

## МЕТОДЫ И АППАРАТУРА ЛАЗЕРНОЙ ДОПЛЕРОВСКОЙ АНЕМОМЕТРИИ

УДК 532.574.082 : 54

Б. С. РИНКЕВИЧЮС, В. И. СМИРНОВ, Е. Л. СОКОЛОВА

*(Москва)*

В оптической доплеровской анемометрии измерительный объем охватывается пересечением двух когерентных световых пучков, которые во многих случаях являются гауссовыми. Частота доплеровского сигнала зависит от распределения пространственной частоты поля интенсивности внутри пробного объема. Влияние гауссова распределения поля пучка на период интерференционной картины в измерительном объеме оптического анемометра рассматривалось в [1—3]. Результаты этих исследований показывают, что достаточно полное решение задачи можно получить в рамках дифракционной теории с помощью математического аппарата когерентной фурье-оптики в параксиальном приближении. Однако такой подход не может быть распространен на произвольный угол  $\alpha$  между интерферирующими пучками.

Решение общей задачи интерференции двух гауссовых пучков [4] позволяет анализировать любые оптические схемы без ограничений на угол пересечения  $\alpha$ .

Расчетная схема показана на рис. 1. Анализ интерференционной картины удобно проводить в декартовой прямоугольной системе координат  $x, y, z$ , начало которой совмещено с точкой пересечения осей пучков

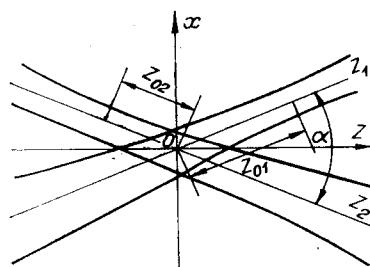


Рис. 1.

0, оси  $x$  и  $z$  лежат в плоскости осей пучков, причем  $z$  направлена вдоль биссектрисы угла пересечения пучков  $\alpha$ . Параметры  $z_{01}$  и  $z_{02}$  характеризуют расфокусировку схемы и равны расстояниям от перетяжек соответствующих пучков до начала координат.

В основу расчета можно положить строгое уравнение распространения гауссова пучка в пространстве, задающее комплексную амплитуду вектора напряженности электрического поля пучка в системе координат  $x_i, y_i, z_i$  ( $i = 1, 2$ ), связанной с его осью и направлением распространения, в следующем виде [5]:

$$E(x_i, y_i, z_i) = (w_{0i}/w_i(z_i)) \exp\{-(x_i^2 + y_i^2)/w_i^2(z_i)\} \exp\{i(kz_i + k(x_i^2 + y_i^2)/2R_i(z_i) + \operatorname{arctg}(2z_i/R_{0i}))\}, \quad (1)$$

где  $R_i(z_i) = z_i(1 + R_{0i}^2/4z_i^2)$  — радиус кривизны волнового фронта,  $w_i(z_i) = w_{0i}[1 + (2z_i/R_0)^2]^{1/2}$  — радиус пучка в поперечном сечении на расстоянии  $z_i$  от перетяжки,  $w_{0i}$  — радиус пучка в перетяжке,  $R_{0i} = kw_{0i}^2$  —

конфокальный параметр пучка,  $k = 2\pi/\lambda$  — модуль волнового вектора,  $\lambda$  — длина волны излучения.

Переход к общей системе координат  $x, y, z$  (см. рис. 1) осуществляется с помощью обычных формул поворота и смещения координатных осей, которые в данном случае для 1-го и 2-го пучков соответственно имеют следующий вид:

$$\begin{cases} x_1 = x \cos(\alpha/2) - z \sin(\alpha/2), \\ y_1 = y, \\ z_1 = x \sin(\alpha/2) + z \cos(\alpha/2) - z_{01}, \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = x \cos(\alpha/2) + z \sin(\alpha/2), \\ y_2 = y, \\ z_2 = z \cos(\alpha/2) - x \sin(\alpha/2) - z_{02}. \end{cases}$$

Интерференционное поле находится как квадрат модуля суммы полей каждого из пучков. Локальная пространственная частота интерференционного поля  $K(x, y, z)$  может быть рассчитана как производная по  $x$  разности фаз пучков.

Несмотря на кажущуюся простоту поставленной задачи, аналитическое решение в общем случае получить трудно, так как выражения оказываются очень громоздкими. В [4] рассмотрено частное решение для сфокусированной системы ( $z_{01} = z_{02} = 0$ ) с одинаковыми пучками ( $w_{01} = w_{02} = w_0$ ), где с целью упрощения опущена малая фазовая добавка вида  $\arctg(2z/R_0)$  в уравнении гауссова пучка (1). Рассчитана поправка к локальной пространственной частоте интерференционной картины:

$$\beta(X, Y, Z) = (K_0 - K(X, Y, Z))/K_0, \quad (2)$$

где  $K_0 = (4\pi/\lambda)\sin(\alpha/2)$  — пространственная частота картины, образующейся при пересечении плоских волн;  $X = 2x/R_0$ ,  $Y = 2y/R_0$ ,  $Z = 2z/R_0$  — безразмерные координаты.

Полностью результаты расчета приведены в [4]. Здесь в качестве важного частного случая приведем зависимость  $\beta(Z, \alpha)$  при  $Z \ll 1$  и  $X = Y = 0$ , так как именно область малых значений безразмерных параметров  $X, Y, Z$  представляет практический интерес для лазерной анометрии. Эта зависимость имеет простой вид:

$$\beta(Z, \alpha) = (1/2)Z^2[3 \cos^2(\alpha/2) - 1]. \quad (3)$$

В параксиальном приближении при  $\alpha \rightarrow 0$  из (3) следует результат, полностью совпадающий с полученной ранее в [1—3] параболической зависимостью  $\beta(Z)$ . Новизна состоит в том, что формула (3) позволяет проанализировать методические ошибки при произвольных углах пересечения пучков ( $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ ).

Важным результатом этого анализа является наличие оптимального или критического угла  $\alpha_{kp}$ , при котором величина поправки  $\beta$  не зависит от  $Z$  и равна нулю при  $X = Y = 0$ . Как следует из (3), критический угол определяется трансцендентным уравнением вида  $\cos^2(\alpha_{kp}/2) = 1/3$  и составляет примерно  $109.4^\circ$ .

Расчеты показывают, что имеет место также изменение локальной пространственной частоты вдоль осей  $x$  и  $y$ .

На рис. 2, 3 для различных  $\alpha$  приведены соответственно графики зависимостей  $\beta(X)$  и  $\beta(Z)$ , дающие общее представление о характере распределения пространственной частоты вдоль координатных осей. Сплошной линией представлены части графиков, попадающие в эффективную измерительную область ЛДА, граничные координаты которой заданы соотношениями  $z_{max} = w_0/\sin(\alpha/2)$ ,  $x_{max} = w_0/\cos(\alpha/2)$ ,  $y_{max} = w_0$ .

На рис. 2, 3 конец сплошной линии соответствует границам эффективных областей для пучков с  $w_0 = 10$  мкм. Нужно иметь в виду, что для пучков с другим радиусом  $w_0$  размеры эффективной области в безразмерных координатах  $X, Y, Z$  изменяются обратно пропорционально  $w_0^2$ .

Из графиков видно, что зависимость пространственной частоты от угла пересечения пучков наиболее существенна вдоль оси  $Z$  (см. рис. 3). Для углов  $\alpha < \alpha_{kp}$  поправка  $\beta$  положительна, что соответствует увеличе-

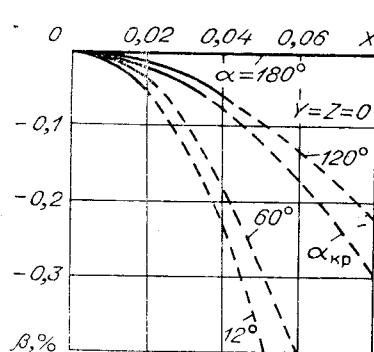


Рис. 2.

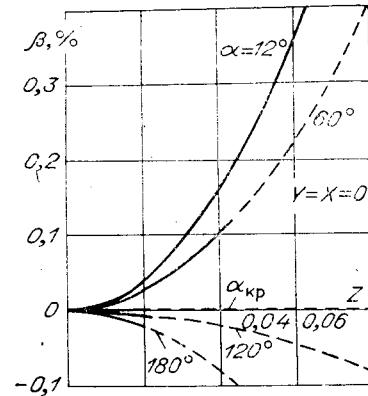


Рис. 3.

нию периода интерференционной картины с ростом  $Z$ . Для углов  $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$  поправка  $\beta$  отрицательна, и период интерференционной картины уменьшается с увеличением  $Z$ . По абсолютной величине поправка  $\beta$  максимальна для малых углов  $\alpha$ . Например, для  $\alpha = 12^\circ$  величина  $\beta$  достигает 11% на границе эффективной области. Очевидно, такая большая методическая погрешность может существенно повлиять на результат измерения скорости.

Результаты аналитического расчета позволяют также рассмотреть двумерное распределение поправки  $\beta(X, Z)$ . Уравнение соответствующей поверхности имеет вид  $\beta(X, Z) = -(3/2)X^2 \cos^2(\alpha/2) - (1/2)Z^2[1 - 3 \cos^2(\alpha/2)]$ . Для  $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$  такая поверхность представляет собой гиперболический параболоид, который при  $\alpha = \alpha_{\text{кр}}$  вырождается в параболический цилиндр.

В зависимости от принципов действия радиоэлектронной аппаратуры, осуществляющей обработку и анализ доплеровского сигнала, практический интерес могут представлять и другие характеристики интерференционного поля. Для анемометров со спектральным анализом сигнала первостепенное значение приобретают спектральные характеристики поля, в частности аппаратная функция и ее моменты [6].

Расчет указанных характеристик выполнялся на ЭВМ. Разработана специальная программа, в которой исходными данными являются параметры пучков  $w_{01}, w_{02}, \lambda_1, \lambda_2$ , параметры их расфокусировки  $Z_{01}, Z_{02}$ , угол пересечения  $\alpha$ . С помощью уравнения гауссова пучка (1) и формул преобразования координат рассчитывается интерференционное поле в области пересечения пучков. Далее проводится расчет энергетического пространственного спектра  $G_z(K)$  в сечении  $y = 0$  для различных значений  $Z$ , т. е. вдоль прямолинейных траекторий движения рассеивателей через интерференционную область. По средней пространственной частоте  $\alpha_1(Z)$  рассчитанного спектра  $G_z(K)$  находилась поправка  $\bar{\beta}(Z)$ , введенная по аналогии с (2) как  $\bar{\beta}(Z) = [K_0 - \alpha_1(Z)]/K_0$ . Уширение спектра доплеровского сигнала, соответствующего данной траектории движения рассеивателя, оценивалось по относительному уширению пространственного спектра  $\theta(Z) = \sqrt{(K - K_0)^2} / K_0$ . Для оценки отклонения функции  $G_z(K)$  от функции Гаусса рассчитывались коэффициенты асимметрии  $\gamma_1(Z)$  и эксцесса  $\gamma_2(Z)$ . Аппаратная функция анемометра  $G(K)$ , соответствующая сечению  $y = 0$ , определялась осреднением спектров  $G_z(K)$  по  $Z$  с учетом их статистического веса, пропорционального квадрату огибающей распределения взаимной интенсивности. По моментам аппаратной функции оценивались методическая погрешность в измерениях средней скорости  $\beta$ , аппаратное уширение  $\theta$  и коэффициенты формы  $\gamma_1, \gamma_2$ , являющиеся важными метрологическими характеристиками анемометра.

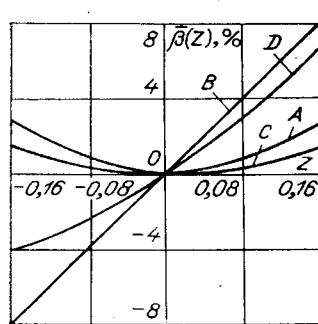


Рис. 4.

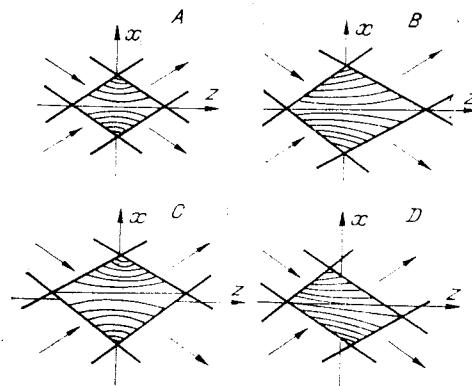


Рис. 5.

Результаты расчета на ЭВМ подтвердили основные выводы аналитического рассмотрения для сфокусированной системы. Для  $\alpha = \alpha_{kp}$  при  $w_{01} = w_{02} = 10$  мкм,  $\lambda = 0,6328$  мкм значения  $\bar{\beta}(Z)$  и  $\theta(Z)$  постоянны и равны соответственно 0,03 и 0,51%. При  $\alpha = 12^\circ$  зависимость  $\bar{\beta}(Z)$  посит параболический характер, как показывает график *A* на рис. 4, и относительное смещение средней частоты аппаратного спектра  $\bar{\beta}$  равно 0,4%. Таким образом, методическая погрешность в измерении средней скорости на порядок меньше для системы с углом сведения пучков, близким к критическому, чем при  $\alpha = 12^\circ$ .

Рассматривалось также влияние расфокусировки пучков на характеристики поля в измерительном объеме ЛДА. На рис. 5 показан вид интерференционной картины в четырех характерных случаях для угла пересечения  $\alpha < \alpha_{kp}$ : вид *A* — сфокусированная система,  $z_{01} = z_{02} = 0$ ; вид *B* — симметричная расфокусировка,  $z_{01} = z_{02}$ ; вид *C* — несимметрическая расфокусировка,  $z_{01} = -z_{02}$ ; вид *D* — расфокусирован один из пучков,  $z_{01} \neq 0, z_{02} = 0$ .

Графики изменения поправки  $\bar{\beta}(Z)$ , рассчитанные на ЭВМ для пучков с  $w_{01} = w_{02} = 10$  мкм,  $\alpha = 12^\circ$ , приведены на рис. 4. Параметр расфокусировки выбран равным  $R_0/2$ , так как в плоскости  $z = R_0/2$  ( $Z = 1$ ) кривизна волновых фронтов гауссовых пучков максимальна [5]. В случае *B* линейный рост поправки  $\bar{\beta}(Z)$  соответствует увеличению периода интерференционной картины с ростом  $Z$ , причем картина симметрична только относительно оси  $z$ . В случае *C* интерференционная картина оказывается симметричной относительно оси  $x$  так же, как и в сфокусированной системе (вид *A*). При этом закон изменения поправки  $\bar{\beta}(Z)$ , описывающей относительное изменение средней по  $x$  пространственной частоты, в случаях *A* и *C* является параболическим. По абсолютной величине поправка к средней частоте несколько меньше в случае несимметрической расфокусировки (вид *C*), что должно привести к уменьшению методической погрешности в измерении скорости частицы, пролетающей в сечении  $Z = \text{const}$ . Однако такая расфокусировка приводит к увеличению измерительного объема, а значит, ухудшает локальность измерений. В случае если расфокусирован только один из пучков (вид *D*), возникает дополнительная методическая погрешность за счет поворота вектора чувствительности на некоторый угол относительно оси  $x$ .

На рис. 6 представлены графики зависимости относительного удлинения  $\theta(Z)$  для четырех описанных выше случаев. В таблице приведены численные значения характеристик аппаратного спектра.

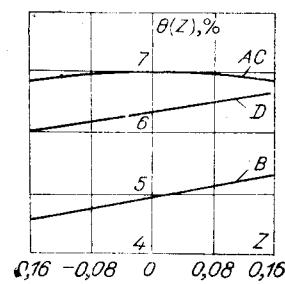


Рис. 6.

**Характеристики аппаратного спектра при различных расфокусировках пучков с  $w_0=10$  мкм,  $\lambda=0,6328$  мкм,  $\alpha=12^\circ$**

Вид расфокусировки	A	B	C	D
$\beta, \%$	0,4	-0,1	0,4	0,3
$\theta, \%$	7,0	6,9	7,0	7,0

Величина относительного уширения аппаратного спектра расфокусированной системы незначительно отличается от аналогичной величины сфокусированной системы, тогда как размер каждого из пучков в системе, расфокусированной на величину  $R_0/2$ , увеличен в  $\sqrt{2}$ . Отсюда следует, что фактор роста кривизны волновых фронтов приводит к компенсации возможного уменьшения ширины аппаратного спектра за счет увеличения размеров пучков. Коэффициенты асимметрии  $\gamma_1$  и эксцесса  $\gamma_2$ , рассчитанные для каждого из четырех рассмотренных случаев в пределах погрешности (0,01), оказались равными нулю. Поэтому форму аппаратного спектра практически можно считать гауссовой.

Полученные результаты и отработанные программы численных расчетов методических ошибок применимы при произвольном угле пересечения зондирующих пучков, что является существенным, так как позволяет анализировать не только однолинзовье, но и двухлинзовье оптические схемы, в частности схему лазерного доплеровского микроскопа [7].

#### ЛИТЕРАТУРА

- Кулеш В. П. Анализ оптической схемы ЛДИСа методом Фурье.— Тр. Центр. аэродинамич. ин-та, 1976, вып. 1750, с. 70—82.
- Durst F., Stevenson W. H. Influence of Gaussian Beam Properties on Laser Doppler Signals.— Appl. Opt., 1979, vol. 4, p. 516—524.
- Василиенко Ю. Г., Дубнищев Ю. Н., Журавель Ф. А. О пространственном разрешении и точности лазерных доплеровских измерителей скорости.— Опт. и спектр., 1976, т. 11, вып. 2, с. 293—300.
- Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И., Соколова Е. Л. Исследование интерференции гауссовых пучков.— Тр. МЭИ, 1980, вып. 465, с. 3—11.
- Джерард А., Берч Дж. М. Введение в матричную оптику.— М.: Мир, 1978.
- Ринкевичюс Б. С., Смирнов В. И., Фабрикант В. А. Аппаратная функция лазерного анемометра с дифференциальной оптической схемой.— Опт. и спектр., 1976, т. 40, вып. 5, с. 885—892.
- Ринкевичюс Б. С., Толкачев А. В., Суторшин В. Н., Чудов В. М. Лазерный доплеровский микроскоп.— Радиотехника и электроника, 1979, т. XXIV, № 3, с. 594—596.

*Поступила в редакцию 13 января 1981 г.*

УДК 532.574.7

**П. Я. БЕЛОУСОВ, Ю. Н. ДУБНИЩЕВ, И. Г. ПАЛЬЧИКОВА**  
(Новосибирск)

#### ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛЯ СКОРОСТИ ПОТОКОВ

Перспективность применения оптических методов в экспериментальной гидро- и аэrodинамике в настоящее время общепризнана. Измерение локальных скоростей потоков успешно выполняется методами лазерной доплеровской анемометрии. Получение информации о поле скорости час-