ЛИТЕРАТУРА

1. **Пытьев Ю. П.** Морфологический анализ изображений.— ДАН, 1975, т. 224, № 6.
2. **Пытьев Ю. П., Текин В. В., Терентьев Е. Н.** Сравнительный анализ некоторых решающих алгоритмов на ЦВМ.— Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1976, № 4.

Поступило в редакцию 23 июля 1981 г.

УДК 681.3.06 : 519

Ю. М. КРЕНДЕЛЬ, З. Б. КРУГЛЯК
(Новосибирск)

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ДВУХТАКТНОГО РЕЖИМА БУФЕРИЗАЦИИ

При создании автоматизированных систем необходимо решать задачу согласования входных параметров системы (таких, как число абонентов, интенсивность и характер потоков информации от абонентов и т. д.) с ресурсами, выделяемыми в системе для целей сбора и обработки информации. На результаты решения этой задачи определенное влияние оказывает выбор способа буферизации входной информации.

Среди различных способов буферизации в автоматизированных системах наиболее распространенным является способ организации двухтактного режима, который предполагает выделение сдвоенного буфера определенного объема для каждого источника информации [1]. Использование в системах в качестве процессора переднего края микро-ЭВМ [2] накладывает дополнительные ограничения на количество и объемы сдвоенных буферов для целей буферизации и заставляет искать пути экономного расходования памяти микро-ЭВМ.

В данной работе предлагается метод расчета объемов сдвоенных буферов по критерию минимума потерь информации. С этой целью исследуется одна модель массового обслуживания, которая в общем случае может быть описана следующим образом.

На вход одноканальной системы обслуживания поступают потоки требований от N источников. Для требований i-го источника в системе предусмотрен сдвоенный буфер объемом $2\times G_i$ $(i=\overline{1, N};\ 0< G_i < \infty)$. Требования, поступающие в систему от i-го источника, размещаются в том буфере G_i сдвоенного буфера $2\times G_i$, в котором имеется хотя бы одно требование. Если в обоих буферах G_i требования отсутствуют, то поступившее требование размещается в любом из двух буферов G_i. Когда число требований в сдвоенном буфере i-го источника достигает величины G_i (т. е. один буфер G_i оказывается загруженным полностью), выдается запрос на обслуживание этого буфера G_i. При этом требования, поступающие от i-го источника, будут размещаться в другом буфере G_i данного сдвоенного буфера, по достижении полной загрузки которого также выдается запрос на его обслуживание.

Таким образом, в системе могут присутствовать один или два запроса от одного источника. Порядок поступления на обслуживание запросов, формируемых указанным образом, а также поведение требований, поступающих от некоторого источника в условиях полной загрузки его сдвоенного буфера, могут быть самыми различными, зависящими от принятой дисциплины обслуживания запросов и размещения требований в буферах. Времена обслуживания запросов зависят в общем случае от объемов соответствующих буферов. Для такого рода систем желательно найти соотношения, позволяющие определять объемы сдвоенных буферов при заданном уровне потерь требований. Здесь исследуется один частный случай изложенной модели.

Имеется N статистически независимых источников, каждый из которых посылает в систему простейший поток требований с параметром $\lambda (\lambda > 0)$. Для каждого источника предусмотрен сдвоенный буфер объемом $2\times m$ $(0 < m < \infty)$. В системе — один обслуживающий прибор. Каждый источник в любой момент времени функционирования системы будем считать принадлежащим к одной из трех групп — 0, 1 или 2. В некоторый момент времени t источник будет принадлежать группе 0, 1 или 2, если он в этот момент времени не имеет ни одного запроса на обслуживание (группа 0), имеет один запрос на обслуживание (группа 1) или два запроса на обслуживание (группа 2). В системе принята следующая дисциплина обслуживания. Источникам группы 2 присвоен абсолютный приоритет перед источниками группы 1. Внутри каждой группы запросы от источников обслуживаются в порядке поступления. Также в порядке поступления обслуживаются запросы каждого источника. Если в течение обслуживания запроса от некоторого источника группы 1 (в отсутствие источников группы 2) один из оставшихся источников группы 1 перешел в группу 2 (вследствие полной загрузки его второго буфера m), обслуживание запроса источника группы 1 прерывается и на обслуживание немедленно поступает запрос от источника группы 2. Запрос, обслуживание которого было прервано, дообслуживается по окончании обслуживания всех запросов источников группы 2, находящихся в системе. Распределение времени обслуживания запросов одинаково для всех источников и подчиняется показательному распределению с параметрами μ ($\mu > 0$). Требования, поступившие в систему от источников группы 2, теряются. В данной модели определяется вероятность $P_п$ потери требований в системе, (вероятность прихода в произвольный момент времени требования от источника группы 2).

Состояние системы в произвольный момент времени t будем характеризовать вектором $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$, где α_0, α_1, α_2 — число источников группы 0, 1 и 2 соответственно в момент времени t. Здесь $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = N$. Нетрудно видеть, что введенный таким образом случайный процесс с конечным числом состояний является марковской цепью. Для этого достаточно рассмотреть, как в произвольный момент времени в описанной системе определяется состояние буферов источников группы 0 (группы 1). Заметим, что поток требований, заполняющих буфер некоторого источника группы 0 или группы 1, является стационарным точечным процессом [3] в силу условий, оговоренных в рассматриваемой модели. Поэтому вероятность того, что в произвольный момент времени t в буфере m сдвоенного буфера некоторого источника группы 0 (группы 1) будет находиться ровно r требований $(0 \leqslant r \leqslant m-1)$, равна $1/m$. Следует подчеркнуть, что эта вероятность не зависит от числа требований в сдвоенных буферах других источников. Таким образом, состояние системы в момент времени $t + \Delta t$ полностью определяется по состоянию системы в момент времени t с помощью матрицы переходных вероятностей, получаемой из соотношений

$$\mathscr{P}\,[(\beta_0, \beta_1, \beta_2)_{t+\Delta t}/(\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2)_t] =$$

$$= \begin{cases} 1 - \dfrac{\gamma_0 + \gamma_1}{m}\lambda\Delta t - \delta(\gamma_1 + \gamma_2)\,\mu\Delta t, \text{ если } \beta_i = \gamma_i\ (i = 0, 1, 2); & (1) \\ \mu\Delta t, \text{ если } \gamma_2 = 0, \gamma_1 \neq 0, \beta_0 = \gamma_0 + 1, \beta_1 = \gamma_1 - 1, \beta_2 = \gamma_2; & (2) \\ \mu\Delta t, \text{ если } \gamma_2 \neq 0, \beta_0 = \gamma_0, \beta_1 = \gamma_1 + 1, \beta_2 = \gamma_2 - 1; & (3) \\ \dfrac{\gamma_0}{m}\lambda\Delta t, \text{ если } \gamma_0 \neq 0, \beta_0 = \gamma_0 - 1, \beta_1 = \gamma_1 + 1, \beta_2 = \gamma_2; & (4) \\ \dfrac{\gamma_1}{m}\lambda\Delta t, \text{ если } \gamma_1 \neq 0, \beta_0 = \gamma_0, \beta_1 = \gamma_1 - 1, \beta_2 = \gamma_2 + 1. & (5) \end{cases}$$

Здесь $\delta(z) = \begin{cases} 1, & \text{если } z \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$ Вывод соотношений (1) понятен из приведенного ниже рассмотрения изменения состояния источников различных групп за интервал времени Δt.

Если некоторый источник в момент времени t принадлежал группе 0, то вероятность того, что в момент времени $t + \Delta t$ этот источник

останется в группе 0, равна

$$(m-1)/m + (1/m)\exp(-\lambda\Delta t) = 1 - (\lambda/m)\Delta t + 0(\Delta t),$$

перейдет в группу 1, $-(\lambda/m)\Delta t + 0(\Delta t)$.

Если некоторый источник в момент времени t принадлежал группе 1, то вероятность того, что в момент времени $t + \Delta t$ данный источник

останется в группе 1 (если запрос от этого источника обслуживался в момент времени t), равна

$$((m-1)/m + (1/m)\exp(-\lambda\Delta t))(\exp(-\mu\Delta t)) = 1 - (\lambda/m + \mu)\Delta t + 0(\Delta t);$$

останется в группе 1 (если запрос от этого источника не обслуживался в момент времени t),—

$$(m-1)/m + (1/m)\exp(-\lambda\Delta t) = 1 - (\lambda/m)\Delta t + 0(\Delta t);$$

перейдет в группу 2 (если запрос от этого источника обслуживался в момент времени t), —

$$(1/m(1 - \exp(-\lambda\Delta t)))\exp(-\mu\Delta t) = (\lambda/m)\Delta t + 0(\Delta t);$$

перейдет в группу 2 (если запрос от этого источника не обслуживался в момент времени t), —

$$(1/m)(1 - \exp(-\lambda\Delta t)) = (\lambda/m)\Delta t + 0(\Delta t);$$

перейдет в группу 0 (если запрос от этого источника обслуживался в момент времени t), —

$$((m-1)/m + (1/m)\exp(-\lambda\Delta t))(1 - \exp(-\mu\Delta t)) = \mu\Delta t + 0(\Delta t).$$

Если некоторый источник принадлежал в момент времени t группе 2, то вероятность того, что в момент времени $t + \Delta t$ данный источник

останется в группе 2 (если запрос от этого источника обслуживался в момент времени t), равна

$$\exp(-\mu\Delta t) = 1 - \mu\Delta t + 0(\Delta t);$$

Учитывая независимость источников различных групп в системе, легко на основании приведенных рассуждений получить соотношения (1)÷(5) для переходных вероятностей. Рассмотрение матрицы переходных вероятностей позволяет заключить, что введенная марковская цепь с конечным числом состояний является однородной и неприводимой, и, следовательно, в силу эргодической теоремы Маркова [4] для нее существуют предельные вероятности $\pi(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \lim\limits_{t\to\infty} \mathscr{P}(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$, являющиеся решением системы уравнений

$$\begin{cases} \pi(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = \sum\limits_{(\alpha_0', \alpha_1', \alpha_2')} \pi(\alpha_0', \alpha_1', \alpha_2') \mathscr{P}\{(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)/(\alpha_0', \alpha_1', \alpha_2')\}, \\ \sum\limits_{(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)} \pi(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = 1. \end{cases} \tag{6}$$

Переходные вероятности $\mathscr{P}\{\cdot\}$ в (6) определяются из (1)—(5).

Число состояний системы K определяется соотношением

$$K = (N+2)(N+1)/2. \tag{7}$$

Вероятность потери $P_п$ требований в системе находится из следующего соотношения:

$$P_п = \frac{1}{N} \sum_{\alpha_2=1}^{N} \alpha_2 \sum_{(\alpha_0, \alpha_1)} \pi(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2). \tag{8}$$

Таким образом, метод расчета двухтактного режима буферизации сводится к решению системы линейных однородных уравнений (6). Далее, задаваясь различными значениями входных параметров N, λ и μ, можно подобрать такие m, при которых величина $P_п$ из (8) не превышала бы заданного уровня потерь информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Соучек Б.** Мини-ЭВМ в системах обработки информации. М.: Мир, 1976.
2. **Дэвис Д., Барбер Д.** Сети связи для вычислительных машин. М.: Мир, 1976.
3. **Кениг Д., Штойян Д.** Методы теории массового обслуживания. М.: Радио и связь, 1981.
4. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1967, т. 1.

Поступило в редакцию 15 января 1982 г.;
окончательный вариант — 4 февраля 1982 г.