1}^n \exp[i\varphi_n] \int_{s_n} \varepsilon_{0m}^*(\rho) H(\rho - \mathbf{r}) d\rho \right|^2 d\mathbf{r}, \quad (5)$$

где

$$\varepsilon_{0m}(\rho) = \int_{T_{m-1}}^{T_m} \varepsilon^*(\rho, t) \exp[-i\omega_0 t] dt, \quad (6)$$

а  $T_{m-1}$ ,  $T_m$  — соответственно время начала и конца  $m$ -й подстройки. Заменяя, согласно [8], «статическое» уравнение (3) «динамическим» в рекуррентном виде с диагональной матрицей  $\Gamma[m] = \|\gamma_{pq}[m]\|$ :

$$\varphi[m] = \varphi[m-1] + \Gamma[m]z[m], \quad (7)$$

будем иметь асимптотическое по циклам стремление  $\varphi[m]$  к  $\hat{\varphi}$  при выполнении необходимых и достаточных условий сходимости «почти на верное» [7, 8]. В соответствии с (5)  $n$ -я компонента вектора  $z[m]$  равна

$$z_n[m] = \text{Im} \int V(\mathbf{r}) \int_{s_n} \varepsilon_{0m}^*(\rho_1) H(\rho_1 - \mathbf{r}) \exp\{i\varphi_n[m-1]\} d\rho_1 \times \\ \times \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq n)}}^N \int_{s_k} \varepsilon_{0m}(\rho_2) H^*(\rho_2 - \mathbf{r}) \exp\{-i\varphi_k[m-1]\} d\rho_2 d\mathbf{r}. \quad (8)$$

Рекуррентная процедура позволяет вычислять оценки МП по циклам с постоянно увеличивающейся точностью, причем каждый цикл связывается с получением новых данных наблюдения при одновременной готовности выдать результат на любом промежуточном интервале. Затраченное на определение  $\hat{\varphi}$  время есть отрицательный, но неизбежный факт, представляющий собой плату за сложность задачи и присущую ей неопределенность. Реализация дискретного алгоритма нахождения оценки МП возможна на цифровых вычислительных машинах.

При отсутствии априорных данных относительно искажений алгоритм оптимального обучения, представляющий собой систему  $N$  связанных стохастических разностных уравнений, содержит элемент произвола в отношении начальных значений  $\varphi[0]$ . Не противореча основным принципам описываемого подхода, эта неопределенность может быть сохранена и выражается в произвольном выборе вектора  $\varphi[0]$ , не влияющем, однако, на асимптотическое поведение  $\varphi[m]$ .

Разностное уравнение (7) описывает неавтономную обучающуюся систему, на вход которой подается извне текущая информация, способная (при надлежащей ее обработке) компенсировать недостаточность априорного знания. В этом смысле система принципиально однозначна, хотя допускает различные конкретные аппаратные реализации, соответствующие соотношению (7). Например, основную операцию выделения мнимой части от произведения двух комплексных полей в (8) возможно осуществить посредством одновременной квадратичной регистрации трех дифракционных картин в плоскости изображения. Первая формируется от всей апертуры за вычетом сегмента  $s_n$ , вторая — только от одного сегмента  $s_n$ , и третья — от всей апертуры с предварительно введенным в поле от  $s_n$  относительным фазовым сдвигом  $\pi/2$ . Далее осуществляется

их комбинация в соответствии с равенством

$$\begin{aligned} |E_m(\mathbf{r}, S_1 - s_n)|^2 + |E_m(\mathbf{r}, s_n)|^2 - |E_m(\mathbf{r}, S_1 - s_n) + iE_m(\mathbf{r}, s_n)|^2 = \\ = 2 \operatorname{Im} E_m^*(\mathbf{r}, S_1 - s_n) E_m(\mathbf{r}, s_n), \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$E_m(\mathbf{r}, s_n) \equiv \int_{s_n} \epsilon_{0m}^*(\rho) H(\rho - \mathbf{r}) d\rho \exp\{i\varphi_n[m]\}. \quad (10)$$

Рассмотрим теперь более общий случай, когда  $u(\mathbf{r})$  неизвестна. Специфика решаемых в оптике задач позволяет часто искомую и неизвестную функцию  $u(\mathbf{r})$  считать известной с точностью до некоторых постоянных  $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_L\}$ . Введя расширенный вектор неизвестных параметров  $\lambda = \{\varphi, \alpha\}$ , воспользуемся, как и в первом случае, общим подходом, основанным на решении уравнения МП:

$$L[\epsilon(\rho, t)/\lambda] = \max_{\lambda} L[\epsilon(\rho, t)|\lambda]. \quad (11)$$

В случае существования  $L$  частных производных вида  $\frac{\partial l_m}{\partial \alpha_i}$  к системе  $N$  уравнений (7) (теперь уже с  $V(\mathbf{r}, \alpha)$ ) добавятся еще  $L$  соотношений:

$$\alpha[m] = \alpha[m-1] + \tilde{\Gamma}[m] \nabla_{\alpha} l_m[\epsilon(\rho, t)|\lambda[m-1]]. \quad (12)$$

Когда условие дифференцируемости не выполняется, уравнение (12) заменяется аналогичным разностным выражением. Таким образом, дискретный алгоритм при параметрически заданной  $u(\mathbf{r}, \alpha)$  описывается совокупностью  $N+L$  связанных между собой разностных соотношений, соответствующих дискретной системе с обратной связью, структурная схема которой изображена на рис. 1. Для краткого пояснения работы этой схе-

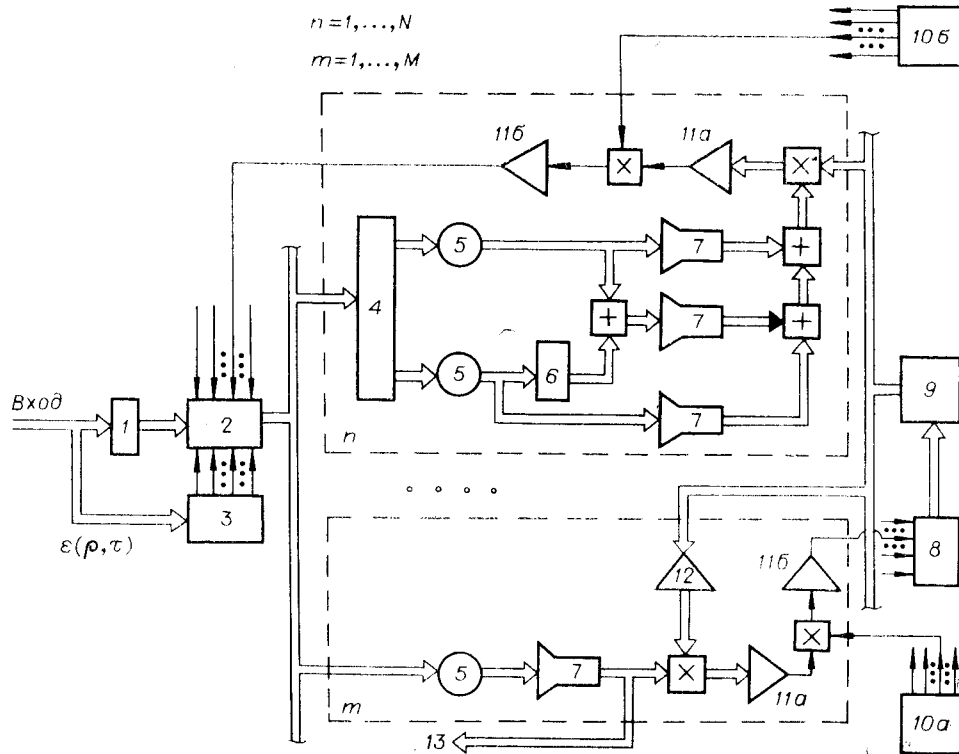


Рис. 1. Схема алгоритма:

1 — узкополосный частотный фильтр; 2 — АОЭ; 3 — блок установки начальных данных; 4 — пространственный расщепитель пучка; 5 — формирующая оптика; 6 — блок фазовой задержки; 7 — матричный квадратичный детектор; 8, 9, 12 — блоки формирования  $u(\mathbf{r}, \alpha)$ ,  $V(\mathbf{r}, \alpha)$  и  $V_{\alpha}(\mathbf{r}, \alpha)$  соответственно; 10, а, б — матричные блоки с изменяющимися коэффициентами; 11 — непрерывные пространственные (а) и дискретные «временные» (б) интеграторы; 13 — выход.

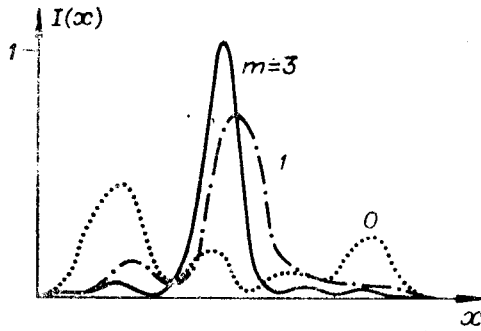


Рис. 2. Частично скорректированное изображение точки в отсутствие градиентных шумов ( $\sigma_m=0$ ):

$$N=4, \varphi_n = (0, \pi, 0, \pi), \varphi[0] = (0, 0, 0, \pi/2).$$

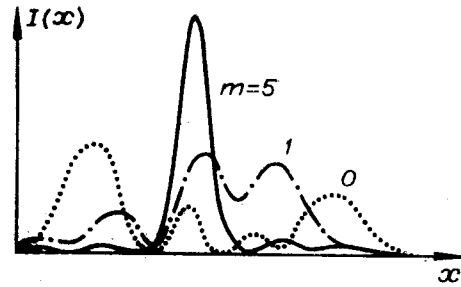


Рис. 3. Частично скорректированное изображение точки в присутствии градиентных шумов ( $\sigma_m=0,2$ ):

$$N=4.$$

мы положим, что к моменту начала  $m$ -го цикла на входы  $N+L$  каналов подается предварительно пропущенный через светофильтр и частично скорректированный по фазе активным элементом сигнал. В каждом из  $N$  каналов он расщепляется в пространстве на две составляющие, из которых оптика формирует в плоскости изображения в присутствии квадратных детекторов три голограммы интенсивности. На их основе в соответствии с (9) синтезируется пространственная функция, которая в дальнейшем дважды интегрируется: по пространству с весовой функцией  $V[r, \alpha[m-1]]$  и по циклам с убывающим коэффициентом  $\gamma_{nn}[m]$ . Полученный таким образом сигнал подается на АОЭ.

С целью формирования оптимальной весовой функции  $V[r, \alpha[m-1]]$  вводятся  $L$  дополнительных каналов. В каждом из них осуществляется квадратичное детектирование частично скорректированного изображения с последующим двойным интегрированием его с весовыми функциями  $\frac{\partial V[r, \alpha[m-1]]}{\partial \alpha_l}$  и  $\tilde{\gamma}_{nn}[m]$ . Результирующий сигнал  $\alpha_l[m]$  затем используется во всех без исключения каналах.

Для выявления эффективности синтезированного алгоритма и скорости его сходимости было осуществлено одномерное моделирование аддитивных в пределах единичной апертуры фазовых искажений  $\varphi_n$  и самой процедуры. Удаленный объект полагался точечным, весовая матрица — степенной:  $\Gamma = 1/(m+1)$ . Подобный выбор матрицы не случаен, поскольку возможное присутствие в градиенте  $z[m]$  дополнительных аддитивных шумов  $z_m[m]$  ( $\sigma_m < \infty$ ,  $z_m = 0$ ) налагает определенные условия на характер ее изменения:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{nn}[m] = \infty, \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{nn}^2[m] < \infty \quad (n = 1, \dots, N).$$

Это означает, что от цикла к циклу элементы  $\gamma_{nn}[m]$  должны стремиться к нулю, но не настолько быстро, чтобы остановить процедуру в точке, отличной от точки экстремума ФПВ. Представленные на рис. 2, 3 графические результаты машинного моделирования свидетельствуют об эффективности синтезированного алгоритма и возможности использования устройств коррекции с  $\tau_n \sim \tau_0$  для отработки подобных алгоритмов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П. А., Устинов Н. Д., Троицкий И. Н., Свиридов К. Н. Методы обработки световых полей при наблюдении объектов через турбулентную среду. Ч. 3.—Зарубеж. радиоэлектроника, 1977, № 1.
2. Adaptive Optics.—JOSA, 1977, N 3.
3. Харди Дж. У. Активная оптика: Новая техника управления световым пучком.—ТИИЭР. 1978, т. 66, № 6.
4. Бакут П. А., Троицкий И. Н., Харитоновна О. И. Адаптивные методы улучшения качества оптических изображений.—Автометрия, 1979, № 4.

5. Сафронов А. Н. Исследование условий эффективности фазовой адаптации в когерентной оптике.— Автометрия, 1981, № 2.
6. Ресин В. Г., Гартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем.— М.: Сов. радио, 1977.
7. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах.— М.: Наука, 1968.
8. Цыпкин Я. З. Основы теории обучающихся систем.— М.: Наука, 1970.

*Поступила в редакцию 16 сентября 1980 г.*

УДК 621.391.1 : 518.5

А. Н. ЛАЗАРЧИК  
(Минск)

### ОЦЕНКА ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ В ПРИСУТСТВИИ ПОМЕХ

Задача восстановления (оценки) плотности распределения вероятности одномерной случайной величины по выборке из независимых наблюдений этой случайной величины рассматривалась в ряде работ [1—4], при этом предполагалось, что элементы выборки не содержат случайных ошибок.

В условиях реального эксперимента, когда помеха достаточно велика и сравнима с исследуемой величиной, полученная в результате измерений выборка, а следовательно и восстановленная по ней плотность распределения, могут значительно отличаться от действительной. В связи с этим возникает задача оценки плотности распределения по выборке, содержащей шумовую составляющую. Этот вопрос частично рассматривался в работе [5].

Пусть имеется случайная величина  $X$ . По выборке  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$  из независимых значений другой случайной величины  $Y$ , представляющей собой результат взаимодействия исследуемой величины  $X$  и независимой случайной помехи  $\xi$ , требуется оценить плотность распределения случайной величины  $X$ .

Вид взаимодействия считается известным и описывается функцией  $y = g(x, \xi)$ . Будем также считать заданной плотность распределения помехи  $w(\xi)$ . Обозначим через  $p(x)$  плотность распределения величины  $X$ , а через  $q(y)$  — плотность распределения величины  $Y$ . Для того чтобы найти оценку плотности  $p(x)$ , определим связь между функциями  $p(x)$  и  $q(y)$ . Используя плотность распределения помехи и функцию, определяющую вид взаимодействия сигнала с помехой, можно записать условную плотность распределения  $y$  при фиксированном  $x$ :

$$p(y|x) = w(g^{-1}(y, x)) \frac{\partial g^{-1}(y, x)}{\partial y} = K(y, x).$$

Тогда связь между плотностями  $p(x)$  и  $q(y)$  примет вид

$$q(y) = \int p(x) K(y, x) dx. \quad (1)$$

Соотношение (1), если его рассматривать как уравнение относительно  $p(x)$ , представляет собой интегральное уравнение Фредгольма I-го рода. Как известно [6], задача решения таких уравнений является некорректной, т. е. небольшие ошибки в определении функции  $q(y)$  приводят к большим ошибкам решения  $p(x)$ . Так как оценка распределения  $q(y)$ , определяемая из эксперимента, всегда содержит некоторую ошибку, то решение  $p(x)$  можно найти лишь с помощью метода регуляризации урав-