3. Сделано предположение о возможности обратной связи в методе Монте-Карло и доказано, что дополнительное повышение точности измерения временных интервалов возможно в рамках рекурсивных байесовых оценок.

4. Применение рекурсивных (2-этапных) байесовых оценок измерения временных интервалов дает возможность увеличить точность измерения в $n^{1/2} - n^{3/4}$ раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Соболь И. М.** Численные методы Монте-Карло.— М.: Наука, 1973.
2. **Ермаков С. М.** Метод Монте-Карло и смежные вопросы.— М.: Наука, 1975.
3. **Балашов В. П. и др.** Автоматизация радиоизмерений.— М.: Сов. радио, 1966.
4. **Уилкс С.** Математическая статистика.— М.: Наука, 1967.
5. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения.— М.: Мир, 1967.

Поступила в редакцию 1 июля 1980 г.

УДК 621.317.7.085.36 : 621.317.7.088

В. П. ПОПОВ

(Москва)

ТОЧНЫЕ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЙ И ЦИФРОАНАЛОГОВЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

Постановка вопроса. Проблема обеспечения высокой точности измерения является одной из важнейших задач измерительной техники. Улучшение точностных характеристик приборов требует прежде всего обеспечения необходимой линейности преобразования. Полученная на сегодня линейность преобразования пока значительно ниже достижимой разрешающей способности прецизионных приборов: для современных цифровых вольтметров, например, разрешающая способность составляет $1:2\cdot10^7$, а интегральная нелинейность 10^{-4} (в течение 1 года).

К решению проблемы точности цифровых измерительных приборов идут в основном двумя путями — технологическим и структурным. Несмотря на значительные успехи в области интегральной и гибридной технологии производства аналого-цифровых и особенно цифроаналоговых [1] преобразователей, уровень параметров соответствующих приборов в модульном исполнении с применением различных структурных приемов повышения точности остается пока более высоким [2].

Можно считать установленным [3—7] тот факт, что точность АЦП сводится к точности обратного цифроаналогового преобразователя (при условии его наличия), и указать несколько алгоритмов выполнения такой процедуры. Таким образом, проблема точности АЦП может быть решена обеспечением требуемой точности ЦАП. Однако и перед разработчиками ЦАП стоит задача обеспечения необходимой точности преобразования во времени и в диапазоне температур [1].

Одной из основных составляющих погрешности измерительного прибора является его нелинейность. В настоящей статье предпринимается попытка достичь требуемой интегральной нелинейности АЦП, которая соответствовала бы его разрешающей способности, путем обеспечения необходимой нелинейности ЦАП.

Выбор метода калибровки ЦАП. Известно несколько алгоритмов калибровки и коррекции интегральной нелинейности ЦАП [7—9]. Алгоритм коррекции [8, 9] основан на последовательном сравнении каждого разрядного веса с соответствующей суммой более младших разрядных весов. По результатам сравнений осуществляют коррекцию разрядных весов преобразователя. Причем процесс последовательного сравнения выполняют начиная с меньшего из всех старших корректируемых разрядных весов и переходя к более старшим разрядам. В указанных работах не анализируется методологическая ошибка алгоритма, что не позволяет оценить достижимую точность коррекции. Так как наибольший вклад в погрешность преобразования вносят старшие разряды ЦАП, то анализ методологической ошибки указанного алгоритма проведем в предположении линейности функции ЦАП лишь от старших разрядных весов:

$$W(y) = \sum_{i=0}^{n} a_i W_i(y) + w(y) + \beta(y). \tag{1}$$

Здесь $W(y)$ — функция ЦАП; a_i — величина i-го разрядного веса; $W_i(y) = 0{,}1$ — значение i-го разряда двоичного кода; $w(y)$ — функция, описывающая вклад младших разрядных весов ЦАП; $\beta(y)$ — погрешность выполнения равенства (1), учитывающая несоблюдение принципа суперпозиции, неопределенность функции $w(y)$, неабсолютную повторяемость разрядных весов и т. д.; n — число калибруемых старших разрядных весов. Указанный алгоритм может быть описан системой уравнений

$$a_i - \sum_{j=0}^{i-1} a_j = w_i + \beta_i, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{2}$$

где a_i — величина i-го разрядного веса, w_i — результат измерения разности между a_i и суммой всех меньших разрядных весов, β_i — ошибка выполнения данного равенства, учитывающая погрешность измерения, невыполнение принципа суперпозиции для суммы разрядных весов и неповторяемость величин разрядных весов.

Проанализируем влияние ошибок β_i на точность определения величин разрядных весов a_i. Решая систему (2), получим для величины a_i следующие выражения:

$$a_i = 2^{i-1} a_0 + \sum_{j=1}^{i-1} 2^{j-1} w_{i-j} + w_i + \delta_i, \quad i = 2, \ldots, n, \tag{3}$$

$$a_1 = a_0 + w_1 + \beta_1,$$

$$\delta_i = \sum_{j=1}^{i-1} 2^{j-1} \beta_{i-j} + \beta_i. \tag{4}$$

Для ошибки δ_i справедлива оценка $|\delta_i| \leqslant 2^{i-1}\beta$, $\beta = \max\limits_{1 \leqslant j \leqslant i-1} |\beta_j|$.

Для максимальной ошибки калибровки ЦАП $\delta_{\max}$ нетрудно получить оценку

$$\delta_{\max} = \sum_{i=0}^{n} \delta_i \leqslant 2^n \beta. \tag{5}$$

Последнее выражение показывает, что ошибка $\delta_{\max}$ быстро растет с увеличением числа определяемых весов n. Это обстоятельство делает затруднительным применение указанного алгоритма для коррекции интегральной нелинейности ЦАП.

В работе [7] предложен алгоритм калибровки ЦАП путем вычисления величин его разрядных весов. Вычисления показали справедливость алгоритма (см. приложение), однако сложность вычислительной процедуры и необходимость наличия двух эталонных мер затрудняют его практическое осуществление.

Отсутствие точного и легко реализуемого алгоритма калибровки ЦАП заставило искать другие алгоритмы повышения точности ЦАП.

Ниже рассматриваются два алгоритма калибровки ЦАП, обеспечивающие лучшую точность и простоту реализации. Оба алгоритма основаны на вычислении величин разрядных весов ЦАП.

Первый из рассматриваемых алгоритмов требует для своей реализации набор делителей (необязательно стабильных) аналогового сигнала калибруемого ЦАП. Процесс калибровки состоит из некоторого числа уравновешиваний эталонной аналоговой меры x^0 ослабленным выходным сигналом ЦАП. Причем каждое уравновешивание проводится со своим коэффициентом деления s_i. Результатом каждого уравновешивания является выполнение с определенной точностью равенства

$$W(y_i) = x^0/s_i. \tag{6}$$

Положим, что любой из коэффициентов s_i, $i = 1, \ldots, N$, может быть составлен из $p < N$ некоторых первичных коэффициентов k_j, $j = 1, \ldots, p$, следующим способом:

$$1/s_i = 1 + \sum_{j=1}^{p} k_j \alpha_{ij}. \tag{7}$$

Такой способ получения различных коэффициентов деления легко реализуется, например, параллельным включением резисторов. Очевидно, что из p первичных коэффициентов k_j можно составить 2^p различных комбинаций, т. е. 2^p коэффициентов деления (необязательно различных).

Проведя p уравновешиваний эталонной аналоговой меры x^0 с коэффициентами деления $1/s_j^0 = 1 + k_j$, $j = 1, \ldots, p$, получим систему равенств

$$W(y_j) = x^0/s_j^0, \tag{8}$$

где y_j — код ЦАП, при котором выполняется соответствующее равенство. Тогда для равенства (6) с учетом (7) получим уравнение, не зависящее от коэффициентов деления:

$$W(y_i) - \sum_{j=1}^{p} W(y_j)\alpha_{ij} = x^0\left(1 - \sum_{j=1}^{p} \alpha_{ij}\right). \tag{9}$$

Уравновешивания эталонной меры x^0 при различных значениях коэффициентов s_i, включая и значение $s_0 = 1$, приводят к системе уравнений вида (9), из которой определяются величины разрядных весов a_i.

Число первичных коэффициентов k_j зависит от числа уточняемых весов ЦАП и должно удовлетворять неравенству $2^p - p \geqslant n$. Как показал проведенный анализ, для каждого n существует свой минимальный набор первичных коэффициентов k_j, оптимальный в смысле минимума интегральной нелинейности получаемого ЦАП, величины старших разрядных весов которого вычисляются по описываемому алгоритму. Например, для $n = 6$ и соотношения между старшими разрядными весами $a_i \approx \approx 2a_{i-1}$ получен такой набор из 4 первичных коэффициентов: $\mathbf{k} = \{1/10;\ 1/6;\ 1/6;\ 7/30\}$, причем допустимое отклонение коэффициентов от приведенных значений составляет $\pm 0{,}8\%$. В этом случае максимальная погрешность калибровки ЦАП, шесть старших разрядных весов которого вычисляются из системы (9), составляет $5{,}5\beta$ (β — максимальная ошибка выполнения равенства в шести уравнениях вида (9)). Ошибка β учитывает систематическую и случайную погрешности выполнения равенства (9) и определяется чувствительностью используемого сравнивающего устройства, а также повторяемостью значений коэффициентов k_j. Таким образом, ЦАП будет реализовывать линейность m бит при условии, что его младшие разряды обеспечивают линейность, соответствующую $(m - 6)$ битам, а ошибка β удовлетворяет ограничению $\beta \leqslant 2^m/5{,}5$.

Перейдем к анализу второго алгоритма калибровки ЦАП. Рассмотрим случай линейной зависимости функции ЦАП от старших разрядных весов (1). Проведем измерение разности между суммой всех старших калибруемых разрядных весов и некоторой аналоговой мерой A, приблизительно равной этой сумме. В результате получим

$$A=\sum_{i=0}^{n}a_i+w_{n+1}+\beta_{n+1}. \tag{10}$$

Здесь учтены измеренное рассогласование w_{n+1} этого равенства и неточность β_{n+1} его определения.

Измеряя разности между каждым из калибруемых разрядных весов и соответствующей суммой всех меньших разрядных весов, приходим к системе равенств (2), из которой находятся величины всех калибруемых разрядных весов (3). Подставляя в (10) вместо a_i их значения из (3), будем иметь

$$A=2^n a_0+\sum_{j=1}^{n}2^{j-1}w_{n+1-j}+w_{n+1}+\delta, \tag{11}$$

$$\delta=\sum_{j=1}^{n}2^{j-1}\beta_{n+1-j}+\beta_{n+1}. \tag{12}$$

Выразим величины весов a_i через величину A. Для этого выразим сначала $a_0\approx a_1$ через A:

$$a_0=A2^{-n}-2^n\left(\sum_{j=1}^{n}2^{j-1}w_{n+1-j}+w_{n+1}\right)-\delta 2^n, \tag{13}$$

а затем подставим полученное выражение в (3). После несложных преобразований

$$a_i=A2^{i-n-1}+w_i/2-2^{i-1}\left(\sum_{k=i+1}^{n}2^{-k}w_k+2^{-n}w_{n+1}\right)+\Delta_i,\quad i=1,\ldots,n, \tag{14}$$

где $\Delta_i=\delta_i-\delta 2^{i-n-1}$.

Учитывая (12) и (4), для ошибки определения величины разрядного веса a_i имеем такое соотношение:

$$\Delta_i=\frac{1}{2}\beta_i-2^{i-1}\left(\sum_{k=i+1}^{n}2^{-k}\beta_k+2^{-n}\beta_{n+1}\right). \tag{15}$$

Этот результат примечателен тем, что $|\Delta_i|\leqslant\beta$. Можно показать, что $|\Delta_i+\Delta_{i+1}|\leqslant 1{,}5\beta$ и $|\Delta_i+\Delta_{i+1}+\Delta_{i+2}|\leqslant 1{,}75\beta$ и, следовательно, максимальная ошибка калибровки ЦАП $|\Delta_{\max}|\leqslant((7/12)n+3/2)\beta$.

Более точные вычисления, выполненные на ЭВМ для различных значений n, приведены в табл. 1. Результаты показывают, что для $3\leqslant n\leqslant 12$ зависимость максимальной ошибки от числа учитываемых разрядных весов хорошо описывается следующей эмпирической формулой:

$$|\Delta_{\max}|\leqslant(1/3)(n+2{,}375)\beta. \tag{16}$$

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

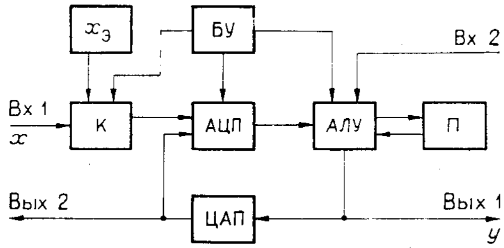
1. Последний алгоритм дает возможность уменьшить нелинейность в $3\cdot 2^n/(n+2{,}375)\beta$ раз.

2. Подбирая эталонную аналоговую меру $x_э\approx A$, можно во столько же раз уменьшить и абсолютную погрешность ЦАП.

Рассмотрим более подробно погрешность β_i, которая в соответствии с (2) является ошибкой сравнения разрядного веса a_i с суммой всех предыдущих. Она состоит из систематической β_{i0} и случайной β_{ij} погрешностей, причем математическое ожидание

Таблица 1

n	$\|\Delta_{\max}\|/\beta$	n	$\|\Delta_{\max}\|/\beta$
3	1,75	8	3,445
4	2,125	9	3,777
5	2,438	10	4,111
6	2,781	11	4,444
7	3,109	12	4,778



последней равно нулю:

$$\beta_i = \beta_{i0} + \beta_{ij}, \quad m(\beta_{ij}) = 0. \quad (17)$$

Здесь β_{ij} — случайная погрешность установления величины i-го разрядного веса a_i в j-м случае ($j \geqslant i$), связанная с неабсолютной повторяемостью проводимости коммутирующих ключей.

Можно показать, что среднеквадратическое отклонение ошибки $\Delta_{\max}$ в 4 раза больше среднеквадратического отклонения наибольшего разрядного веса и не зависит от числа калибруемых разрядных весов.

Полученные результаты показывают, что когда случайная составляющая ошибки β достаточно мала по сравнению с ее систематической составляющей, последний алгоритм калибровки ЦАП имеет ряд преимуществ перед остальными: простоту реализации вычислительной процедуры, отсутствие дополнительных делителей, лучшее быстродействие (меньшее время калибровки).

Блок-схема устройства, выполняющего функции как прецизионного АЦП, так и прецизионного ЦАП, приведена на рисунке. Устройство содержит первичный дифференциальный АЦП и калибруемый цифроаналоговый преобразователь, величины старших разрядных весов которого могут быть определены с помощью вычислительного устройства АЛУ и запомнены в блоке памяти П. Коммутатор К подключает к первому входу АЦП либо входной аналоговый сигнал (в режиме измерения), либо эталонную аналоговую меру (в режиме калибровки ЦАП). Блок управления БУ синхронизирует работу всех узлов.

В режиме измерения неизвестного входного сигнала x работа устройства хорошо описывается как моделирование решения уравнения $y = y + f[x - W(y)] - f(0)$ ($f(x)$ — функция АЦП, y — цифровой код) методом последовательных приближений [4, 6, 7]: производится преобразование входного сигнала x в цифровую форму (величина выходного сигнала ЦАП равна при этом нулю), полученный результат $y_0 = f(x)$ преобразуется блоком ЦАП в соответствующий аналоговый сигнал $W(y_0)$ и подается на второй вход дифференциального АЦП. Осуществляют аналого-цифровое преобразование разности между входным и выходным сигналами ЦАП $x - W(y_0)$ и полученный результат корректируют по формуле $y_1 = y_0 + f[x - W(y_0)] - f(0)$.

Первый скорректированный результат y_1 вновь преобразуют в аналоговую форму, измеряют разность $x - W(y_1)$, и результат преобразования последней используют для вычисления второго скорректированного результата: $y_2 = y_1 + f[x - W(y_1)] - f(0)$.

Этот процесс продолжают до достижения требуемой точности, причем k-й скорректированный результат получают из предыдущего по формуле $y_k = y_{k-1} + f[x - W(y_{k-1})] - f(0)$.

В [7] показано, что точность преобразования неизвестного входного сигнала зависит от точности ЦАП и повторяемости результатов измерения АЦП, а количество циклов коррекции, необходимое для получения заданной точности,— от точности АЦП. Например, если нелинейность первичного АЦП не хуже 1%, то для получения нелинейности порядка 10^{-6} (при условии, если ЦАП обеспечивает такую линейность) достаточно трех циклов коррекции.

В режиме калибровки ЦАП на первый вход дифференциального АЦП подается эталонная аналоговая мера $x_э$. Калибровка выполняется согласно последнему из описанных алгоритмов калибровки ЦАП. Проводится аналого-цифровое преобразование разности между эталонной мерой $x_э$ и суммой $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i$ всех калибруемых разрядных весов ЦАП, и полученный результат w_{n+1} запоминается. Затем определяют величину разности $w_n = a_n - \sum_{i=0}^{n-1} a_i$. Для этого осуществляют аналого-цифровое преобразование двух разностей $\varepsilon_{1n} = a_n + b_n - x_э$ и $\varepsilon_{2n} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i + b_n - x_э$, по результатам которых и вычисляют разность w_n: $w_n = \widehat{\varepsilon}_{1n} - \widehat{\varepsilon}_{2n}$ ($\widehat{\varepsilon}_{1n}$, $\widehat{\varepsilon}_{2n}$ — цифровые эквиваленты аналоговых величин ε_{1n} и ε_{2n} соответственно). Здесь $b_n \approx x_э - a_n$ — дополнительная аналоговая мера, вводимая для увеличения точности измерения, так как при этом уменьшается разность между подаваемыми на входы дифференциального АЦП аналоговыми сигналами. Видно, что неточность b_n не оказывает никакого влияния на окончательный результат вычисления w_n. По результатам w_n и w_{n+1} получают величину самого старшего разрядного веса

$$a_n = \widehat{x}_э/2 + (w_n - w_{n+1})/2, \qquad (18)$$

где $\widehat{x}_э$ — цифровой эквивалент эталонной аналоговой меры $x_э$, который предполагается известным с требуемой точностью. Справедливость этой формулы следует из сопоставления (10) с выражением для w_n.

Затем находят величину $(n-1)$-го разрядного веса a_{n-1}, потом a_{n-2} и т. д. Этот процесс продолжают до получения величины самого младшего калибруемого разрядного веса a_1. Причем величина разрядного веса a_i определяется после вычисления величины предыдущего $(i+1)$-го разрядного веса a_{i+1} согласно следующему рекуррентному соотношению, которое может быть получено из (14):

$$a_i = (a_{i+1} + w_i - w_{i+1})/2. \qquad (19)$$

Величина $w_i = a_i - \sum_{k=0}^{i-1} a_k$ находится как разность результатов аналого-цифрового преобразования величин $\varepsilon_{1i} = a_i + b_i - x_э$ и $\varepsilon_{2i} = \sum_{k=0}^{i-1} a_k + b_i - x_э$: $w_i = \widehat{\varepsilon}_{1i} - \widehat{\varepsilon}_{2i}$ ($\widehat{\varepsilon}_{1i}$, $\widehat{\varepsilon}_{2i}$ — цифровые эквиваленты аналоговых разностей ε_{1i} и ε_{2i} соответственно). Здесь $b_i \approx x_э - a_i$ — i-я дополнительная аналоговая мера. Ее введение позволяет значительно увеличить точность измерения, так как уменьшается разность между подаваемыми на входы дифференциального АЦП аналоговыми сигналами, а ее нестабильность не оказывает влияния на окончательный результат вычисления w_i.

Для обеспечения монотонности характеристики цифроаналогового преобразования младший из калибруемых разрядных весов удвоен: $a_1 \approx a_0$. Величина a_0 вычисляется после определения величины a_1 по формуле $a_0 = a_1 - w_1$.

Следует отметить, что вычислительная процедура согласно (19) состоит из двух цифровых операций — сложения и логического сдвига, и, следовательно, блок АЛУ, необходимый для реализации данного алгоритма калибровки, содержит лишь сумматор и сдвиговый регистр.

В режиме цифроаналогового преобразования цифровой код, поступающий на второй вход устройства, корректируется в блоке АЛУ на основе вычисленных в процессе калибровки значений разрядных весов ЦАП. Скорректированный код подается затем на вход ЦАП, где преобразуется в аналоговый сигнал требуемой величины.

Следует подчеркнуть, что в описываемом устройстве проводится коррекция не разрядных весов ЦАП в отдельности, а цифрового кода перед подачей его на вход ЦАП, что представляется более рациональным.

В заключение оценим достижимую точность калибровки ЦАП, а следовательно, и АЦП. Предположим, что нелинейность дифференциального АЦП не хуже, чем 2^{-m}, а число калибруемых разрядных весов ЦАП равно n. Поскольку разности w_i определяются по результатам двух измерений, то согласно (16) для максимальной нелинейности калиброванного ЦАП получим оценку $\delta_{нл} \leqslant (2/3)(n+2{,}375)2^{-n-m}$. Например, для $m=12$ и $n=10$ $\delta_{нл} \leqslant 0{,}7 \cdot 10^{-6}$. Относительная погрешность $\delta_{отн}$ ограничивается нелинейностью $\delta_{нл}$ и нестабильностью $\delta_э$ эталонной аналоговой меры: $\delta_{отн} \leqslant \delta_{нл} + \delta_э$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Ввиду невозможности аналитической оценки максимальной погрешности определения функции ЦАП, проводимого по алгоритму калибровки ЦАП, предложенному в работе [7], осуществлялось моделирование указанного алгоритма на ЭВМ при различных отклонениях разрядных весов (параметров) ЦАП от заданных значений. Предложенная в [7] система уравнений для нахождения параметров ЦАП решалась методом наименьших квадратов. Число учитываемых параметров n изменялось от 10 до 16, число уравнений при этом оставалось постоянным и равным 20. Двадцать коэффициентов ослабления выходного сигнала ЦАП выбирались в пределах от 1 до 0,6, нестабильность отношения γ величин двух эталонных мер была принята равной $0{,}5 \cdot 10^{-6}$. Варьировались величины шести старших разрядных весов на величину $\pm 1\%$ от заданных значений. Было установлено, что лучшие результаты получаются при $\gamma > 2$. В табл. 2 приведена зависимость отношения максимальной погрешности калибровки функции ЦАП δ к шагу квантования АЦП h для различного числа учитываемых разрядных параметров ЦАП n при значении $\gamma = 2{,}1$.

Таблица 2

n	δ/h	n	δ/h
10	3,82	14	6,34
11	3,89	15	8,25
12	3,94	16	12,58
13	4,91		

Как уже было отмечено, сложность данной вычислительной процедуры не позволяет реализовать указанный алгоритм в том виде, в котором он предложен в (7). Однако вычислительную процедуру можно значительно упростить, если специальным образом выбрать значения коэффициентов ослабления и наложить определенные ограничения на их отклонения от заданных значений. Для этого полагаем эталонные меры x_1 и x_2 такими, чтобы их величины были приблизительно равны значениям двух старших разрядных весов ЦАП:

$$x_1 = a_{n-1} + w_{n-1}, \quad x_2 = a_n + w_n, \quad \gamma = x_2/x_1 = 2. \tag{П1}$$

Здесь w_n, w_{n-1} — измеряемые отклонения разрядных весов от значений эталонных мер.

Коэффициенты ослабления s_i выбираем следующим образом: $1/s_i = 1 + 2^{n-i}$ с допустимым отклонением $\pm 2^{-n-1}$ (n — число вычисляемых разрядных весов ЦАП). В этом случае разрядные веса a_i будут связаны между собой следующим рекуррентным соотношением:

$$a_i = a_{i+1} / 2 + a_n / 2 - a_{n-1} - w(y_2^i) / 2 + w(y_1^i), \tag{П2}$$

где $w(y)$ — младшая часть функции ЦАП (см. (1)).

Можно показать, что максимальная погрешность калибровки достигается при максимальном входном коде ЦАП и подчиняется следующему условию:

$$\delta_{max} \leqslant 5(n - 18/3)\beta + 2(n-1)|\gamma - 2|x_2, \quad n \geqslant 4,$$

β — максимальная погрешность уравновешивания эталонных мер x_1 и x_2 ослабленным выходным сигналом ЦАП.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Виленски С.** Высокоточный ЦАП с дешифрацией старших разрядов.— Электроника, 1980, т. 53, № 13, с. 41.
2. **Роджер А.** Новое о преобразовании данных.— Электроника, 1980, т. 53, № 16, с. 23.

3. **Туз Ю. М.** Структурные методы повышения точности измерительных устройств.— Киев: Высшая школа, 1976.
4. **Алиев Т. М., Сейдель Л. Р.** Автоматическая коррекция погрешности цифровых измерительных устройств.— М.: Энергия, 1975.
5. **Волгин Л. И.** Итерационные алгоритмы повышения точности измерительных устройств.— Автометрия, 1974, № 5, с. 84.
6. **Кэй Б. Дж.** Правильный выбор цифрового вольтметра.— Электроника, 1966, т. 39, № 7, с. 3.
7. **Попов В. П.** Об автоматической коррекции погрешности результатов аналого-цифрового преобразования.— Автометрия, 1976, № 5, с. 62.
8. **Басс Б. П. и др.** Некоторые способы автоматической коррекции нелинейности характеристики цифроаналоговых преобразователей.— Электрон. техника. Сер. Микроэлектроника, 1971, вып. 7 (33), с. 46.
9. **Смолов В. Б. и др.** Микроэлектронные цифроаналоговые и аналого-цифровые преобразователи информации.— Л.: Энергия, 1976, с. 191.

Поступила в редакцию 23 февраля 1981 г.;
окончательный вариант — 12 августа 1981 г.

УДК 517.518.8

Ю. Е. ВОСКОБОЙНИКОВ, А. А. МИЦЕЛЬ

(Новосибирск — Томск)

ПОСТРОЕНИЕ УСТОЙЧИВОГО РЕШЕНИЯ ПЛОХО ОБУСЛОВЛЕННОЙ СИСТЕМЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЯХ В ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Введение. К решению линейных алгебраических систем уравнений приводят многие задачи параметрической идентификации динамических систем, регрессионного анализа, обработки и интерпретации физического эксперимента. В качестве примера можно привести задачу определения концентрации газов по данным лазерного зондирования. Вычислительные трудности, возникающие при решении таких систем, связаны с плохой обусловленностью (а иногда и вырожденностью) системы и характеризуются крайней неустойчивостью полученного обычными методами решения к погрешностям задания правой части. Для получения устойчивого решения часто пользуются методом регуляризации А. Н. Тихонова [1]. Однако при этом возникает известная проблема выбора параметра регуляризации, для решения которой применяется принцип невязки [2, 3].

В данной статье излагается новый подход к решению этой проблемы, являющийся статистическим развитием принципа невязки и позволяющий оценить значение параметра регуляризации, минимизирующее среднеквадратическую ошибку решения.

Заметим, что частный случай такого подхода к выбору параметра регуляризации при решении интегрального уравнения Вольтерра 1 рода рассмотрен в совместной работе одного из авторов [4].

Итак, дана система линейных алгебраических уравнений

$$Ax = y, \tag{1}$$

где A — матрица размерностью $n \times m$, x — m-мерный вектор искомого решения, y — n-мерный вектор правой части. Предположим, что матрица A системы (1) плохо обусловлена или вырождена; вектор решения системы $Ax = 0$ равен нулевому вектору; вместо точной правой части $\bar{y}$ задан вектор измерений $\tilde{y} = \{\tilde{y}_i = y_i + \xi_i\}$, где ξ_i — шум измерения с характеристиками $M[\xi_i] = 0, M[\xi_i^2] = \sigma_i^2$, $i = \overline{1, n}$, $M[\cdot]$ — оператор математического ожидания. В дальнейшем рассматривается случай, когда кор-