

накаливанию пузырька на световод, при котором замедляется скорость всплывания пузырька и с его передней кромки затягивается пленка; зона 3 — разрыву пленки с передней стенки пузырька и прокалыванию его задней стенки. На рис. 3, б даны доплеровские сигналы, полученные после фильтрации исходного сигнала.

Анализ показывает, что скорости всплывания пузырька соответствует самый высокочастотный доплеровский сигнал первой зоны. Накалывание пузырька приводит к замедлению скорости его движения (зона 2), что отчетливо видно на экране осциллографа по непрерывному увеличению периода доплеровского сигнала. Своеобразная форма сигнала (см. рис. 3, а) довольно четко определяет переднюю и заднюю границу пузырька, что позволяет построить систему измерения локальной концентрации пузырьков в газожидкостном потоке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Tanaka T., Benedek G. V. Measurement of the Velocity of Blood (in Vino) Using a Fiber Optic Catheter and Optical Mixing Spectroscopy.— Appl. Opt., 1975, vol. 14, N 1.
2. Лисицын В. Н., Орлов В. А., Фомин Ю. Н., Чеботаев В. П. Лазерный доплеровский измеритель скорости непрозрачных потоков жидкости и частиц.— В кн.: Труды III Всесоюз. совещания «Экспериментальные методы и аппаратура по исследованию турбулентности». Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1980.
3. Dyott Richard B. System for Detecting Reflected Laser Beams (Andrew Corp.). Filed 21.03.77, N 779361, publ. 15.05.79. Cl. 356/28 (01 D3/36). USA. Pat. 4154529.
4. Кучикян Л. М. Физическая оптика волоконных световодов.— М.: Энергия, 1979.
5. Yeh Y., Cummins H. Localized Fluid Flow Measurements with an He-Ne Laser Spectrometer.— Appl. Phys. Lett., 1964, vol. 4, p. 176.

Поступило в редакцию 21 января 1981 г.;  
окончательный вариант — 9 октября 1981 г.

УДК 681.3 : 533.6.08

В. Н. ПТИЦЫН, В. А. ФИЛЬ  
(Москва)

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛДИС

При экспериментальном определении с помощью ЛДИС таких статистических характеристик пульсаций скорости, как корреляционная функция и спектральная плотность, можно идти двумя путями. Первый заключается в восстановлении мгновенной скорости потока с последующим определением ее корреляционной функции и спектральной плотности [1], второй — в обработке значений мгновенной скорости, полученной в дискретные моменты времени [2]. Первый путь технически реализуется сравнительно просто, но обладает существенными недостатками. Так, например, с уменьшением концентрации светорассеивателей в потоке погрешность восстановления мгновенной скорости резко возрастает [3], а следовательно, резко ухудшается и точность определения корреляционной функции. Значительно лучше в этих условиях определять корреляционную функцию или спектральную плотность непрерывного стохастического процесса по его выборочной корреляционной функции или спектральной плотности. Выборочные характеристики оцениваются (не в реальном масштабе времени) на основании последовательности (выборки) мгновенных значений функции (скорости потока) в моменты дискретизации. Конкретный алгоритм этой процедуры для непрерывного процесса аналогичен описанному в [4]. Для корректного проведения измерения, осуществляемого тактируемой системой с длительностью такта  $h$ , в соответствии с алгоритмом [4] необходимо учитывать теорему Котельникова [5] для случайных процессов с ограниченным спектром пульсаций скорости потока  $S(f) : S(f) = 0, f > h^{-1}$ , иначе возможны значительные ошибки восстановления спектральной плотности вблизи нулевой частоты, не говоря уже об очевидной невозможности восстановления спектральной плотности в области частот  $f > h^{-1}$ . Процесс дискретизации должен быть стационарен и независим от самого непрерывного процесса (мгновенной скорости потока). Из изложенного выше следует, что при исследовании пульсаций мгновенной скорости в аэродинамических трубах со спектральной плотностью пульсаций до 100 кГц длительность такта измерительной системы должна быть  $h \leq 10$  мкс. Такую малую величину  $h$  при использовании стандартных и специально разработанных для ЛДИС частотометров, а также известных систем регистрации в настоящее время реализовать практически невозможно. Зависимость средней частоты дискретизации от мгновенной скорости (с увеличением последней средняя частота дискретизации растет) требует модернизации алгоритма.

В работе исследуется метод восстановления корреляционной функции, позволяющий избежать указанных выше трудностей. Существо метода состоит в следующем. Сначала измеряется мгновенная скорость потока  $v(t_1)$  (с точностью до известного коэффициента) в момент времени  $t_1$ , а затем мгновенная скорость  $v(t_2)$  в соседний момент дискретизации  $t_2$  и временной интервал  $\tau_1 = t_2 - t_1$ . После окончания второго доплеровского импульса (соответствующего  $v(t_2)$ ) измерительной системе требуется время для досчета и регистрации результата, причем в течение этого времени все поступившие доплеровские импульсы измерительной системой ЛДИС не воспринимаются. Время досчета определяется техническими характеристиками частотомера и регистратора. После готовности измерительной системы ЛДИС измеряются мгновенные скорости потока  $v(t_m)$  и  $v(t_{m+1})$ , а также интервал  $\tau_m = t_{m+1} - t_m$ , где  $t_m$  — момент появления  $m$ -го доплеровского импульса. Процедура измерения и регистрации указанных троек чисел типа  $v(t_m)$ ,  $v(t_{m+1})$ ,  $\tau_m$  повторяется  $N$  раз. Таким образом, в результате измерения случайного процесса  $v(t)$  накапливается трехмерная случайная последовательность  $\{v(t_i), v(t_i + \tau_i), \tau_i\}$ ,  $i = \overline{1, N}$ . Четвертым, несущественным, параметром является момент времени  $t_i$ . Оценка выборочной корреляционной функции проводится с помощью ЭВМ на основании указанной выше последовательности  $N$  трехмерных элементов. Обработка последовательности  $\{v(t_i), v(t_i + \tau_i), \tau_i\}$  осуществляется с помощью ЭВМ на каждом этапе ввода массива данных, величина которого определяется экспериментатором. При этом вычисляются выборочные среднее, дисперсия и коэффициенты корреляции:

$$\bar{v}_N = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [v(t_i) + v(t_i + \tau_i)], \quad (1)$$

$$D_N = \frac{1}{2N-1} \sum_{i=1}^N \{[v(t_i) - \bar{v}_N]^2 + [v(t_i + \tau_i) - \bar{v}_N]^2\}, \quad (2)$$

$$r(\tau_i) = [v(t_i) - \bar{v}_N][v(t_i + \tau_i) - \bar{v}_N]/D_N, \quad (3)$$

где  $i = \overline{1, N}$ .

Корреляционная функция непрерывного случайного процесса аппроксимируется ступенчатой выборочной функцией

$$\hat{R}(\tau) = R_l(\tau), \quad \tau \in (\tau_l, \tau_{l+n}), \quad l = \overline{0, L}. \quad (4)$$

Здесь  $L$  — число ступеней, аппроксимирующих корреляционную функцию;  $L = I\{N/n\} - 1$ ;  $I$  — целая часть  $N/n$ ;  $n$  — задаваемое экспериментатором число измерений, по которым проводится усреднение. Оценка выборочной корреляционной функции выполняется в соответствии с выражением

$$R_l(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=l}^{l+n-1} r(\tau_i), \quad l = \overline{0, L}, \quad \tau_i \in (\tau_l, \tau_{l+n}). \quad (5)$$

Практически вследствие невысокого быстродействия измерительной системы ЛДИС время досчета оказывается больше времени корреляции исследуемого процесса. В этом случае все  $r(\tau_i)$ ,  $i = \overline{1, \dots, N}$ , попарно независимы и, используя результаты, полученные в [2] применительно к нерегулярной дискретизации  $v(t)$ , можно найти

$$M\{R_l(\tau)\} = \int_{\tau_l}^{\tau_{l+n}} R(\tau) dF^*(\tau) + \frac{2\sigma^2}{N}, \quad (6)$$

$$\text{cov}\{R_i(\tau) R_j(\tau)\} = \begin{cases} \frac{1}{n} \left[ \sigma^4 + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+n}} [2R^2(\tau) + \kappa(\tau, 0, \tau)] dF^*(\tau) \right], & i=j, \quad i = \overline{1, L}; \\ 0; & i \neq j; \quad i, j = \overline{1, L}. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $\sigma^2$  — дисперсия пульсаций скорости потока;  $\kappa(\tau, 0, \tau)$  — семинвариант четвертого порядка процесса  $v(t)$ ;  $F^*(\tau) = F(\tau)/[F(\tau_{l+n}) - F(\tau_l)]$ ;  $F(\tau)$  — функция распределения интервалов дискретизации.

Из (7) вытекает следующее неравенство:

$$\text{cov}\{R_i^2(\tau)\} \leq \frac{1}{n} \left\{ 3\sigma^4 + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+n}} \kappa(\tau, 0, \tau) dF^*(\tau) \right\}, \quad i = \overline{1, L}. \quad (8)$$

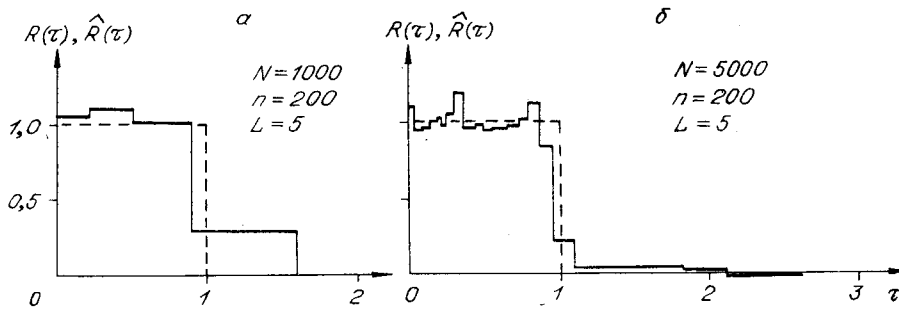


Рис. 1.

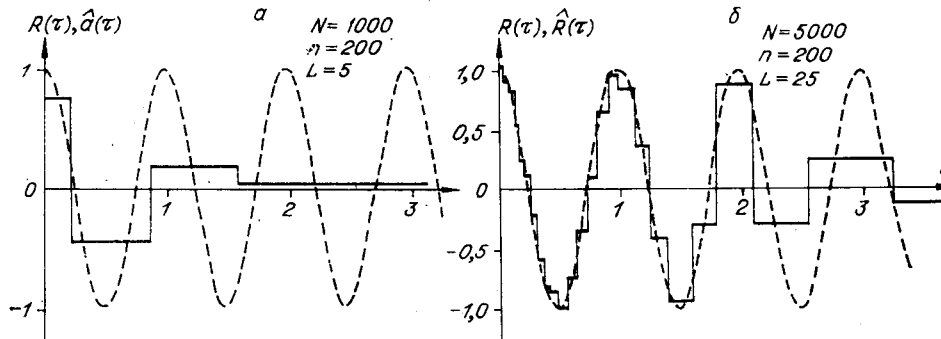


Рис. 2.

Алгоритм обработки экспериментальных данных строится в соответствии с выражениями (1)–(4). Исходя из требований эксперимента по точности измерения  $\hat{R}(\tau)$  и соответственно  $R(\tau)$  с учетом (5)–(7) можно определить значения  $N$  и  $n$ . Если мгновенная скорость потока  $v(t)$  является непрерывным в среднеквадратическом и эргодическим случайным процессом, а поток доплеровских импульсов есть точечный стационарный процесс восстановления со строго монотонной функцией распределения интервалов между соседними событиями  $F(\tau)$ , корреляционная функция  $R(\tau)$  процесса  $v(t)$  восстанавливается с наперед заданной точностью.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1. Поскольку время досчета, характеризующее быстродействие измерительной системы ЛДИС, не сказывается на минимально возможном измеряемом интервале  $\tau$  между двумя соседними доплеровскими импульсами (а именно это время определяет ширину допустимой спектральной плотности исследуемых пульсаций скорости), можно сказать, что технические средства не ограничивают ширины полосы спектральной плотности исследуемых пульсаций скорости.

2. Так как оценка выборочной корреляционной функции строится аналогично гистограмме, а функция распределения интервалов дискретизации процесса не входит в оценку выборочной характеристики, то предлагаемый метод инвариантен к виду функции распределения  $F(\tau)$ , лишь бы она была строго монотонной.

Апробация метода проводилась с использованием статистического моделирования на ЭЦВМ. При формировании массивов данных  $\{v(t_i), v(t_i + \tau_i), \tau_i\}$ ,  $i = 1, N$ , применялись стандартные приемы [6] моделирования случайных последовательностей с заданным видом корреляционной функции и плотностью распределения.

Результаты моделирования для трех видов корреля-

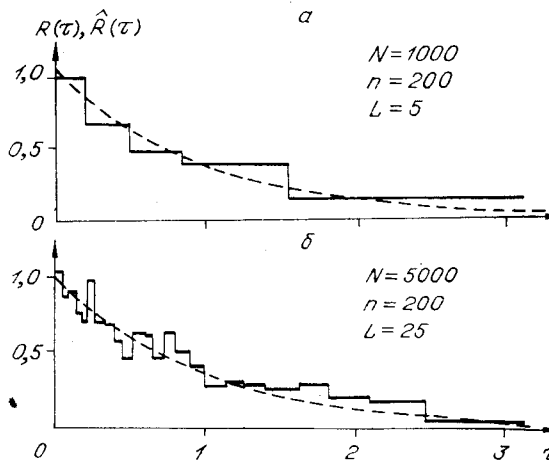


Рис. 3.

ционной функции

$$R(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |\tau| \leq 1, \\ 0, & |\tau| > 1; \end{cases} \quad R(\tau) = \cos(2\pi\tau); \quad R(\tau) = \exp(-|\tau|)$$

и пуассоновской плотности распределения временных интервалов  $F(\tau) = -F \exp(-F|\tau|)$ , где  $F$  — средняя частота событий в единицу времени, приведены на рис. 1—3. Штриховая линия соответствует  $R(\tau)$ , сплошная линия —  $\hat{R}(\tau)$ ,  $N$  — общее число измерений,  $n$  — число усреднений,  $L$  — количество ступеней аппроксимации.

Экспериментальная проверка описанного метода восстановления корреляционной функции  $R(\tau)$  мгновенной скорости потока  $v(t)$  позволяет дать следующие практические рекомендации.

1. Наглядное представление о виде корреляционной функции получается при  $N = 10^3$  (а); хорошая точность восстановления, достаточная для большинства практических случаев, достигается при  $N = (5 \dots 10) 10^3$  (б) и  $n = 200$ . В этом случае точность восстановления в каждой точке не хуже 15% при  $L = 25 \dots 50$ .

2. В ходе эксперимента при эффективном управлении генератором светорассеивающих частиц (средней частотой  $F$ ) можно более подробно снять тот участок  $R(\tau)$ , который более всего интересует экспериментатора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Василенко Ю. Г. и др. Лазерные доплеровские измерители скорости.— Новосибирск: Наука, 1975.
2. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов.— М.: Мир, 1976.
3. Акоюн И. Г., Птицын В. Н. Погрешность лазерного доплеровского измерителя скорости при исследовании турбулентных потоков.— В кн.: Тез. докл. III Всесоюз. совещания «Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности». Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1979.
4. Гапонов В. А., Томсон Я. Я. Определение спектральной плотности непрерывного случайного процесса при неравномерной дискретизации.— В кн.: Алгоритмы обработки теплофизического эксперимента. Новосибирск: изд. ИТ СО АН СССР, 1975.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1968, т. 2.
6. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике.— М.: Сов. радио, 1971.

Поступило в редакцию 21 января 1981 г.;  
окончательный вариант — 10 декабря 1981 г.

УДК 629.7.018 : 1.621.373.8

В. В. ИВАНОВ  
(Москва)

#### ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ СРЕДЫ НА ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ФОКУСИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Вопрос о структуре изображения в последнее время часто связывается с вопросом о помехах, играющих важную роль в приемниках излучения. Флуктуации показателя преломления среды при этом приводят к флуктуациям амплитуды и фазы в оптической волне, вызывают флуктуации дифракционного изображения. С ростом флуктуаций уменьшается контрастность изображения, происходит «размазывание» энергии по всей фокальной плоскости.

В связи с широким внедрением локальных оптических методов диагностики газовых потоков, для которых характерны высокие уровни турбулентных неоднородностей, представляется весьма важным исследовать влияние среды на работу приемных оптических устройств, имеющих сферическую абберацию и круговую апертуру. Аналогичное исследование для идеальной оптической системы с квадратной апертурой было проведено в работе [1].

Рассмотрим линзу с фокусным расстоянием  $f$ , помещенную в начало координат, и точечный источник с длиной волны излучения  $\lambda$ , расположенный на расстоянии  $d$  от линзы вдоль оси  $z$ . Кроме того, предположим, что на трассе излучения от источника до линзы существуют случайные флуктуации показателя преломления. Тогда комплексное поле источника в плоскости за линзой ( $z = \text{const}$ ) для случая дифракции Френеля, как известно, определяется соотношением [2]

$$u(x, y) = \frac{A_0}{\lambda^2 z d} \exp \left[ ik \left( z + \frac{x^2 + y^2}{2z} \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp \left[ \frac{ik}{2} \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} \right) \times \right. \\ \left. \times (x_1^2 + y_1^2) - \frac{ik}{z} (xx_1 + yy_1) + ik\Delta(x_1; y_1) + iS(x_1, y_1) \right] dx_1 dy_1, \quad (1)$$