

МЕТОДЫ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА АВТОМАТИЗАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТА. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

УДК 621.391 : 681.3.01

В. А. ИВАНОВ, В. С. КИРИЧУК

(Новосибирск)

МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКОГО АВТОМАТА «ЗЕНИТ-2»

В работе [1] приведены общие точностные характеристики автомата «Зенит-2», среди которых точность позиционирования электромеханического привода не хуже 2 мкм. Указанные характеристики содержат систематические погрешности, которые в основном определяются технологической точностью изготовления и установки измерительных направляющих, а также применяемыми при этом оптическими измерительными приборами (автоколлиматор, пентапризма). Предельные погрешности этих измерительных приборов ($\sim 0,5''$) дают возможность установить и выровнять измерительные направляющие с точностью не хуже ± 2 мкм. Имеющиеся систематические погрешности можно разделить на две компоненты — непрямолинейность измерительных направляющих и их неортогональность. Особенность используемых оптических методов заключается в том, что измерения проводятся на базе 90 мм (т. е. имеется значительный интервал сглаживания) и являются дифференциальными. Без накопления ошибок измерения на всей длине измеряемой направляющей указанные особенности оптического метода не позволяют разделить на составляющие систематические погрешности, получить оценки непрямолинейности и неортогональности с точностью лучше 2 мкм. В данной работе изложено математическое обеспечение части метрологических измерений для комплекса обработки на основе автомата «Зенит-2», с помощью которого можно получить «подробные» оценки непрямолинейности и неортогональности и их коррекций, необходимых при решении задач, требующих высокой точности измерений координат объектов (например, астрометрии).

Для определения систематических погрешностей привода были взяты две системы измерения координат, сканирующее устройство автомата на ЭЛТ высокого разрешения с цифровым управлением, благодаря которому величина оптической плотности считывается с ошибкой по координате не более 0,75 мкм [2], и электромеханический привод с точностью отсчета координаты $\lambda/2 = 0,31640988$ мкм, где λ — длина волны лазерного интерферометра при $T = 20^\circ\text{C}$, $P = 760$ мм рт. ст. Наличие двух независимых и высокоточных систем позволило разработать эффективные алгоритмы оценки систематических погрешностей без использования прецизионных, но, к сожалению, малодоступных и довольно специфичных эталонов прямой линии и прямого угла.

Измерение непрямолинейности направляющих. Для измерения кривизны направляющих применен известный подход «натянутой струны».

В качестве «струны» взята вольфрамовая проволочка диаметром 50 мкм, имеющая локальные неровности поверхности не более 1 мкм. Проволочка натягивается в кондукторе, который устанавливается и фиксируется на подвижной каретке параллельно одной из осей. Для устранения «грубых» остаточных изгибов «подпружиненной» в кондукторе проволочки проводился многократный отжиг электрическим током. На рис. 1 схематично изображена реальная ситуация с измерительными направляющими, где X, Y — декартова система координат; $\varphi(x)$ — функция, описывающая отклонения X направляющей от прямой ($\sum \varphi(x) = 0, \sum x \varphi(x) = 0$); $\psi(y)$ — аналогичная функция по оси Y ; $y = f(x)$ — функция координаты центра струны, ориентированной параллельно оси X . Координаты центра струны в реальной системе координат связаны с декартовой системой и функциями $\varphi(x), \psi(y)$ следующими соотношениями:

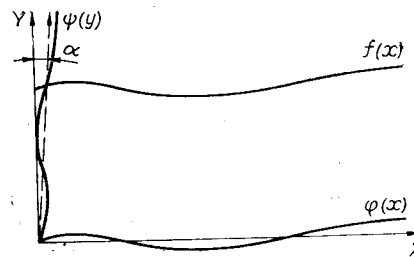


Рис. 1.

$$\tilde{x} = x + \psi(y/\cos \alpha) - y \operatorname{tg} \alpha, \quad \tilde{y} = (y + \varphi(x - y \operatorname{tg} \alpha))/\cos \alpha. \quad (1)$$

Отметим, что технология изготовления и установки направляющих позволяет считать их нелинейность постоянной на длине ~ 1 мм (φ' и $\psi' < 10^{-5}$), а угол α достаточно мал ($\sim 10^{-5}$ рад), что подтверждено оптическими измерениями. А поскольку максимумы величин $|\tilde{y} - y/\cos \alpha|$ и $|\tilde{x} - x + y \operatorname{tg} \alpha|$ не превосходят 10 мкм, то без потери точности уравнение (1) можно преобразовать к виду

$$\tilde{x} = x + \psi(\tilde{y}), \quad \tilde{y} = y + \varphi(\tilde{x}). \quad (2)$$

За центр струны принимается центр «тяжести» (ЦТ), полученный измерениями оптической плотности изображения отрезка проволочки, на котором величина $\varphi(x)$ или $\psi(y)$ постоянна. Измерения проводятся на всей струне с заданным шагом, причем при каждом положении каретки анализируемый отрезок струны помещается в центр сканирующего раstra. Такая процедура необходима для исключения из результатов измерений имеющихся погрешностей сканирующей системы. Влияние профиля проволочки исключается проведением аналогичных измерений ЦТ для проволочки, повернутой вокруг своей оси на 180° . Заметим, что из-за технологических условий не было возможности выдержать ориентацию кондуктора с проволочкой, соблюдая координату и угол, которые были и до поворота. Поэтому уравнения, описывающие повернутую струну (вдоль координаты X), будут иметь вид

$$y' = -f(x'),$$

$$x' = x \cos \beta + y \sin \beta + x_0, \quad y' = -x \sin \beta + y \cos \beta + y_0,$$

где β — угол между двумя положениями струны; x_0, y_0 — величины смещений «начальной» точки при повороте.

Учитывая малость угла β ($\beta < 10^{-4}$ рад) и разложив $\sin \beta, \cos \beta$ в ряды до линейных членов, получим

$$x' = x + y\beta + x_0, \quad y' = -x\beta + y + y_0, \quad f(x + y\beta + x_0) = -x\beta + y + y_0.$$

Если вместе с малостью угла β использовать еще и малость вариаций ЦТ струны от прямой, параллельной оси X (т. е. $f'(x) \sim \beta$), то последнее уравнение с точностью до линейных членов разложения $f(x + y\beta + x_0)$ по β можно представить в виде $y = -y_0 + x\beta + f(x + x_0) + f'(x + x_0)y\beta \simeq a + bx + f(x + x_0)$.

Итак, после двух циклов измерений струны вдоль одной из координат (рассматривается X) имеем два вектора оценок ЦТ, для которых

справедливы соотношения

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{1i} &= f(\tilde{x}_i) - \varphi(\tilde{x}_i) \quad (i = 1, n), \\ \tilde{y}_{2i} &= a + bx - f(\tilde{x}_i + x_0) - \varphi(\tilde{x}_i).\end{aligned}$$

Необходимо по имеющимся оценкам \tilde{y}_{1i} , \tilde{y}_{2i} восстановить функцию $\varphi(x)$. Наклон и среднее значение координаты центра струны определяем по МНК и исключаем из данных и дальнейшего рассмотрения:

$$y_{1i}^* = f^*(\tilde{x}_i) - \varphi(\tilde{x}_i), \quad y_{2i}^* = -f^*(\tilde{x}_i + x_0) - \varphi(\tilde{x}_i).$$

Теперь функция $f^*(\tilde{x}_i)$ представляет собой вариации координаты ЦТ струны от прямой линии, которые вызваны «неидеальностью» формы проволочки.

Координату x_0 вычислим из минимума функционала

$$\min_{x_0} J = \min_{x_0} \sum_{i=1}^n (y_{1i}^* - y_{2i}^*)^2 = \min_{x_0} \sum_{i=1}^n (f^*(\tilde{x}_i) - f^*(\tilde{x}_i + x_0))^2.$$

Зная оценку величины x_0 , получаем соотношение для оценки отклонения направляющей от прямой:

$$\varphi(x_i) = -(y_{1i}^*(\tilde{x}_i) + y_{2i}^*(\tilde{x}_i))/2. \quad (3)$$

Точность оценивания $\varphi(\tilde{x}_i)$ и $\psi(\tilde{y}_i)$ обуславливается точностью определения координат ЦТ отрезка струны. Измерения оптической плотности при вычислении ЦТ струны проводятся с работающей следящей системой, т. е. подвижная каретка колеблется относительно заданной координаты с амплитудой ± 1 мкм. ЦТ по координате y находится из формулы

$$y = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij} y_{ij}}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij}}.$$

Здесь d_{ij} — считываемая оптическая плотность, $y_{ij} = S_{ij} + T_{ij}$ — координаты положения сканирующего пятна (T_{ij} — координаты центра сканирующего раstra (СР), задаваемые в координатах системы позиционирования; S_{ij} — координаты в системе СР). Учитывая вид y_{ij} ,

$$\tilde{y} = y_S + \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij} T_{ij}}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij}}, \quad y_S = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij} S_{ij}}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij}},$$

где y_S — координаты ЦТ отрезка в координатах СР. Из последнего выражения видно, что для корректного вычисления оценки ЦТ необходимо при каждом измерении оптической плотности учитывать текущее значение координат центра СР. Однако учет этих координат в каждой точке существенно увеличивает время оценивания ЦТ струны. Поскольку частота колебания подвижной каретки не более 20 Гц, а время измерения оптической плотности строки $\sim 3 \cdot 10^{-3}$ с, то за время измерения координаты центра СР изменяется не более чем на 0,5 дискрета. Поэтому за время измерения плотности в точках $j = 1, m$ можно считать значения T_{ij} постоянными, что приводит к следующей формуле вычисления ЦТ отрезка струны:

$$\tilde{y} = y_S + \sum_{i=1}^k T_i \frac{\sum_{j=1}^m d_{ij}}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^m d_{ij}}. \quad (4)$$

Использование этой формулы позволило получить приемлемые время и точность измерения координат ЦТ струны.

Оценивание угла между направляющими. Методика оценивания угла между измерительными направляющими основана на инвариантности расстояния между реперными «точками» при повороте измерительной

кассеты. Связь между реальными и декартовыми координатами (непрямолнейность направляющих считается скорректированной) имеет вид (рис. 2)

$$x_i = \hat{x}_i + \hat{y}_i \sin \alpha, \quad y_i = \hat{y}_i \cos \alpha \quad (i = 1, 8),$$

где X, Y — декартова система координат; \hat{X}, \hat{Y} — реальная система координат (оси X и \hat{X} выбраны совпадающими); x_i, y_i и \hat{x}_i, \hat{y}_i — координаты точки в декартовой и реальной системах координат. Поворот на угол β со смещением a_0, b_0 измерительной кассеты определяет другие координаты реперной «точки» $\hat{\xi}_i, \hat{\eta}_i$ в реальной системе координат. Нетрудно показать, что координаты точки до поворота и после связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \hat{x}_i &= (\cos \beta - \sin \beta \operatorname{tg} \alpha) \hat{\xi}_i - (\sin \beta / \cos \alpha) \hat{\eta}_i + a_0, \\ \hat{y}_i &= (\sin \beta / \cos \alpha) \hat{\xi}_i + (\cos \beta + \sin \beta \operatorname{tg} \alpha) \hat{\eta}_i + b_0. \end{aligned}$$

Заменой переменных

$$x_{1i} = \hat{x}_i + \hat{\eta}_i, \quad x_{2i} = \hat{y}_i + \hat{\xi}_i, \quad x_{3i} = \hat{x}_i - \hat{\eta}_i, \quad x_{4i} = \hat{y}_i - \hat{\xi}_i \quad (i = 1, 8) \quad (5)$$

приводим последние соотношения к виду

$$X_1 + X_2 = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + A_0, \quad X_3 + X_4 = -\alpha_1 X_3 - \alpha_2 X_4 + B_0. \quad (6)$$

Здесь X_j ($j = 1, 4$) — векторы $\{x_j\}_i$, $A_0 = \{a_0\}_i$, $B_0 = \{b_0\}_i$,

$$\alpha_1 = \cos \beta + \sin \beta \operatorname{tg} \alpha - \sin \beta / \cos \alpha, \quad \alpha_2 = \cos \beta - \sin \beta \operatorname{tg} \alpha + \sin \beta / \cos \alpha. \quad (7)$$

Измерения координат $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{\xi}_i, \hat{\eta}_i$ сопровождаются шумом с нулевым средним и одинаковой дисперсией σ . Преобразование (5) оставляет шум некоррелированным: $\tilde{x}_i = x_i + \epsilon_i$ ($i = 1, 4$), где \tilde{x}_i — вектор измерений. Необходимо по результатам измерений \tilde{x}_i определить параметры α_1 и α_2 при наличии уравнений связи (6) на математические ожидания \bar{X}_i . Для оценивания параметров используем метод МНК и неопределенных множителей Лагранжа (условная оптимизация), что приводит к минимизации функционала

$$\begin{aligned} J = \sum_{i=1}^y (\tilde{X}_i - X_i)^T (\tilde{X}_i - X_i) + M^T \{(\alpha_1 - 1) X_1 + (\alpha_2 - 1) X_2 + E_0\} + \\ + \Gamma^T \{(\alpha_1 + 1) X_3 + (\alpha_2 + 1) X_4 + E_1\} \end{aligned}$$

(векторы M и Γ — неопределенные множители Лагранжа). Минимизация функционала J дает систему уравнений:

$$\begin{aligned} -2(\bar{X}_1 - X_1) + (\alpha_1 - 1)M &= 0, & (\alpha_1 - 1)X_1 + (\alpha_2 - 1)X_2 + E_0 &= 0, \\ -2(\bar{X}_2 - X_2) + (\alpha_2 - 1)M &= 0, & (\alpha_1 + 1)X_3 + (\alpha_2 + 1)X_4 - E_1 &= 0, \\ -2(\bar{X}_3 - X_3) + (\alpha_1 + 1)\Gamma &= 0, & M^T X_1 + \Gamma^T X_3 &= 0, \\ -2(\bar{X}_4 - X_4) + (\alpha_2 + 1)\Gamma &= 0, & M^T X_2 + \Gamma^T X_4 &= 0, \\ \Sigma\{M\}_i &= 0, & \Sigma\{\Gamma\}_i &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Выбирая для переменных X_i начало координат в точке $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \tilde{x}_{ij}$, получаем $E_0 = 0, E_1 = 0$.

Разрешая систему (8) относительно (следуя [3]) неизвестных параметров, будем иметь

$$\begin{aligned} (\alpha_2 - 1)^2 C_{12} + (\alpha_1 - 1)(\alpha_2 - 1)(C_{11} - C_{22}) - (\alpha_1 - 1)^2 C_{12} &= 0, \\ (\alpha_2 + 1)^2 C_{34} + (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(C_{33} - C_{44}) - C_{34}(\alpha_1 + 1)^2 &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $C_{ij} = \sum_{l=1}^8 \tilde{x}_{il} \tilde{x}_{jl}$. Находя из (9) α_1 и α_2 и разрешая затем нелинейные уравнения (7) относительно параметров α и β , определяем оценку угла α .

Результаты измерений. Разработанные алгоритмы были реализованы [1] на комплексе с автоматом «Зенит-2».

Известно: При частоте колебаний равной 20 Гц с амплитудой 1 мкм, а время считывания строки — $3 \cdot 10^{-3}$ с, нетрудно получить оценку для максимального смещения центра сканирующей системы: $\Delta x \leq 0,12$ мкм. За время $\sim 3 \cdot 10^{-3}$ с можно считать строку плотностей, состоящую из 50—60 точек. В реализованных программах измерений ЦТ использовались строки, содержащие не более 60 точек. Отметим, что при возрастании числа точек в строке значение Δx увеличивается и при числе точек > 200 оценка координат ЦТ не отличается от оценки, полученной без учета положения подвижной каретки. Вычисление координат ЦТ изображения проволоочки проводилось на прямоугольной площадке, состоящей из 60×60 точек с шагом 45 мкм вдоль проволоочки и с шагом 3 мкм перпендикулярно оси проволоочки.

При определении координат ЦТ струны СКО не превышало 0,15 мкм. Это подтверждено многократными измерениями как при фиксированном положении струны, так и при различных положениях струны на каретке.

Графики функций $\varphi(x)$ и $\psi(y)$ приведены на рис. 3 (кривые а, б). Максимальные отклонения этих функций составляют ± 1 мкм.

Неортогональность. Для нахождения угла между направляющими изготовлена измерительная кассета с 8 реперными «точками», расположенными на окружности радиусом 190 мм. В качестве реперных «точек» используется абразив «круглой формы» диаметром ~ 150 мкм, наклеенный на стеклянную подложку. Кассета устанавливается на подвижную каретку и имеет возможность поворота на любой угол β . В качестве координат геометрической точки репера взяты координаты ЦТ изображения реперной «точки», вычисляемые по формуле (4), т. е. с учетом колебаний каретки относительно сканирующей системы. Оптическая плотность считывалась на площадке 60×60 точек с шагом 3 мкм. СКО при вычислении координат ЦТ реперной «точки» при пятикратном измерении ЦТ одной и той же точки не превышало 0,2 мкм (в среднем же $\sim 0,15$ мкм). Оценка угла (отклонения от прямого), вычисленного по приведенным формулам, составила $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ рад. Поэтому нет необходимости учитывать угол α для большинства решаемых на автомате «Зенит-2» задач.

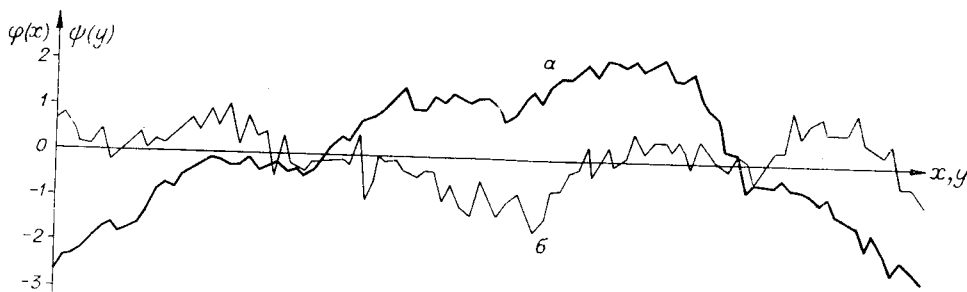


Рис. 3.

Таким образом, разработаны алгоритмы, обеспечивающие получение оценок систематических погрешностей, которые повышают точность в 4 раза, т. е. система позволяет проводить измерения координат объектов с точностью $\sim 0,15$ мкм.

Рассмотренный подход может быть использован при проведении метрологических измерений для устройств и систем, аналогичных автомату «Зенит-2», без привлечения высокоточных эталонов и мер, а также при решении задач, требующих повышенной точности измерения координат объектов.

Авторы выражают признательность В. М. Крылову за разработку кодуктора и измерительной кассеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нестерихин Ю. Е. и др. Автоматизированный комплекс обработки изображений.— Автометрия, 1980, № 3.
2. Обидин Ю. В., Потаников А. К., Ситников Г. Ф. «СКАН-2» — устройство ввода полугодовой информации в ЭВМ.— Автометрия, 1981, № 6.
3. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи.— М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию 19 ноября 1980 г.

УДК 681.3.058

В. И. РАБИНОВИЧ

(Новосибирск)

АЛГОРИТМЫ ПОРАЗРЯДНОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ ФУНКЦИЙ ОДНОГО АРГУМЕНТА

Появление алгоритмов получения и обработки информации, отличающихся от традиционных, открывает, как правило, новые возможности построения измерительно-вычислительных систем. В этой связи привлекают внимание публикации [1, 2], в которых рассматривается вычисление «разряд за разрядом», начиная со старших, двух функций $\mathfrak{X}^{1/2}$ и \mathfrak{X}^{-1} при вводе в том же порядке разрядных коэффициентов аргумента.

Ниже будет показано, что для широкого класса функций могут быть построены алгоритмы их поразрядного вычисления и измерения; основные свойства этих алгоритмов подробно исследуются.

1. Сохраним обозначения и способ нормализованного представления переменных, принятые в [1, 2]. Тогда $\varphi(\mathfrak{X})$ — функция, значения которой требуется вычислить с погрешностью, не превышающей 2^{-n} . Функция $\varphi(\mathfrak{X})$ такова, что если $0 \leq \mathfrak{X} < 1$, то $0 \leq \varphi(\mathfrak{X}) < 1$. Ниже используются аргумент X и переменная Y , которые принимают значения на множестве $\{\sqrt{2^{-n}}\}_{v=0}^{2^n-1}$ и для каждого $i = \overline{1, n}$ определяются рекуррентно:

$$X_i = X_{i-1} + x_i 2^{-i}, \quad X_0 = x_0 = 0, \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad (1)$$

$$Y_i = Y_{i-1} + y_i 2^{-i}, \quad Y_0 = y_0 = 0, \quad y_i \in \{0, 1, 2\}. \quad (2)$$

Поразрядным вычислительным алгоритмом (ПВА) назовем алгоритм вычисления $\varphi(X)$, который при поступлении каждого x_i , начиная со старших, формирует $y_i(Y_i)$, удовлетворяющие неравенствам

$$Y_i \leq \eta(X_i) < Y_i + 2^{-i}, \quad (3)$$

где

$$\eta(X_i) = \begin{cases} \varphi(X_i), & \text{если } \varphi(X_i) \geq \varphi(X_{i-1}); \\ 1 - \varphi(X_i), & \text{если } \varphi(X_i) \leq \varphi(X_{i-1}) \end{cases}$$

для всех $i = \overline{1, n}$.