

Рис. 1.

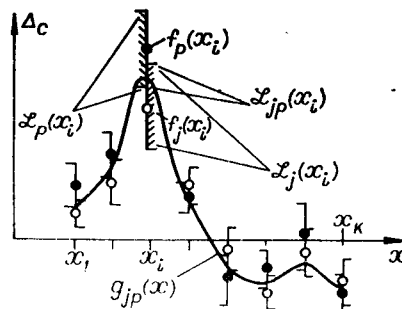


Рис. 2.

грешности сечений, еще не попавших ни в один из классов, т. е. потенциальных кандидатов на включение в формируемый класс. Формирование класса прекращается, как только любое дальнейшее добавление приводит к появлению пустой зоны погрешности.

Вариант 2. Для каждого сечения $f_j(x_i)$ ($j=1, l$) вычисляется сеточный аналог S_j какой-либо из норм, например:

$$S_j = \|f_j(x_i)\|_{h, L_2} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^k f_j^2(x_i) h_x}$$

Перед началом формирования нового класса определяется среднее арифметическое S всех S_j , соответствующих нерасклассифицированным сечениям. В качестве порождающего класс берется сечение $f_j(x_i)$, у которого значение S_j наиболее близко к S . Каждое последующее сечение включается в класс при условии, что вносимое им изменение общей зоны погрешности минимально в смысле рассматриваемой метрики. Условие окончания формирования класса то же, что и в варианте 1.

Вариант 3. Сечение, порождающее новый класс, выбирается таким, как в варианте 2, дальнейшее формирование класса осуществляется по схеме варианта 1.

Расчеты на ЭВМ при условии, что $\delta(x, y)$ составляет $\sim 5\%$ от Δ_c , показали, что для различных типов измерительных приборов на этапе разбиения сечений на классы достигается коэффициент сжатия $K_{сж} = 3 \div 10$ в зависимости от степени нерегулярности поведения $F(x, y)$ на сетке. Результаты применения различных вариантов алгоритма отличаются незначительно. Это дает основание считать, что в тех случаях, когда требуется получить значение $K_{сж}$ из указанного диапазона, применение изложенной методики разбиения на классы оправдано.

В заключение заметим, что при удачном подборе функций, аппроксимирующих построенные классы, можно добиться дальнейшего увеличения значения $K_{сж}$ и тем самым еще более повысить эффективность метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боднер В. А. Авиационные приборы.— М.: Машиностроение, 1969.
2. Ильинский В. М. Системы контроля авиационных силовых установок.— М.: Транспорт, 1980.
3. Дробышев Ю. П., Соколов С. П. Минимизация больших массивов данных.— Автоматика, 1975, № 1.
4. Бахвалов Н. С. Численные методы.— М.: Наука, 1975, т. 1.

Поступило в редакцию 17 июля 1981 г.

УДК 519.246

А. Г. БУЙМОВ, Н. А. БУЙМОВА
(Томск)

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПО РАЗМАСШТАБИРОВАНИЮ, ВРАЩЕНИЯМ И СДВИГАМ

При опознавании изображений на основе сравнения с эталонами возникает необходимость согласования сравниваемых изображений по масштабам, поворотам и сдвигам. Точность согласования сильно зависит от автокорреляционных функций

эталонов по этим параметрам [1]. В предлагаемой работе получены формулы, позволяющие по автокорреляционным функциям относительно сдвигов рассчитать угловые и масштабные корреляционные функции. Статистическая проверка адекватности выведенных зависимостей выполнена путем моделирования и обработки случайных числовых полей [2, 3] на ЭВМ ЕС-1033. Результаты могут найти применение в задачах корреляционно-экстремального управления по картам местности [4].

Пусть на R_2 задано однородное скалярное поле $x(t)$, $t \in R_2$ и имеется устройство, формирующее на выходе изображение поля $x(At+u)$, $t \in T \subset R_2$. Здесь $A(\alpha, \mu)$ — матрица угловых α и масштабных μ деформаций исходного изображения $x(t)$, u — вектор сдвига. Исследуем статистику

$$R(A, u) = \frac{1}{S} \int_T [x(t) - a][x(At+u) - b] dt, \quad (1)$$

где S — площадь области T , $a = \frac{1}{S} \int_T x(t) dt$, $b = \frac{1}{S} \int_T x(At+u) dt$.

Математическое ожидание статистики (1) с учетом однородности поля равно

$$\Phi(A, u) = \frac{D}{S} \int_T \rho[(A-I)t+u] dt - \frac{D}{S^2} \int_T \int_T \rho(At+u-t') dt dt', \quad (2)$$

где D — дисперсия, $\rho(\tau)$ — пространственная корреляционная функция поля $x(t)$, I — единичная матрица.

В дальнейшем будем считать, что площадь корреляции $s_0 = \int_{R_2} \rho(\tau) d\tau$ много

меньше площади S . При этом

$$\int_T \rho(At+u-t') dt \simeq \int_{R_2} \rho(At) dt = s_0/|\det A|$$

и (2) приближенно равно

$$\Phi(A, u) = D \left\{ \frac{1}{S} \int_T \rho[(A-I)t+u] dt - s_0/S|\det A| \right\}. \quad (3)$$

Первое слагаемое в фигурных скобках (3) определяет форму корреляционной меры сходства двух изображений, одно из которых получено из другого путем деформации по параметрам A и u . Поэтому функцию

$$\psi(A, u) = \frac{1}{S} \int_T \rho[(A-I)t+u] dt \quad (4)$$

будем называть автокорреляционной функцией изображения $x(t)$, $t \in T$, а статистику (1) рассматривать как оценку автоковариационной функции $\Psi(A, u) = D\psi(A, u)$. Второе слагаемое в (3) определяет смещение оценки (1). Величина смещения обратно пропорциональна числу $S|\det A|/s_0$, имеющему смысл числа степеней свободы изображения (независимых выборочных значений поля $x(t)$, наблюдаемых в области T).

Из сделанных относительно (1) и (3) замечаний следует, что формула (3) позволяет по известной пространственной ковариационной функции $D\rho(\tau)$ построить средний ход функции (1) или использовать (1) для оценивания неизвестных автокорреляционных зависимостей (4). С учетом (3) несмещенная оценка функции $\Psi(A, u)$ равна

$$\hat{\Psi}(A, u) = R(A, u) + R(I, 0)(1 - s_0/S)^{-1}(s_0/S|\det A|). \quad (5)$$

Отсюда для оценивания функции (4) по формуле $\hat{\psi}(A, u) = \hat{\Psi}(A, u)/\hat{\Psi}(I, 0)$ имеем

$$\hat{\psi}(A, u) = r(A, u)(1 - s_0/S) + s_0/(S|\det A|). \quad (6)$$

Здесь $r(A, u) = R(A, u)/R(I, 0)$.

При использовании этих оценок следует иметь в виду, что поскольку (3) получено при $S \gg s_0$, то оценка (5) асимптотически несмещенная.

Вернемся теперь к функции (4). Заметим, что если сравниваемые изображения согласованы по углу и масштабу, то автокорреляционная функция $\psi(I, u)$ совпадает с пространственной корреляционной функцией поля $\rho(u)$. Таким образом, оценивая по формуле (6) автокорреляционную функцию изображения относительно сдвигов $\psi(I, u)$, одновременно оцениваем функцию $\rho(u)$.

Вид автокорреляционных функций $\psi(A, 0)$ при изменениях масштаба, т. е. при $A = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix}$, зависит от вида функции $\rho(u)$, формы области T и соотношения

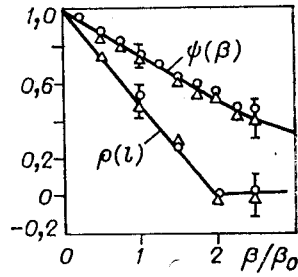


Рис. 1.

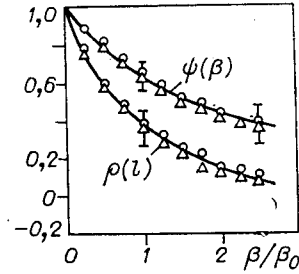


Рис. 2.

между масштабами μ_1 и μ_2 . Поэтому для определенности остановимся на нескольких конкретных ситуациях.

При растяжении прямоугольного изображения вдоль одной из сторон, т. е. при $\mu_1 = \mu$, $\mu_2 = 1$, функция (4) равна

$$\Psi(\beta) = \frac{1}{\beta L} \int_0^{\beta L} \rho(l) dl, \quad (7)$$

где $2L$ — длина растягиваемой стороны, $\beta = |\mu - 1|$ — величина изменения масштаба, $\rho(l)$ — сечение функции $\rho(u)$ вдоль направления растяжения.

Если изображение $2L_1 \times 2L_2$ подвергается растяжениям типа $A = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix}$ и обладает свойством $\rho(u) = \rho(l_1, l_2) = \rho_1(l_1)\rho_2(l_2)$, то функция (4) примет вид

$$\Psi(\beta_1, \beta_2) = \frac{1}{\beta_1 L_1} \int_0^{\beta_1 L_1} \rho_1(l_1) dl_1 \frac{1}{\beta_2 L_2} \int_0^{\beta_2 L_2} \rho_2(l_2) dl_2.$$

Индексы при β , ρ и l показывают, к какой из сторон изображения относятся соответствующие растяжения и сдвиги.

Если изображение имеет форму круга радиусом $\sqrt{S/\pi}$ с центром $t=0$ и обладает свойством $\rho(u) = \rho(\|u\|)$, то растяжения типа $A = \mu I$ или вращения типа $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$ приводят к функции

$$\Psi(\beta) = \frac{2\pi}{\beta^2 S} \int_0^{\beta \sqrt{S/\pi}} \rho(l) l dl. \quad (8)$$

Здесь при изменениях масштаба $\beta = |\mu - 1|$, а при изменениях угла $\beta = |2\sin(\alpha/2)|$.

Для экспериментальной проверки основного теоретического результата (4), устанавливающего связь между пространственной корреляционной функцией изображения и автокорреляциями по размасштабированию, вращениям, сдвигам, и формул (5), (6) несмещенного оценивания этих корреляций было проведено моделирование и соответствующая обработка случайных числовых полей [2, 3] на ЭВМ ЕС-1033. Оценки рассчитывались по отдельным реализациям, а затем усреднялись по их ансамблю. Размеры реализаций и объем ансамбля выбирались так, чтобы величина смещения оценок $r(A, u)$ превышала величину 95% доверительного интервала.

Рис. 1 и 2 отвечают условиям формулы (7). Данные на рис. 1 соответствуют $\rho(l) = 1 - (l/2l_0)$, $l \leq l_0$. Из такой корреляционной функции следует, что

$$\Psi(\beta) = \begin{cases} 1 - (\beta/4\beta_0), & \beta \leq 2\beta_0, \\ \beta_0/\beta, & \beta > 2\beta_0, \end{cases}$$

где $\beta_0 = l_0/L$. Рис. 2 получен при $\rho(l) = e^{-l/l_0}$. В этом случае

$$\Psi(\beta) = \frac{\beta_0}{\beta} (1 - e^{-\beta/\beta_0}), \quad \beta_0 = l_0/L.$$

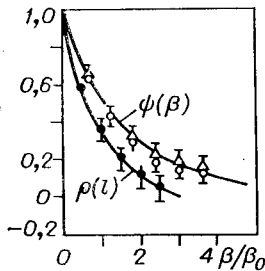


Рис. 3.

Кружками на рис. 1, 2 обозначены результаты обработки

изображений с нормальным, а треугольниками — с равномерным распределением яркости.

Рис. 3 отвечает условиям формулы (8). Корреляционная функция изображения имела вид $\rho(l) = e^{-l/l_0}$, и, следовательно,

$$\psi(\beta) = 2 \frac{\beta_0^2}{\beta^2} \left[1 - \left(1 + \frac{\beta}{\beta_0} \right) e^{-\beta/\beta_0} \right], \quad \beta_0 = l_0 / \sqrt{S/\pi}.$$

На рис. 3 результаты исследования вращений представлены светлыми кружками, результаты размасштабирования — треугольниками, а результаты по сдвигам — черными кружками.

Эксперименты хорошо согласуются с теоретическими выводами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буймов А. Г. Предельная точность экстремального совмещения изображений. Связь с корреляционной структурой.— В кн.: Корреляционно-экстремальные системы обработки информации и управления. Томск: изд. ТГУ, 1977, вып. 2.
2. Буймов А. Г., Решетников М. Т. Случайное поле Пальма.— В кн.: Труды X Всесоюз. школы-семинара по статистической гидроакустике. Киев: изд. КПИ, 1978.
3. Антипин В. В., Буймов А. Г. Быстрая имитация случайных изображений в базисе Адамара.— В кн.: Тез. докл. I Всесоюз. конф. «Методы и средства преобразования сигналов». Рига: Зинатне, 1978, т. 1, с. 105.
4. Белоглазов И. Н., Тарасенко В. П. Корреляционно-экстремальные системы.— М.: Сов. радио, 1974.

Поступило в редакцию 10 апреля 1980 г.

УДК 621.394

А. А. ГАЛИЦКАС
(Вильнюс)

МОДЕЛЬ ИНТЕРПОЛЯЦИИ СИГНАЛОВ ПО ИХ ДИСКРЕТНЫМ ОТСЧЕТАМ

Согласно классической теореме отсчетов, любой сигнал $s(t)$, спектр которого строго ограничен частотой Ω , может быть точно разложен по его выборкам $s(n\Delta)$, взятым через интервалы времени $\Delta = \pi/\Omega$, в ряд

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n\Delta) \varphi(t - n\Delta), \quad (1)$$

где

$$\varphi(\tau) = \sin \Omega\tau/\Omega\tau. \quad (2)$$

Спектры реальных сигналов не являются строго ограниченными, тем не менее при решении различных технических задач интервал дискретизации выбирают исходя из условия $\Delta = \pi/\Omega$. При этом принимают такое значение Ω , чтобы мощность, заключенная в интервале $[-\Omega, \Omega]$, составляла большую часть мощности сигнала. Такое разложение представляет исходный сигнал приближенно, с некоторой ошибкой. Поэтому в реальных случаях возникает вопрос об оптимальном в определенном смысле разложении сигнала в ряд (1) с использованием базисных функций, отличных от (2).

Из теории оптимальной интерполяции известно [1—3], что спектр оптимальной в среднеквадратическом смысле базисной функции при разложении сигнала с нефиinitным энергетическим спектром $F(\omega)$ в ряд (1) задается формулой

$$\Phi^*(\omega) = \Delta F(\omega) \Big/ \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - 2n\Omega). \quad (3)$$

Среднеквадратическая ошибка при этом имеет значение

$$\overline{\sigma^2(t)} = P - \frac{1}{\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi^*(\omega) F(\omega) d\omega \quad (4)$$

(P — мощность сигнала) и при данных условиях является минимальной.